

## 第 2 編 X 線 源

第 1 章	解 説	内 田 勝	1 頁
第 2 章	最大情報量撮影 第 3 . 5 . 7 報	1 - 6 1 - 8 4 - 5'(b)	内 田 勝 2
第 3 章	X 線撮影系の画像の解析 ( II . III ) — X 線線像のレスポンス関数について —	2 - 6 3 - 3	竹 中 栄 一 高 橋 照 彦 13
第 4 章	X 線撮影系のレスポンス関数 ( 3 - 6 ) (II) X 線管焦点		土 井 邦 雄 20
第 5 章	第 1 節 X 線管焦点のレスポンス関数 ( 3 - 8 )		金 森 仁 志 28
	第 2 節 X 線管焦点のレスポンス関数の画像での 影響		金 森 仁 志 29 伊 藤 啓 二 郎
第 6 章	実用 X 線管焦点のレスポンス関数の算出 ( 4 - 5 )		奥 村 寛 31
第 7 章	X 線管の焦点強度分布と $MTF$ ( 9 - 2 )		木 下 幸 次 郎 34 菊 地 緑 彦 竹 中 栄 一

## 第 2 編 X 線 源

## 第 1 章 解 説

X線源のボケのフーリエ解析は、本研究会ではじめに採り上げられ、成果をあげたものの一つであろう。1962年、R. H. Morgan は公称焦点の大きさそのままをフーリエ変換することによって、X線管焦点のレスポンス関数として報告した。

本研究会では、実際のX線管焦点の強度分布のフーリエ変換から以下資料にみられるように多くの研究報告がなされた。

レスポンス関数の定義は、光学では、点像もしくは線像のフーリエ変換とされている。したがって、X線管焦点のボケの空間周波数特性をレスポンス関数と称してよいかどうか、光学的な見地からは疑問である。しかし、まだフーリエ解析の導入がはじまったばかりの放射線学の用語は、すべて電気学、光学からの借り物が多いため、現段階では止むを得ないと思われる。

この分野で放射線診断学的に問題になるのは偽解像と画角特性の存在である。偽解像は光学では、はやくフーリエ解析的に解決していたことであるが、放射線学においても同様にその説明が明らかになった。画角特性については、経験的にはやくから知られており、撮影技術で常に教えられ、注意されていたことであるが、空間周波数領域でその特性が定量化されたことは大きい。これらが写真読影上にどのような影響があるか臨床医家の研究に俟つ以外にないが、現在各方面で検討されつつある。

放射線撮影系は光学撮影系にくらべて簡単とも考えられるが、それだけにそのおのおのの要素のもつ特性の意義は大きく、ことに線源は撮影系でも測定系でも出力側の特性を一義的に変える大きな影響力をもっている。したがって、X線管焦点の問題は過去、X線研究協議会で数ヶ年にわたり空間座標系で討議が行なわれたと同様、本研究会においても空間周波数領域で、この焦点だけに関してもまだまだ研究が続行されると考えられる。

さらに、撮影系および測定系おのおのの他の要素の空間周波数特性との均衡において、少なくとも、物理的に実現可能な理想に近い線源が製作されるまで続けられるべきであろう。

以下論文は、本研究会での報告順に配列したものである。

( 内 田 記 )

## 第 2 章 X 線管焦点の X 線強度分布のフーリエ解析

内 田 勝\*

### 1. 緒 言

約 10 年前に光学系に情報理論<sup>1,2)</sup>やフーリエ解析論<sup>3,4)</sup>が初めて適用されてから光学系の理論は大きく発展した。

筆者は被写体および X 線写真像の情報理論的取り扱い<sup>5,6)</sup>を試みてきたが、さらに X 線撮影系にフーリエ解析論的取り扱い<sup>7-9)</sup>を試みた。医療用、工業用を問わず X 線撮影系をフーリエ解析論などによつて定量化することは必要である。

X 線撮影系も光学系と物理的に類似の性質をもつからレスポンス関数による定量化や、測定が可能と思われる。すでに国内にも X 線フィルムの粒状性<sup>10)</sup>、X 線直接拡大撮影の最適倍率<sup>11)</sup>、X 線増感紙のレスポンス関数<sup>12)</sup>などの報告が若干ある。また光学的な問題にはレスポンス関数測定法<sup>13)</sup>、肉眼のレスポンス関数<sup>14)</sup>、現像効果のレスポンス関数<sup>15)</sup>などは参考にできる。

筆者の目的は X 線管焦点から被写体も含めてフィルムに至るまで逐次空間周波数特性を測定し、各部分の balance のとれた合理的な撮影系をレスポンス関数の立場から求めることである。

フーリエ解析論によつて X 線撮影系を定量化するにあたり、まず考えたことは光学におけると同様に各部分のレスポンス関数を測定することで、そのための矩形波連続チャート、さらに進んで正弦波連続チャートを作ることであつた。光学におけるチャートと異なり、鉛あるいは吸収係数の大きい金属によつてチャートを作らねばならない。

増感紙のレスポンス関数を測定する目的で Ingelstam<sup>16)</sup>が光学において試みた方法を X 線に応用し、Höfert<sup>17)</sup>は楔状金属を eccentric に回転する円盤によつて運動させ、その透過率の変化から正弦波チャートを試みたが、われわれが対象としている連続 X 線では、その解析法は不適当である。同じ目的で滝沢、土井<sup>12)</sup>はスリット幅を可変にし、間歇曝射によつて矩形波チャートを試みてい

るが、X 線開閉に電磁閉器を使用している限り、その線量誤差は ±15% であり、1 回露光による像と比較できない。そこで筆者は焦点の X 線強度分布をフーリエ変換する方法を試みた。

本報告は X 線管焦点の X 線強度分布をフーリエ解析し、その空間周波数スペクトルの絶対値および位相を求め、偽解像の存在を確認し、さらに X 線管電圧、管電流をそれぞれ独立に変えたとき、空間周波数分布の変化を調べたものである。

また X 線撮影系では困難と考えられる正弦波状 Siemens star をストロボ法によつて作る方法を提案し、その実験を 2, 3 行なつた。

X 線撮影系では偽解像の現象は未だみられていなかったが、焦点の X 線強度分布の周波数特性を計算するにおよんで必然的にその存在が明らかになつた。人体のように情報源として周期的な微細構造を含むものでは偽解像の現象があると、陰影位置の移動と消失による陰影数の減少が生じ、医学的診断上問題である。偽解像は一度発生すれば、他のレスポンス関数が正である限りいくつないでも消滅しない。

### 2. レスポンス関数とその表示

一般に X 線撮影系のレスポンス関数表示はつぎのようになる。いま一つの管電圧による X 線源によつて均一物質からなる平面被写体を撮影する場合を考える。

焦点の X 線強度分布を  $H(x'', y'')$ 、被写体の透過率を  $I(x', y')$ 、受光面上の像の線量分布を  $I'(x, y)$  とし、これを  $H(x'')$ 、 $I(x')$ 、 $I'(x)$  のように 1 次元的に簡易化する。焦点から被写体ならびに像面までの距離をそれぞれ  $a$ 、 $b$  とし、 $\frac{b}{a} = m$  を撮影倍率とすると、

$$x'' = \frac{1}{m-1}x, \quad x' = \frac{1}{m}x \quad (1)$$

であるから焦点および被写体における座標を (1) 式によつて正規化して共通座標  $x$  を使うことにする。

\* 大阪大学医学部

被写体の透過率  $I(x)$ , その像を  $I'(x)$ , また焦点の X 線強度分布を  $H(x)$  とすると

$$I'(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x_0) H(x-x_0) dx_0 \quad (2)$$

$I'(x)$ ,  $I(x)$  および  $H(x)$  のフーリエ変換をそれぞれ  $i'(\omega)$ ,  $i(\omega)$  および  $h(\omega)$  とするとフーリエ積分の convolution の定理により

$$i'(\omega) = h(\omega) \cdot i(\omega) \quad (3)$$

ただし  $\omega$  は空間周波数である。この像が増感紙と、フィルムさらに肉眼に伝達されるので、それらのそれぞれのレスポンス関数を  $s(\omega)$ ,  $f(\omega)$ ,  $e(\omega)$  とすると、最終像  $z(x)$  の空間周波数スペクトル  $z(\omega)$  は次式で示される。

$$z(\omega) = h(\omega) \cdot i(\omega) \cdot s(\omega) \cdot f(\omega) \cdot e(\omega) \quad (4)$$

ここで問題にしているのは  $h(\omega)$  である。 $h(\omega)$  の表示は定義により次式で示される。

$$h(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \exp\{-j2\pi\omega x\} dx \\ = A_1 - jA_2 = |h(\omega)| \exp\{-j\delta_\omega\} \quad (5)$$

$$A_1 = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \cos 2\pi\omega x dx \quad (6)$$

$$A_2 = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) \sin 2\pi\omega x dx \quad (7)$$

$$|h(\omega)| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad (8)$$

$$\delta_\omega = \tan^{-1} \frac{A_2}{A_1} \quad (9)$$

ただし  $\omega=0$  のとき  $|h(\omega)|=1$ ,  $\delta_\omega=0$  になるように正規化してある。 $h(\omega)$  は一般に空間周波数  $\omega$  の複素関数であるからこれを表示するにはその絶対値  $|h(\omega)|$  と位相  $\delta_\omega$  を明示するのが適当である。

いま物体として点ピンホールを用いれば  $i(\omega)=1$  であり、増感紙を使用しないとき、フィルムまでを考え、肉眼のレスポンスを除いて考えると (4) 式は

$$z(\omega) = h(\omega) \cdot f(\omega) \quad (10)$$

となり、したがってフィルム像から焦点の X 線強度分布  $z(x)$  を測定し、そのフーリエ変換によつて  $z(\omega)$  を求めれば既知の  $f(\omega)$  から  $h(\omega)$  を知ることができる。実際の測定に際しては点ピンホールが作れず、有限径の  $P(x)$  を用いている。したがって  $P(x)$  のフーリエ変換を  $p(\omega)$  とすれば

$$z(\omega) = h(\omega) \cdot p(\omega) \cdot f(\omega) \quad (11)$$

となる。ピンホールの径を  $2d$  とすると

$$p(\omega) = \frac{\sin 2\pi\omega d}{2\pi\omega d} \quad (12)$$

となるから、周波数とピンホール径の積  $2\omega d$  が小さいときは  $p(\omega) \doteq 1$  として差し支えない。

そこで  $p(\omega) \doteq 1$  となるように径を小さくとり、またフィルムのレスポンス関数を  $f(\omega) \doteq 1$  とすると、(11) 式は  $z(\omega) \doteq h(\omega)$  と考えてよい。本報告では  $z(\omega)$  を測定し、これを求める  $h(\omega)$  と考える。

測定にフィルムを用いると、現像後のフィルムの透過率を X 線量へ戻す必要がある。この変換によつて入力と出力とが直線的な関係を保ち、重ね合わせが成立し、画像の伝達系が構成され、フーリエ解析が可能となる。

### 3. 実験および測定結果

後述するように透過率-X線量曲線はゆるやかな 1 価減少関数であるので、透過率分布の振幅が小さいときは変換された X 線量分布の歪が少ないと考えられる。いま、透過率-X線量曲線を使用する範囲で直線に近似し、透過率分布を  $H''(x)$  とすれば、

$$1 - H''(x) = H'(x) \quad (13)$$

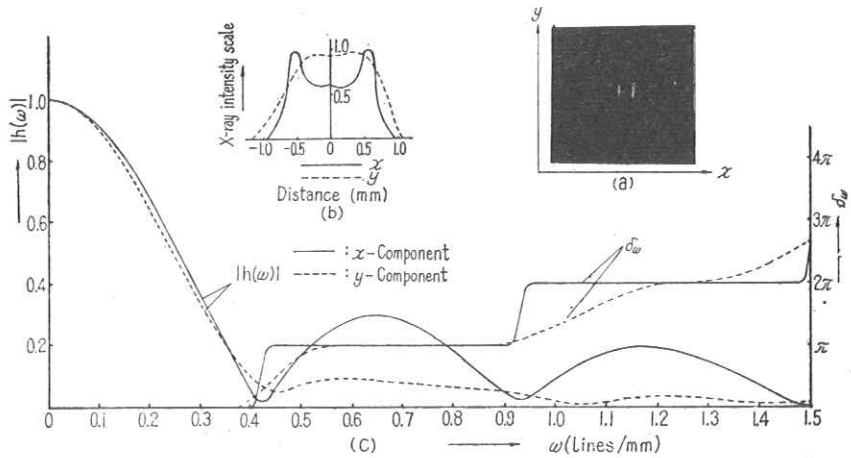
は焦点の X 線強度分布に比例する。

そこで実験 3.1, 3.2 ではこの  $H'(x)$  を焦点の X 線強度分布  $H(x)$  と考えてフーリエ変換した。したがってこれらは厳密な意味での線型レスポンス関数を与えているとはいえない。実験 3.3 では使用管電圧の透過率-X線量曲線をそれぞれ作り、透過率分布を X 線強度分布に戻して計算した。

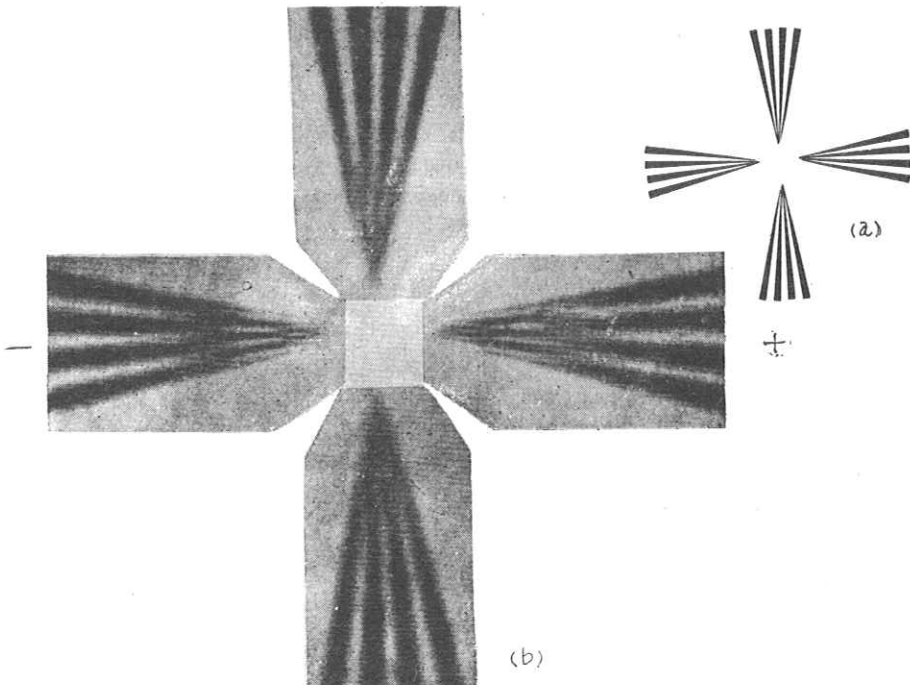
#### 3.1 偏 解 像

回転陽極 X 線管公称  $2 \times 2$  mm 焦点を単相全波整流 X 線発生装置 60 kVp, 50 mA, 30 sec, 焦点フィルム間距離 120 cm の条件で、ピンホール径 0.1 mm, 厚さ 0.3 mm 鉛を用いて、3 倍拡大の焦点像を撮影し (Fig. 1 (a)), そのフィルム像の中心線上の透過率分布をマイクロフォトメーターで測定した。マイクロフォトメーターのパーチャーは幅  $20 \mu$ , 高さ 2 mm にとり高さ方向の平均値を測定した (Fig. 1 (b)). フーリエ変換は IBM-7090 計算機で計算し、Fig. 1 (c) に示した。空間周波数は管焦点上の位置に換算してある。

Fig. 1 でわかるように焦点の X 線強度分布は直角な 2 方向において著しく異なり、したがってその周波数特性も両方向で大きく異なっている。Fig. 1 (a) に示すよ



**Fig. 1** Tripled image and X-ray intensity distributions of  $2 \times 2$  mm focus of rotary anode X-ray tube operated with a single phase full wave rectified 60 kVp, 50 mA, 30 sec, and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.  
 Diameter of pin-hole: 0.1 mm  
 Thickness of lead plate used: 0.3 mm  
 Distance between focus and film: 120 cm



**Fig. 2** The radialized lead plate in thickness 0.3 mm (a) and the spurious resolution appeared on the tripled radiography under  $2 \times 2$  mm focus (b).

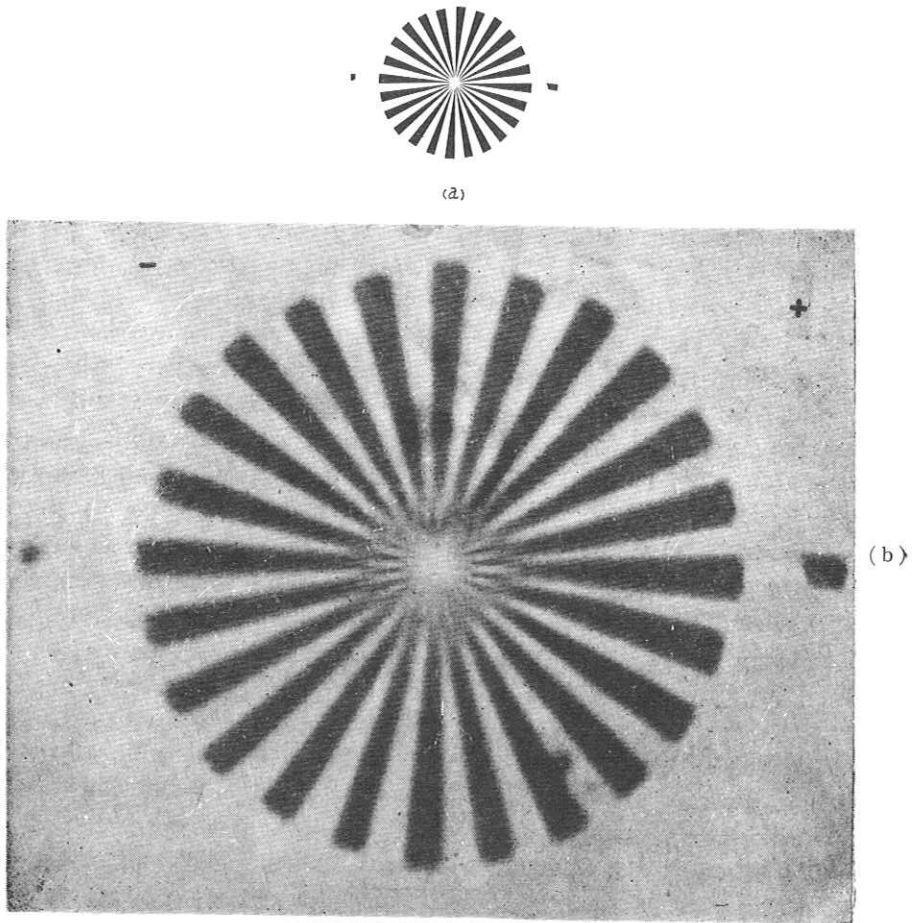


Fig. 3 Siemens star of lead plate in thickness 0.3 mm (a) and the spurious resolution appeared on the tripled radiography under  $2 \times 2$  mm focus (b).

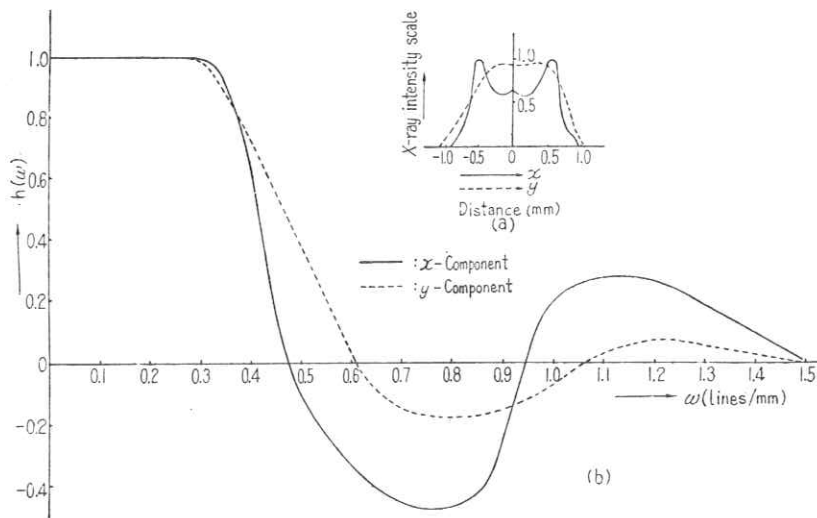


Fig. 4 X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus at 60 kVp, 50 mA and the square wave response function correspond to Fig. 2.

うに直角な2方向を  $x$  軸,  $y$  軸にとれば,  $x$  方向ではその強度分布の両側に山があり, 中が谷となる形を示し, この空間周波数分布も位相が  $\pi$  大きく階段状に変わつて偽解像を示している.  $y$  方向ではその強度分布は山形の非対称を示し, その空間周波数分布も位相がなだらかに変化し, 階段状になつている.

つぎにこれらをたしかめるため放射状チャートを 0.3 mm 鉛で作し, そのチャートを Fig. 1 (a) に示した X 線管焦点によつて 3 倍拡大撮影を行なつた (Fig. 2 (b), 3 (b)). Fig. 2 (b) は扇形角の小さい部分チャートを (a) 図のようにおいて拡大撮影したもの, Fig. 3 (b) は扇形角の大きい  $360^\circ$  のチャートを同様に拡大撮影したものである.

Fig. 2 (b) の 4 枚のチャート像のおのおのを半径方向に 20 等分し, その等分線上の透過率分布をマイクロフォトメーターで測定し, 矩形波レスポンスを求めた (Fig. 4 (b)). テストチャートの張る角はわずかであり画角特性は無視し得るので, 左右あるいは上下の像はそれぞれ対称と考えられる. したがつてここではそれぞれ一方のみを測定した. 管球軸方向は Fig. 2 (b) における  $+$  で示されているので, 左右ならびに上下のチャート像から得られる矩形波レスポンスはそれぞれ  $x$  軸ならびに  $y$  軸方向 (Fig. 4 (a)) のものである.

いま矩形波の物体  $I(x)$  を考えてみる.  $I(x)$  をフーリエ展開して

$$I(x) = I_0 \left[ 1 + \frac{4a}{\pi} \left\{ \cos 2\pi\omega x - \frac{1}{3} \cos 3(2\pi\omega x) + \frac{1}{5} \cos 5(2\pi\omega x) - \dots \right\} \right] \quad (14)$$

透過 X 線量  $I'(x)$  は各周波数成分にそれぞれの  $h(\omega)$  がかかり

$$I'(x) = I_0 \left[ 1 + \frac{4a}{\pi} \left\{ h(\omega) \cos 2\pi\omega x - \frac{1}{3} h(3\omega) \cos 3(2\pi\omega x) + \frac{1}{5} h(5\omega) \cos 5(2\pi\omega x) - \dots \right\} \right] \quad (15)$$

$x=0$ ,  $x=1/2\omega$  における  $I'(x)$  の値の差をとり,  $I(x)$  の振幅  $2a$  と比較して, 矩形波に対するレスポンス関数  $h_{sq}(\omega)$  を求めると

$$h_{sq}(\omega) = \frac{4}{\pi} \left\{ h(\omega) - \frac{1}{3} h(3\omega) + \frac{1}{5} h(5\omega) - \dots \right\} \quad (16)$$

逆に  $h(\omega)$  を  $h_{sq}(\omega)$  であらわすと

$$h(\omega) = \frac{\pi}{4} \left\{ h_{sq}(\omega) + \frac{1}{3} h_{sq}(3\omega) - \frac{1}{5} h_{sq}(5\omega) + \dots \right\} \quad (17)$$

これは Coltman の式<sup>18)</sup>と一致する. したがつて  $h_{sq}(\omega)$  から  $h(\omega)$  を求めることも, またその逆もできる. Fig. 4 (b) は矩形波レスポンス  $h_{sq}(\omega)$ , Fig. 1 (c) は正弦波レスポンス  $h(\omega)$  を示している.

Fig. 1 (c) と Fig. 4 (b) の相違は

1) 本質的に正弦波レスポンスと矩形波レスポンスの相違があること.

2) 矩形波レスポンスの正規化で,  $|h(\omega)|$  の計算点を外挿して 0 周波数の  $|h(\omega)|$  で正規化するところを, 0.3 lines/mm の  $|h(\omega)|$  で正規化したこと.

3) 矩形波レスポンスの測定は 20 点なので, 位相の急変する際の  $|h(\omega)|$  の極小値が十分できないため, 内挿によつてマイナス側に値をとつたこと.

などの理由による. 矩形波レスポンスについては, この外に鉛チャートの製作精度があまりよくないことや, 測定誤差などがあり, その結果はあまり正確とはいえない. したがつて Fig. 4 (b) の  $h_{sq}$  から (17) 式によつて  $h(\omega)$  を求め Fig. 1 (c) と比較するとき, その差は主に矩形波レスポンスの実験誤差によるものと思われる.

Fig. 2 で解像力 0 の附近の構造が又状になり枝分かれして 3 倍の周波数が現われている. この現象は光学系における久保田<sup>19)</sup>, 村田<sup>20)</sup>の詳しい報告があり, 容易に説明できる.

(16) 式を第 2 項までの近似式として示せば

$$h_{sq}(\omega) = \frac{4}{\pi} \left\{ h(\omega) - \frac{1}{3} h(3\omega) \right\} \quad (18)$$

$h(\omega)$  の変化に従つて  $h_{sq}(\omega)$  がどのようなか考えてみる.  $h(\omega)$  は Fig. 1 に示すように  $\omega$  に従つて変化するから  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$  とすると, 空間周波数が

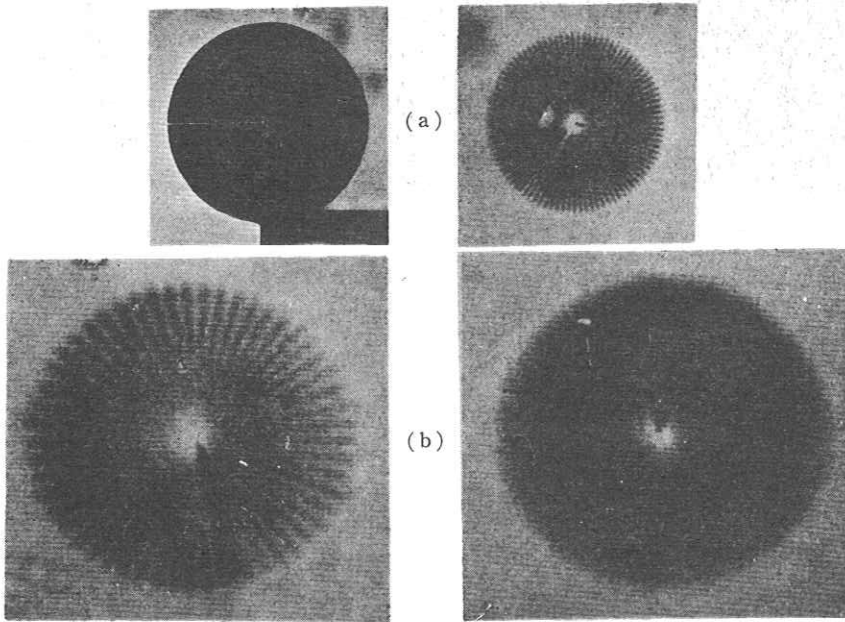
$$h(\omega_1) = \frac{1}{3} h(3\omega_1)$$

のように  $\omega_1$  をとるとき  $h_{sq}(\omega_1) = 0$  となる.

つぎに  $h(\omega_2) = 0$  の空間周波数  $\omega_2$  では

$$h_{sq}(\omega_2) = -\frac{4}{3\pi} h(3\omega_2)$$

となり,  $h_{sq}(\omega_2)$  は負すなわち偽解像の部分で, しかも 3 倍の周波数成分だけがあらわれる. このあと  $h(\omega_3)$  は負で, 大きくなるに従い (18) 式の第 2 項の第 1 項に対する比重は小さくなり, 遂には 3 倍の周波数成分は消え基



**Fig. 5** (a) 0.1 mm slit used for the stroboscope (left) and an image of Siemens star obtained with the stroboscope for example (right). (b) Spurious resolution appeared on the doubled image of Siemens star obtained with the stroboscope under  $2 \times 2$  mm focus.

本周波数成分のみとなる。そこでは像が完全に反転して偽解像を示している。

つぎに近似的な正弦波チャートによる正弦波レスポンスの測定を試みた。これはX線量が時間的にほぼ正弦波状に変化するように、ストロボ法によつて任意の扇形角をもつ Siemens star を作り、これによつて正弦波レスポンスを測定しようとするものである。Fig. 5 (a) 左の写真は幅 0.1 mm のスリットを有し、厚さ 0.3 mm 鉛の円板こまをフィルム上に静止させてX線撮影したものである。Fig. 5 (a) 右の写真はこのこまをフィルム上で適当な一定の速さで廻転させながら X 線撮影したものである。Fig. 5 (b) は Siemens star を 2 倍拡大撮影したもので、左の写真は円板こまの廻転速度を早くして扇形角を大きくしたもので、右の写真は廻転速度を遅くして扇形角を小さくしたものである。像が悪く、Siemens star がやや楕円状になつて居るのは、円板こまの廻転が正確な平面を保つていないためと思われる。これは鉛スリットを固定させ、逆にフィルムをターンテーブル上において廻転させることによつて改良することができるだろう。以上のようなストロボ法によつて得られる線量分布は近似的に正弦波状 Siemens star であると考えられ、任意の扇形角が得られることが特長である。しかし中心から

の距離に反比例して線量の補正が必要である。

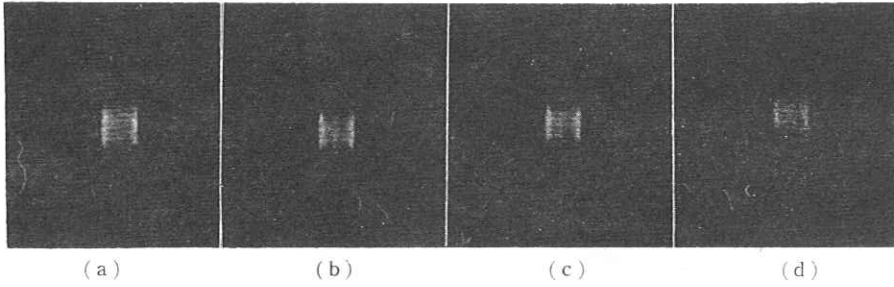
### 3.2 管電圧を変えたときの空間周波数分布

実験装置、器具は 3.1 の実験と同じである。管電圧 40 kVp, 60 kVp, 100 kVp, 140 kVp, 管電流 50 mA 一定、フィルム上の焦点像黒化度がほぼ一定になるような mA sec の各値で焦点の 3 倍拡大撮影をした (Fig. 6)。焦点フィルム間距離は 120 cm である。フィルム上の焦点像の透過率分布はマイクロフォトメーターのアパーチャーを 3.1 と同じにして測定した。フーリエ変換は IBM-7090 計算機によつた。

Fig. 7 には焦点像の  $x$  軸方向の X 線強度分布 (a) ならびにその空間周波数分布の計算値 (b)、Fig. 8 には焦点像の  $y$  軸方向の X 線強度分布 (a) ならびにその空間周波数分布の計算値 (b) を示している。各図の空間周波数は管焦点上の位置に換算してある。

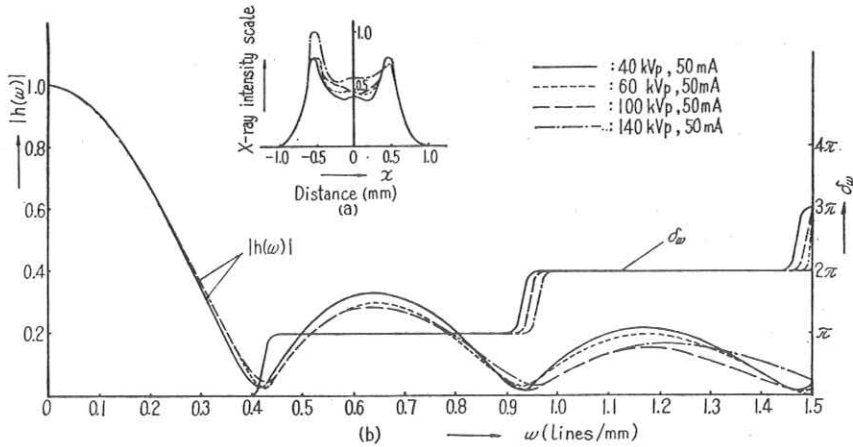
管電圧による空間周波数分布の変化は  $x$  軸では Fig. 7 に見られるようにその周波数特性はほぼ同じで、管電圧による構造の変化はほとんどないと思つてよい。 $y$  軸では Fig. 8 に見られるように大体の傾向は似ているが、その微細構造に変化がみられる。したがつて焦点の直角な 2 方向の結果から推察すると、焦点の  $x$  軸方向の空間



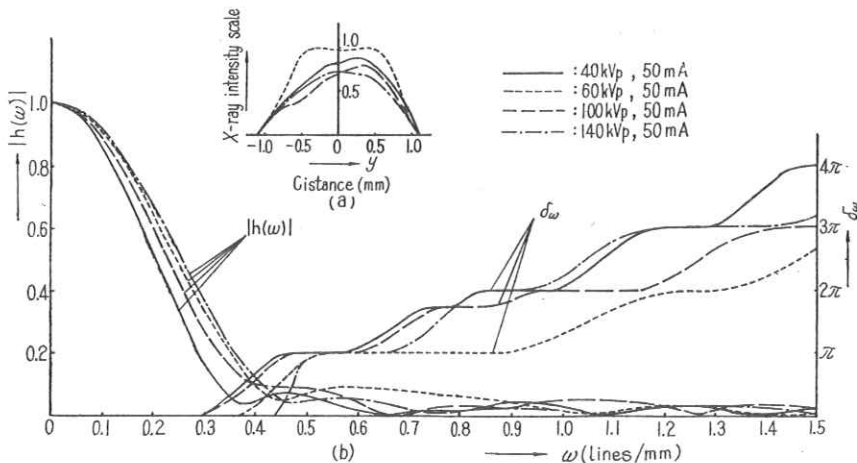


**Fig. 6** Tripled images of  $2 \times 2$  mm focus of rotary anode X-ray tube operated with a single phase full wave rectified, (a) 40 kVp, 50 mA, 60 sec, (b) 60 kVp, 50 mA, 30 sec, (c) 100kVp, 50 mA, 10 sec, (d) 140 kVp, 50 mA, 4 sec.

Diameter of pin-hole: 0.1 mm  
 Thickness of lead plate used: 0.3 mm  
 Distance between focus and film: 120 cm



**Fig. 7** X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $x$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.



**Fig. 8** X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $y$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.

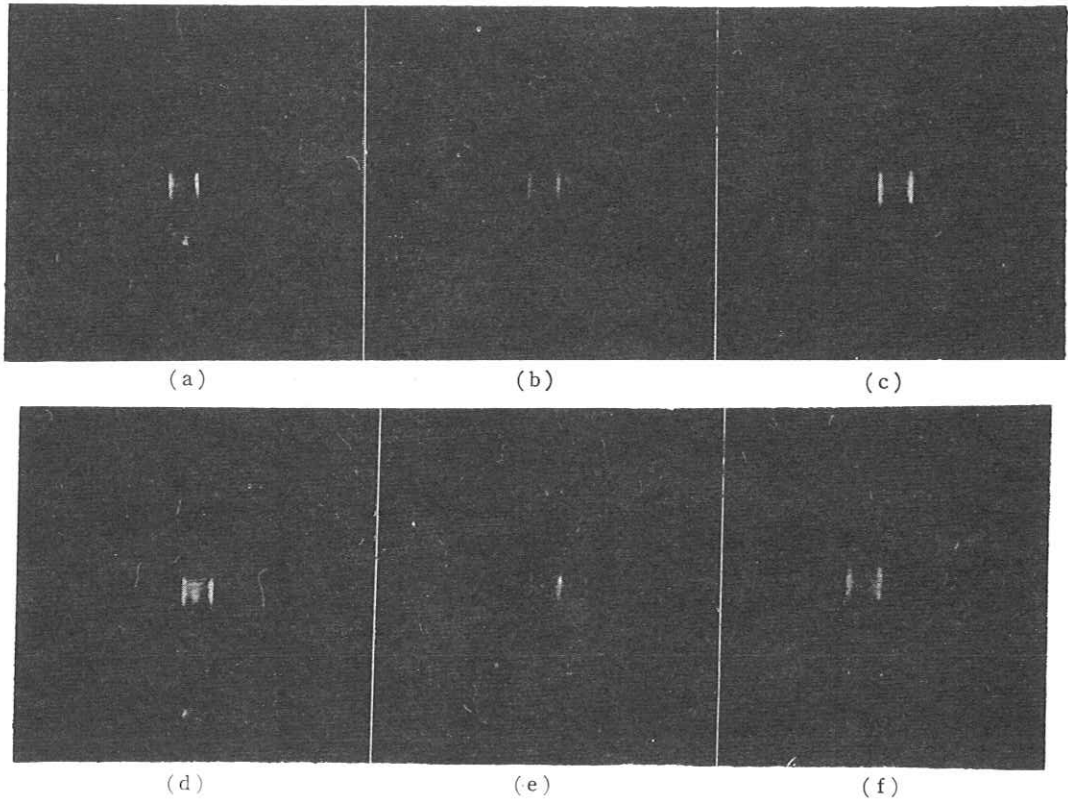


Fig. 9 Tripled images of  $2 \times 2$  mm focus of rotary anode X-ray tube operated with a single phase full wave rectified, (a) 60 kVp, 2 mA, 750 sec, (b) 60 kVp, 50 mA, 30 sec, (c) 60 kVp, 200 mA, 7.5 sec, (d) 100 kVp, 2 mA, 250 sec, (e) 100 kVp, 50 mA, 10 sec, (f) 100 kVp, 200 mA, 2.5 sec.  
 Diameter of pin-hole: 0.1 mm  
 Thickness of lead plate used: 0.3 mm  
 Distance between focus and film: 120 cm

周波数分布は管電圧によつてほとんど変化しないが、 $y$  軸方向でわずかに変化がみられる。しかし正確にはもつと多方向のものを調べる必要がある。

### 3.3 管電流を変えたときの空間周波数分布

実験装置、器具は 3.1 の実験と同じである。管電圧 60 kVp と 100 kVp においてそれぞれ管電流 2 mA, 50

mA, 200 mA。60 kVp では 1500 mA sec, 100 kVp では 500 mA sec の各値で焦点の 3 倍拡大撮影をした (Fig. 9)。焦点フィルム間距離は 120 cm である。フィルム上の焦点像をマイクロフォトメーターで測定し、あらかじめ同時現像して作った同種フィルムの透過率-X線量曲線 (Fig. 10) によつて、透過率分布を X 線強度分布に変換し、フーリエ変換した (Figs. 11, 12, 13, 14)。

Figs. 11, 12 に焦点像の  $x$  軸方向の X 線強度分布 (a) ならびにその空間周波数分布の計算値 (b), Figs. 13, 14 には  $y$  軸方向の X 線強度分布 (a) ならびにその空間周波数分布の計算値 (b) を示している。各図の空間周波数は管焦点上の位置に換算してある。

管電流を変えたとき、焦点の  $x$  軸方向の X 線強度分布は、大電流になるに従つて両側に山ができ、中央の谷が深くなり、2つの山の間隔が大きくなる。これらの空間周波数特性も明らかに変化し、大電流になるに従つて空間周波数分布は低周波へ移動し、偽解像のおこる空間周波数も低周波に移行する。また大電流になるに従つ

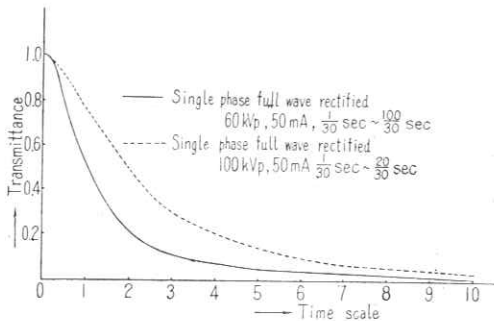


Fig. 10 Relationship between the transparency of X-ray irradiated film and X-ray quantity.  
 Distance between focus and film: 210 cm

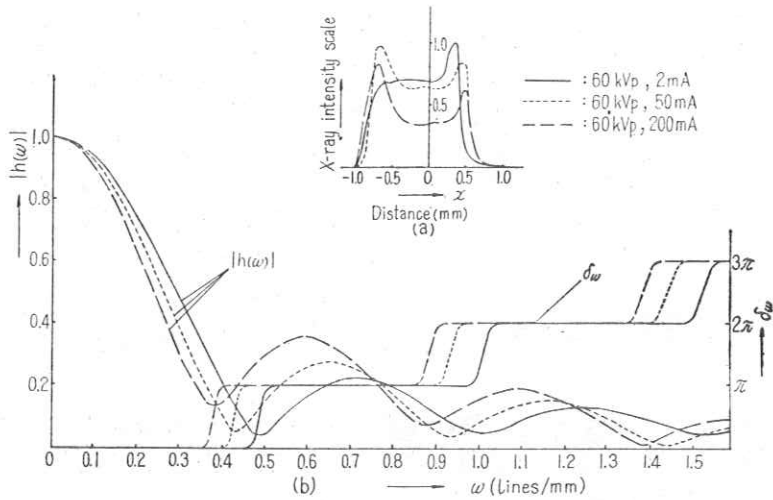


Fig. 11 X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $x$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.

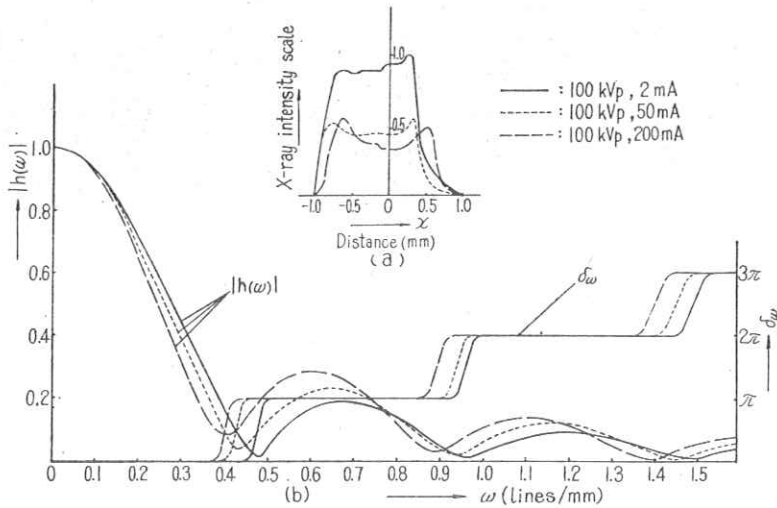


Fig. 12 X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $x$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.

て、低周波における位相の急変する際の $|h(\omega)|$ の極小値が大になる傾向がある。焦点の $y$ 軸方向のX線強度分布は大電流になるに従ってだんだんなだらかな山形となる。その空間周波数分布も大電流になるに従って低周波へ移行し、その分布波形はやや複雑になる傾向がある。

以上の結果からみて焦点の $x$ 軸、 $y$ 軸方向いずれの場合にも管電流を増加するに従って、その空間周波数特性は悪くなると考えられる。

#### 4. 考 察

##### 4.1 偽 解 像

X線撮影系における従来の考え方からすれば、偽解像はぼけの重なりとして幾何学的な説明ができるが、フー

リエ解析によれば偽解像は物体のフーリエ成分とレスポンス関数の共鳴による超解像とでもいうべき現象として説明ができる。位相が存在するというはその変化が急激であろうと緩慢であろうと同じ位相であれば陰影位置の移動は変わらない。ただ位相の変化の仕方によって反転して像解像を発生したり、徐々に陰影が移動して位相が変化したりする。また偽解像には反転するものと、反転の反転すなわち反転しないものがある。このような現象があると写真像から正確な情報を得ようとするとき大きな障害となる。

1m 程度の近距離撮影で $5 \times 5$ mmあるいは $2 \times 2$ mm位の大きな焦点で被写体が厚い場合、すなわち一般外科撮影、特殊撮影、間接撮影、病室撮影、断層撮影などは

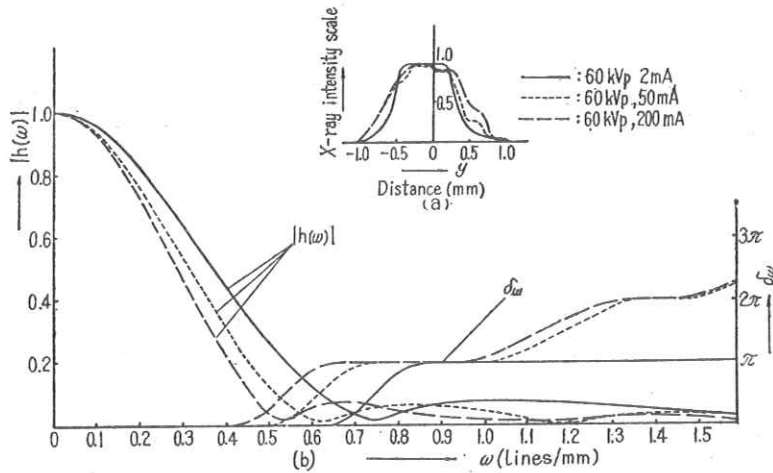


Fig. 13 X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $y$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.

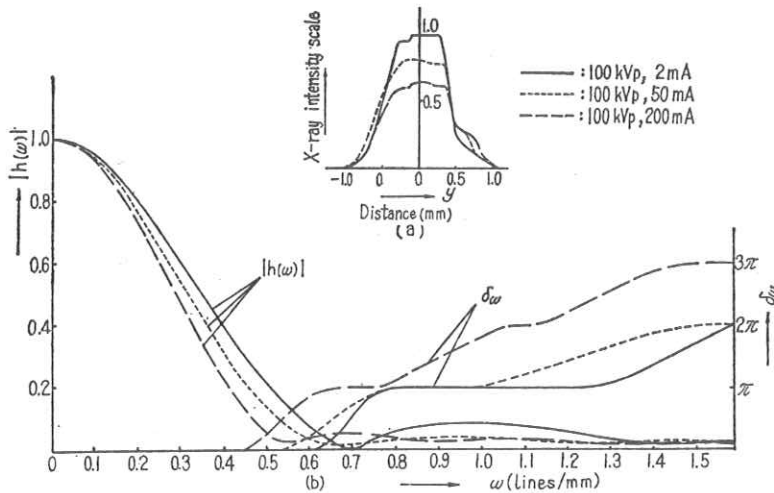


Fig. 14 X-ray intensity distributions of the  $2 \times 2$  mm focus in  $y$ -component and the amplitude and phase characteristics with respect to spatial frequencies.

位相の影響があらわれやすい状態といえる。殊に断層撮影では振子精度によつて焦点が見掛けより大きくなるため、偽焦点の現象があらわれるから注意が必要である。焦点が  $0.3 \times 0.3$  mm のように小さくても拡大撮影にこれを用うる場合、十分偽像の現象を考慮しなければならない。本実験の結果は基礎的なものであるが、実際どのような影響があるかは今後の課題である。

#### 4.2 実効焦点と作用焦点

本実験はすべて実効焦点について  $x$  軸,  $y$  軸方向の空間周波数特性を求めたものであるが、これはフィルム面上任意の場所に射影した焦点、すなわち作用焦点と被写体とフィルム面との距離によつて変化する。

したがつてピンホールの位置によつて、焦点の大きさが変わる。これらの焦点のレスポンス関数は実効焦点の

レスポンス関数に、幾何学的に計算できる倍率を乗ずることによつて求められる。

さらにひろがりおよび厚さのある立体的被写体については、上記の2項目以外に被写体内部におけるX線の吸収、散乱などを考慮せねばならぬが、これらについては別に報告する予定である。

#### 4.3 再現性、透過率特性曲線

焦点のX線強度分布の再現性をみるため一つのX線管で 60 kVp, 100 kVp のそれぞれ 50 mA の条件で時期を変えて別個に実験を行なつた。その結果は焦点の  $x$  軸方向のX線強度分布は大体よい再現性が得られたが、焦点の  $y$  軸方向のX線強度分布は再現性があまりよくない。この原因としては電源の問題、装置の安定性、X線管自身の安定性などが考えられる。したがつてこのよう

な場合には一つのX線管について何度も同じ条件で実験を行ない、焦点のX線強度分布の変動を把握し、その平均的な分布波形についてフーリエ解析を適用することが必要である。

透過率特性曲線は線質によつて異なってくる。したがつて線質に関係する電圧値、電流値が異なるとすべて特性曲線を作らねばならない。しかし電流値による線質の変化は電圧値によるものほど大きくはない。

一つの焦点のX線強度分布について、透過率特性曲線を直線で近似したものと、実際に透過率特性曲線を用いたものとをそれぞれフーリエ変換して比較してみたが、おのおのの空間周波数スペクトルには特に目立つた差異は認められなかつた。透過率特性曲線がなめらかな1価減少関数であることから当然と思われるが、正確には透過率特性曲線を用いてX線量分布になおし、フーリエ解析を適用する必要がある。

## 5. 結 言

X線撮影系をレスポンス関数によつて定量化する研究の始めとして、X線管焦点のX線強度分布のフーリエ解析を行なつた。その結果、位相の存在ならびに偽解像の現象を確認した。さらに管電圧、管電流をそれぞれ独立に変えたときの空間周波数分布の変化を明らかにした。またストロボ法による正弦波レスポンスの測定に関して1提案を行ない、2, 3の実験例をあげた。

終わりに、本研究に御理解と御鞭撻を戴いた本学医学

部立入教授並びに終始御懇篤なる御指導と御援助を戴いた大阪工業技術試験所村田博士に深く感謝の意を表す。電子計算機による計算は東京芝浦電気株式会社中央研究所井上修士に依頼したのでここに厚く感謝する。また3.1の実験は本学医学部遠藤技官、3.2, 3.3の実験は同じく末沢技官に担当して戴いたことを厚く感謝する。

## 文 献

- 1) D. Gabor: Progress in Optics 1, 111 (1960)
- 2) H. Wolter: Progress in Optics 1, 157 (1960)
- 3) P. M. Duffieux: *L'intégrale de Fourier et ses applications à l'optique*, Rennes, 1946
- 4) H. H. Hopkins: Proc. Roy. Soc. A217 408 (1953)
- 5) 内田 勝: 日放技 (東京都) 5 (1958), 6 (1959)
- 6) 内田 勝: 日放技 15, 77 (1959)
- 7) 内田 勝: 日本医放会誌 23, 1094 (1963)
- 8) 内田 勝: 日本医放会誌 24, 87 (1964)
- 9) 内田 勝: 第23回日本医放会総会演題 294, 296 (1964)
- 10) 大上進吾: 応用物理 29, 528 (1960)
- 11) 佐柳和男: 応用物理 26, 134 (1957)
- 12) 滝沢達見, 土井邦雄: 日本医放会誌 23, 1029 (1963)
- 13) 村田和美: 応用物理 28, 276 (1959)
- 14) 大上進吾: 応用物理 28, 531 (1959)
- 15) 佐柳和男: 応用物理 29, 155 (1960)
- 16) E. Ingelstam, E. Djurle, B. Sjögren: J. Opt. Soc. Am. 46, 707 (1956)
- 17) M. Höfert: Act. Radiol. 1, 1111 (1963)
- 18) J. W. Coltman: J. Opt. Soc. Am. 44, 55 (1954)
- 19) 久保田広: 生産研究 8, 315 (1956)
- 20) 村田和美, 松井弘之: 応用物理 25, 456 (1956)

第 3 章 X 線撮影系の画像の解析 (II, III)

- X 線線像のレスポンス関数について -

東大医学部放射線医学教室

竹 中 栄 一

工業技術院機械試験所

高 橋 照 彦

§ 1. 序 言

X 線撮影系における X 線像の伝達特性を解析するために、その基礎としていろいろの場合の X 線線像の強度分布やレスポンス関数を求めた。

§ 2. 理論的取扱

一般に被写体の強度分布を  $f(x)$ 、之が  $dx$  の線素の集合でありこの  $dx$  がこの系を通して像面に  $h(X-x)$  (但し  $X$  は像面の座標) に拡がっているとすると、像面の一点  $X$  における強度は  $x$  の変化に応じて  $h(X-x)$  が順次に重なりあって強度分布  $I(X)$  の像が出来ているとすると、

$$I(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot h(X-x) dx \quad (1)$$

但し一次元で考える。

$I(X)$ 、 $f(x)$ 、 $h(x)$  の Fourier 変換をとると

$$I(u) = F(u)H(u) \quad (2)$$

但し  $u$  は spatial frequency とする。

被写体として Edge を考えれば Edge は単位 Impulse ( $dx$ ) の集合と考え出来た Edge 像は Impulsive response  $h(x)$  が集合して出来上っていると考えられる。そうすれば Edge 像を微分するとき Impulsive response or line spread function が得られるから之を Fourier 変換すれば所謂レスポンス関数が得られる。

Edge 像の強度分布を  $i(x)$  とすれば Line spread function は次の様になる。

$$h(x) = \frac{d}{dx} i(x) \quad (1)$$

$h(x)$  を Fourier 変換して Normalize すると

$$H(n) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \cdot e^{-2\pi n \cdot x} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} h(x) \cdot dx} \quad (2)$$

但し  $\int_{-\infty}^{\infty} |h(x)| dx \leq M$  なる事を要する。

具体的に(1)については Lagrange と 5 点微分法を取り計算し、(2)式では

$$H(n) \doteq \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^m \{ h_i \cos(2v\pi x_i) + i \sin(2v\pi x_i) \} \Delta x}{\sum_{i=1}^m h_i \Delta x}$$

之を Simpson の  $3/8$  法により積分した。

尚(1)(2)の計算は電子計算機を使用した。

## § 2 Impulsive response に関する因子

### 1) X線管焦点— 対陰極の光面の粗さ, 回転陽極軸の振動

—電子ビームの性状, (管電圧, 陽極の構造, フィラメントの構造)

—X線ビームの形状, (電子ビームに関する)量子雑音, 焦点外X線

今の実験のとき  $FFD 80cm$  とすると  $f \times \frac{1}{800}$  で焦点の大きさが関係する ( $f$  焦点大きさ  $mm$ )。

### 2) 被写体— 散乱, 廻折, 干渉

本実験では散乱, 廻折とは断端仕上の形状と主線軸との実験誤差内の傾きにより関係する約  $1/200mm$  位である。

### 3) 増感紙及びフィルム

—露光の時間的変動, 両面性, 粒子の空間的分布である。

本実験では増感紙を使用していない, 片面フィルム又は片面剝離 (現像操作) したものをを用いた。

### 4) 付属装置— フィルター, 絞り, グリッド, カセット など, 但し本実験ではカセットを使用しない。

銅板 Edge から数  $mm$  離れた所で Film を銅板に密着させた。鋳  $10cm \times 5cm$  の三方向を固定, 主線軸の付近のみ, 特に Backscatter を除く様にベークライト圧近板を用いその中心付近のみ欠いてある。多少の斜方向散乱はやむを得ない。

### 5) 黒化度測定— ミクロフォトメーターの光束の大きさの影響を実際問題として大いにうける, 且平行光 (完全な) でないので両面フィルムのとき精度がおちる。

## § 3 実験方法及び測定

1. 厚さ  $1mm$  の銅板の, 十分に面, 及び断端仕上げしたものを, X線管軸を含む面上にあって, 断端が主X線軸と平行になる様に透視下で set する, 又 Siemens star でこの方向はチェックする。

2. 増感紙使用しないで, Film 乳剤面を Cu 板に密着させる。ベークライトで背面より圧迫, 視察ではほぼ完全に密着している細源を通る光はない。

3. 使用フィルム 片面フィルム及び両面フィルム (但し時に現像操作で片面を剝離した)  
(SAKURA NY Type 乳剤)

4. フィルムの  $\gamma$  補正及び強度補正, アルミ階段と銅階段を同時撮影し, フィルムの現像条件の変動を補正し, 之から, Edge の黒化度分布を X線強度分布に変換した。この補正は各撮影フィルム毎に行なった。

5. 黒化度測定 Scanning aperture  $2 \sim 3 \mu \times 400 \mu$  で長い方を Edge と平行においた。記録紙速度  $15mm/分$  試料速度約  $0.1mm/分$  であり, 密着 Edge の立上りは相当急だが十分濃度変動に記録ペンが追従している。両面フィルムの際はビント面は両面のほぼ中間に選んだ。

6. 計算 ミクロフォトメーター最低速度のとき  $0.016mm/1目盛$  ので Edge 像の急さに相応して 2 分割 ~ 8 分割した。積分区間は  $50 \sim 150$  分割した。微分は Lagrange の 5 点微分法によった。又積分は前述の様に Simpson の  $3/8$  法によった。初期には微分と積分を二段に分けて計算したが後には一連に計算した。Spatial frequency は  $0 \sim 1$  は  $10$  分割  $1 \sim 10$  は  $5$  分割して  $40 \sim 70$  本 /

mm迄求めた。cosine 成分, sine 成分, Spector 及び位相角を求めた。

7. Asymmetry 理想的にEdge像を微分したものはLine spread functionと同一になり、十分主線軸に近い範囲で対称になるべきだがフィルムの両面性、Edgeの散乱など§2に述べた理由で完全な対称にならない。それでEdge像の左半分、右半分と分けて計算した。

#### § 4. 撮影条件

管電圧 55 kVp, 85 kVp, 110 kVp

焦点の大きさ 公称 1×1, 2×2mm<sup>2</sup>

拡大率 ×1, ×1.05, ×1.33 など

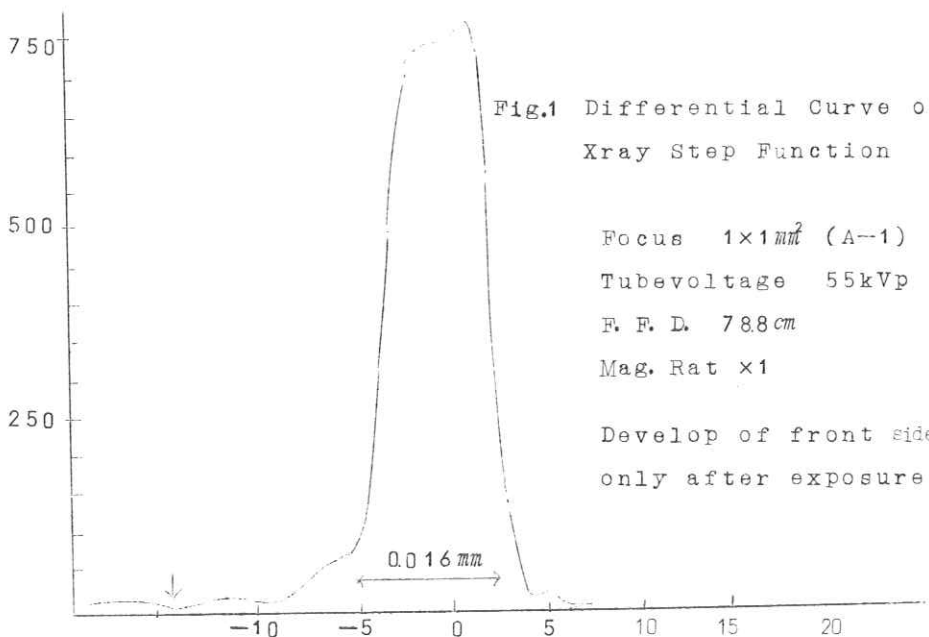
焦点フィルム間距離 78.8cm, 120cm, 161.5cm

など、増感紙を使用せず、

#### § 5. 計算結果及び考案

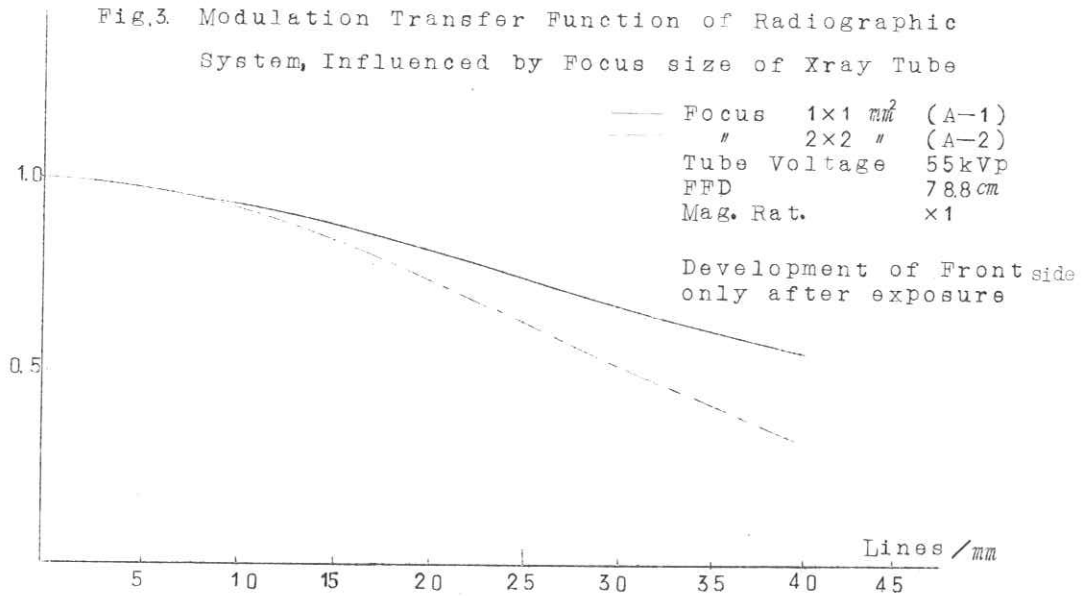
Edgeの強度分布を微分したLine spread functionはSlit法よりも正確であるが実験Errorは多いといわれる。本実験にて所謂K. RossmannによるUnsharpnessとして斜方向入射のX線によるものをErrorとして考えると約1/200mmである。透視蛍光板を使いEinstellungしたから、仮に1/100mmとしてもRectangular wave functionと考えれば1/200mmの中と考えてよい。焦点の影響は1/800mm~2/800mm(公称焦点として)のAperture admittanceとして関係してくる。Scanning apertureは2~3μの中故之も関係して来る。之らFocal spot, unsharpness, Scanning apertureの影響を図示するとFig6の様になる。

公称1×1mm焦点のときLine spread function Fig1の通りで半波高巾値は0.016mmで

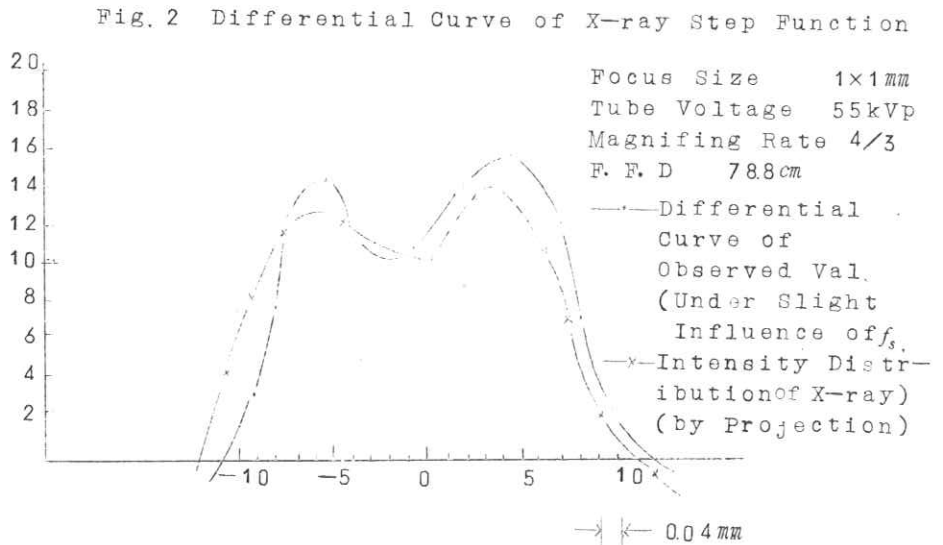




ある。又そのMTFは40 lines/mmで0.55に達する。この時焦点の影響は計算上は1mmと2mmで Cutoff frequencyで800 lines/mm, 400 lines/mmでMTF上関係ない様に思えるが、実測すると2×2の方のMTFが必ず悪くでている。

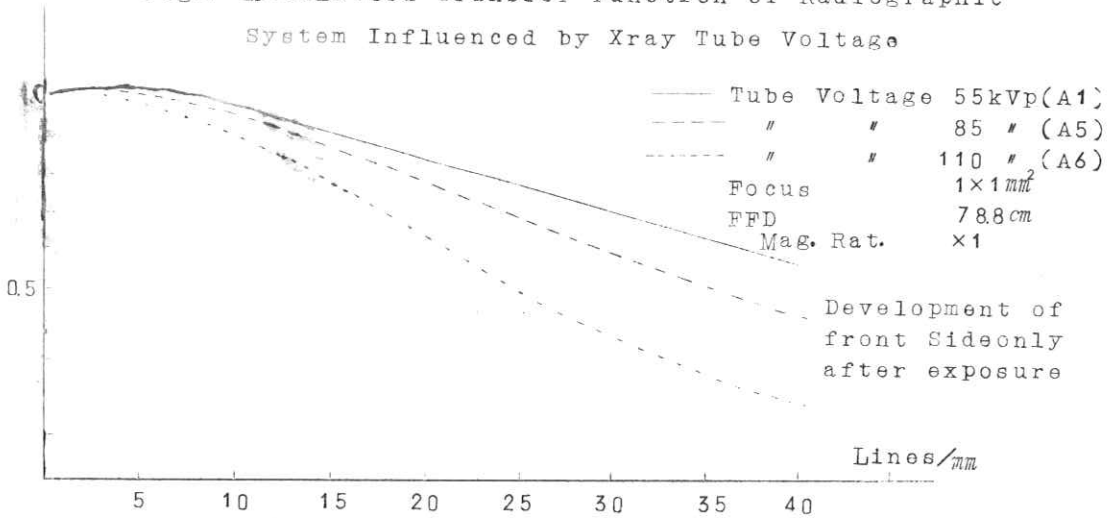


約4/3拡大以上になると、Line spread function が焦点の強度分布と相似形になって来る。



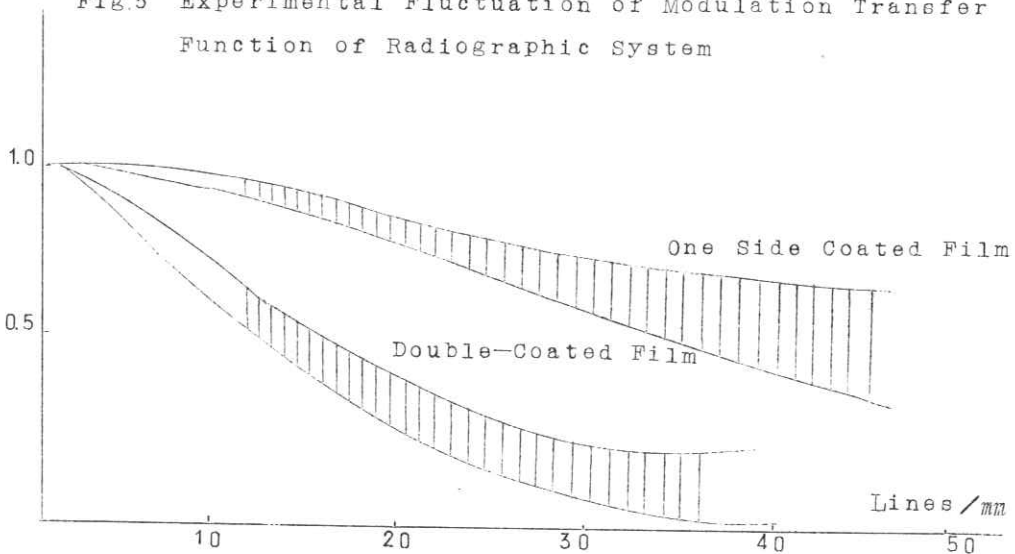
電圧を55 kVpから85 kVp, 110 kVpとあげると実測値でMTFが悪くなるのは散乱線厚さ1 mm Cu Edge のX線の透過率が高くなる事, Einstellungs unscharfe が同透過率大になるのでそのため大になると考えられる。

Fig.4 Modulation Transfer Function of Radiographic System Influenced by Xray Tube Voltage



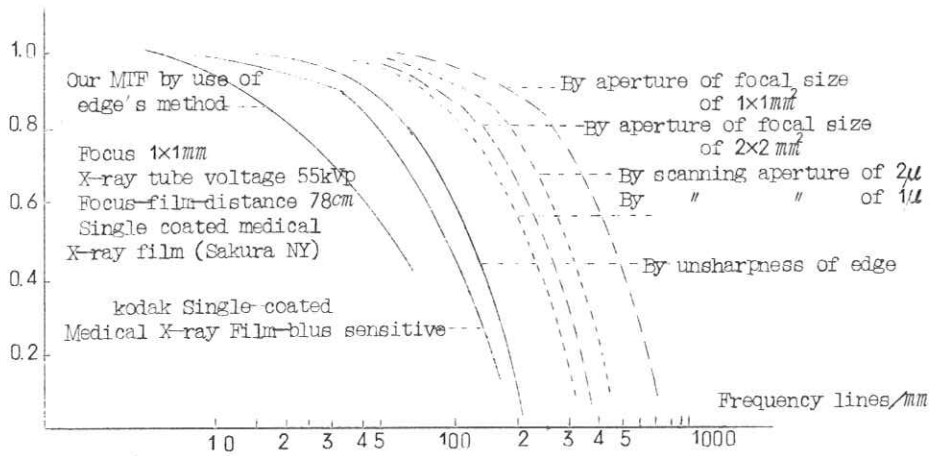
本法による測定のパラツキは Fig の通りである。40 lines/mm の所で約 0.35 ~ 0.65 に達する。

Fig.5 Experimental Fluctuation of Modulation Transfer Function of Radiographic System



Line spread functionが何故生ずるか考えると § 2 の様な因子が考えられる。この中焦点の大きさは前述の様である。次に Film の銀粒子を  $2\mu$  とすると Film の Line spread function は  $4\mu$  の広がりを持つといわれる。之と K. Rossmann の MTF におけるその差は彼の実験誤差や焦点の大きさなどが関係していると思う。又 K. Rossmann の Curve と本実験との差は K. Rossmann では Slit を通して ( $0.5\mu$ ) Film に照射しているから Film の MTF line spread function と考えてよいが、本実験では Film の半分は X 線に照射されているので空中の散乱線や Edge の散乱線が加わっている。故に K. Rossmann の Data より悪くなっている。

Fig. 6 Some Frequency Characteristics in Radiographic System



焦点のみの MTF を計るのなら焦点の強度分布を Fourier 変換してよいし、Film の MTF を上述の様な Slit 法が良いであろう。本実験では Film の MTF, 焦点の MTF, Scanning aperture の MTF が重畳したものが計られていると考えられる。

焦点の強度分布の方向による MTF の差や、拡大撮影により Film の MTF の影響を小さくした MTF については後述する。( R I I 資料 3-5, R I I 資料 5-5 )

## § 6 結 論

Knife Edge ( Cu 1mm 厚さ ) を使用して、Line Spread function を求め、更に X 線線のレスポンス関数を電圧、焦点の大きさ、倍率をかえて測定した。この線像レスポンス関数は Film のレスポンス関数を含んでいるが散乱体や増感紙あるときのレスポンス関数の基礎として求めた。

文 献

1. カメラ工業技術研究組合編  
写真レンズとレスポンス関数
2. K. Rossmann and G. Lubberts: *Am. J. Roentgenol.* 86(235) 66

質 問 討 論 (Ⅱ)

村田：1倍，4/3倍の意味は。

竹中：拡大率のことである。

村田：密着の場合はフィルムのレスポンス関数が測定されているのではないか。拡大してレスポンス関数が変化するのはおかしい。

質 問 討 論 (Ⅲ)

竹中：edgeの材料からの散乱線によるレスポンス関数の測定の誤差は無視できない。

村田：散乱線と言うのは弱い大きい光源と考えたらよいか。

竹中：Cu板厚さ1mmのedgeを用いたのはpbでは加工しにくいからである。

宇山：細いスリットならば散乱線は考えなくてもよいのではないか。又Cu板1mmではedgeの黒化度はレスポンス関数測定に役立たなかったが。

竹中：そんなことはないCu板1mm厚さで充分使える。

大上：膜の両面を測定出来るマイクロフォトメーターは作れば作れる，edge slitの長所，欠点について

## 第 4 章 X 線撮影系のレスポンス関数

### (II) X 線管焦点

土 井 邦 雄

(大日本塗料株式会社研究部)

#### 1. 緒 言

Ingelstam et al.<sup>1)</sup> の言葉通りに、近年 imaging system は、レスポンス関数によって評価されることが多くなりつつあるが、X線撮影系では、個々のボケの element<sup>2-7)</sup> の画像再現特性表示に関して用いられるばかりでなく、この系に含まれる各 element の合成<sup>8-11)</sup> に対しても応用されつつある。

この imaging system では、多くの異なつた種類のボケの element があるので、これらを正確にとらえること、およびこの中のいくつかは空間領域における分布の変換が非線型なので、これに関する tone reproduction の問題等を明確にすることが必要である。しかる後に、この X 線撮影系における被写体から最終画像までの image transfer を支配する因子を決定すれば、合理的な撮影方式や撮影技術に関する問題は、相当明確にされると考えられる。

従来、X線管焦点の有限な分布によつて生じるボケをレスポンス関数によつて取り扱うには、公称焦点の大きさをそのままフーリエ変換して用いるもの<sup>8,9)</sup> が主であったが、最近、金属製ピンホールによつて撮影した焦点の分布をマイクロトレースして、強度分布に変換してからフーリエ変換によつてレスポンス関数を求めることが試みられている<sup>12,13)</sup>。この方法では、マイクロトメーターに細長いスリットを用いてフィルムを走査することによつて、焦点の点像強度分布から線像強度分布への変換を行なつているので、写真フィルムの非線型が相当影響していると考えられる。これを取り除くには、二次元の標準化定理で定まる点のマイクロトレースをした後に、特性曲線を用いてX線強度に変換してから、積分とフーリエ変換を行なわねばならないが、被写体にピンホールを使わず、スリットかエッチを用いると、この誤差はなくなる。

この研究では、前報<sup>6)</sup> に引き続いてX線撮影系のボケ

の因子として重要なものの1つであるX線管焦点のレスポンス関数について取り扱うもので、X線用蛍光板を用いて光電的にこのX線管焦点のレスポンス関数を求める。被写体にはスリットを用いて、焦点のX線強度分布を蛍光板上に、光強度分布として再現し、これを蛍光板のレスポンス関数測定に使用される直接走査装置を用いて光学的にフーリエ変換することによつて、X線管焦点のレスポンス関数は求められる。

この方法によつて得られた結果は、シーメンススターによる焦点の写真およびピンホールやスリットによる像と比較を行なう。さらに、X線管の構造上必然的に生ずるこれらの画角特性を求める。

#### 2. X 線管焦点のレスポンス関数とその測定法

X線写真では、被写体のX線吸収差に応じた影絵を撮影しており、X線像のなかでしめる物質によるX線の回折像の寄与は小さく、X線像の形成については、幾何光学的に取り扱うことができる<sup>14)</sup>。

X線発生源として像面に平行な成分を考え、被写体面の原点  $x'=0$ ,  $y'=0$  における単位インパルスに対する応答を像面で  $f(x, y)$  とすると、これは焦点の点像強度分布である。一般には、被写体は三次元の分布を持っているが、これの像面に平行な1断面の成分  $o(x', y')$  を用いると、像面における分布  $i(x, y)$  は以下の convolution 積分で与えられる。

$$i(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x', y-y') \cdot o(x', y') dx' dy' \quad (1)$$

像形成に対する焦点の作用は、レンズや写真フィルム等とは物理的な内容の若干異なつたものであるが、上述のごとく焦点、被写体および像の関係は、(1) 式の convolution 積分で与えられるので、これらをフーリエ変換して考えると、焦点に対してレスポンス関数を定義することができる。

なお、(1)式が成立するためには、time filter の考えと同様に、linearity と invariance が要求される<sup>15)</sup>。レンズ等の場合の linearity の条件は、この場合には  $o(x', y')$  が変化しても、 $f(x, y)$  が一定であることに相当し、これは当然満足されていると考えられる。invariance については、X線管の焦点面が、構造上照射方向と垂直でないで、macroscopic には成立しないが、レンズの場合<sup>16)</sup>と同様に、small displacement での microscopic な領域では成立すると考えられる。一方、macroscopic な変化を画角特性と呼ぶことができる。

以上から、X線管焦点のレスポンス関数  $F(\nu, \tau)$  は以下のように点像強度分布  $f(x, y)$  のフーリエ変換で定義できる。

$$F(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp\{-2\pi i(\nu x + \tau y)\} dx dy \quad (2)$$

焦点、被写体および像の関係を Fig. 1 に示す。

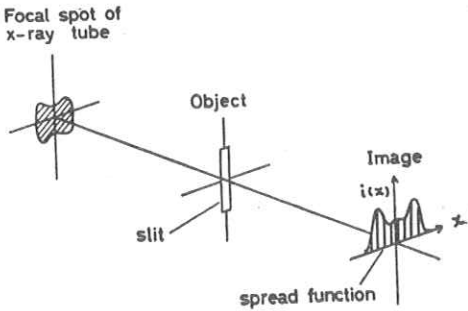


Fig. 1 Illustration of the relation among a focal spot of X-ray tube, an object and an image.

従来、焦点のボケにおよぼす影響は、被写体面に特定の分布（たとえば、ピンホール、シーメンススターおよび並列細線等）を用いて、この応答を求めることによって調べられているが、ここでは、Fig. 1のごとくに、被写体に金属製スリットを用いて蛍光板上に焦点の線像強度分布を再現させ、これをフーリエ変換して、焦点のレスポンス関数を求める。この方法で蛍光板上に光強度分布となつて再現される焦点の分布は、蛍光板のレスポンス関数および焦点の拡大倍率が影響しているので、この成分を補正してから焦点のレスポンス関数を定めることができる。つまり、蛍光板はX線撮影系において chain の中の1つの link をなすと考えられるので、これに空間周波数領域で  $I(\nu)$  のX線入力があれば、蛍光板のレスポンス関数  $FI(\nu)$  を用いると、得られる可視光出力の空間周波数成分は  $I(\nu) \cdot FI(\nu)$  となる。したがって、

光板を用いてX線像の空間周波数成分を求めるには、いつも  $FI(\nu)$  の成分を分離してやらねばならない。

Fig. 2は、レスポンス関数測定に用いられる直接走査装置の原理図を示す。フーリエ変換は面積型正弦波チャートを用いるマスク法によつて行なわれる。金属製スリットは、X線管と蛍光板の間を移動できるようになつていて、これが蛍光板に近づくにつれて、焦点の影響は小さくなり、蛍光板だけのレスポンス関数を求めることができる<sup>6)</sup>。測定系の alignment は、スリットの後に蛍光板と光電子増倍管を置いて、光電流変化を観察しながら調整された。スリット幅は、0.05~0.1mm を用いた。焦点の拡大倍率を0.5以上にとると、空間周波数2本/mm 以下では、このスリットによる影響はほとんど negligible である。

レスポンス関数の測定された焦点は、Table 1 に示される2つのものである。おのおのの焦点のピンホール写真を、Fig. 3 に示す。

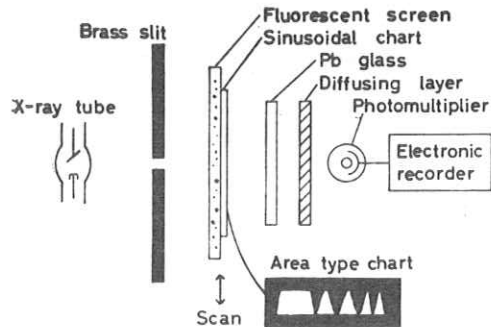
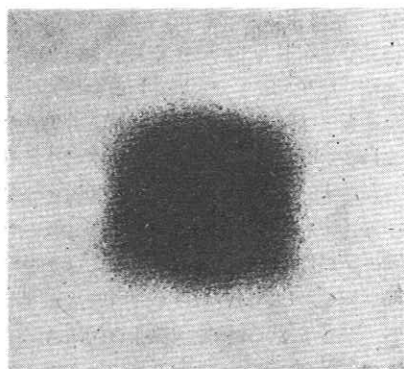


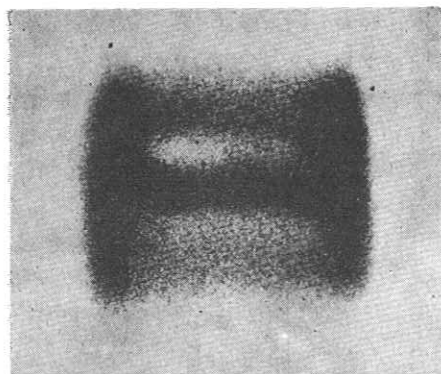
Fig. 2 Schematic diagram of a direct scanning apparatus for measurement of optical transfer functions of the X-ray fluorescent screen and the focal spot of X-ray tube. The position of the slit can be varied between the X-ray tube and the fluorescent screen.

Table 1 X-ray tubes under test.

No.	X-ray tube	Nominal focal spot size	X-ray equipment
1	DRX-76B Rotanode	2.0×2.0 mm <sup>2</sup>	Sirius 910T (Osaka Roentgen Works, Ltd.)
2	SDR-10	5.0×5.0 mm <sup>2</sup>	Hokokugo (Shimazu Seisakusho, Ltd.)



(a)



(b)

Fig. 3 Photographs of the focal spots taken by the pin-hole made of lead plate.

(a) X-ray tube No. 1, (b) X-ray tube No. 2

### 3. レスポンス関数の測定結果

Fig. 4 は測定結果とそれからの X 線管焦点の成分の分離を示す。  $Fl(\nu)$  は、焦点の拡大倍率  $m=0.01$  の時に得られた蛍光板のレスポンス関数であり、  $Fl(\nu) \cdot F(\nu)$  は、  $m=0.5$  の時に測定されたレスポンス関数で、焦点および蛍光板のレスポンス関数が乗算されたものを含んでいる。これらから、  $m=0.5$  の時における焦点のレスポンス関数  $F(\nu)$  は簡単な割算から求めることができる。これを点線で示す。拡大倍率の影響は、単に横軸のとり方の変化だけなので、一義的には  $m=1.0$  に換算して表示するのが便利である。

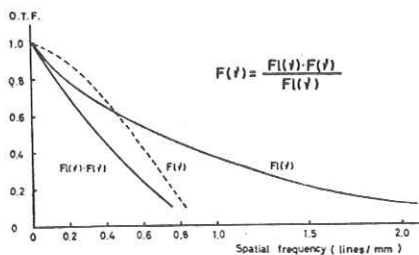


Fig. 4 Measurement of the optical transfer function of the focal spot of X-ray tube.  $F(\nu)$  can be obtained by the simple division using two results, i. e.,  $Fl(\nu)$  and  $Fl(\nu) \cdot F(\nu)$ .

X-ray tube: No. 1, X-ray tube voltage: 70 kVP, Magnification ratio: 0.5, Screen: F-2 (Kyokko)

測定に用いられる蛍光板として、硫化亜鉛カドミウム系蛍光体およびタングステン酸カルシウム蛍光体からなるものを用いると、得られる焦点のレスポンス関数は両者の場合とも一致し、蛍光体依存性を示さなかつた。

X 線管電流の 1 mA から 5 mA までの変化および X 線管電圧の 50 kVP から 90 kVP までの変化は、X 線管焦点のレスポンス関数を変化させなかつた。

なお、X 線管焦点の分布は、Fig. 3 に示されるごとく一般に等方的でないので、レスポンス関数は各方向について求めなければならない。

Fig. 5 は、No. 2 の焦点について矢印の方向に測定したレスポンス関数を示す。この結果から、この焦点では 2 回の偽解像を生じると考えられる。

この測定法では、レスポンス関数の振幅成分しか得ら

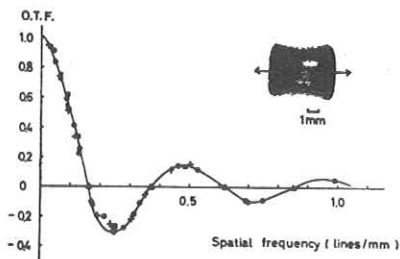


Fig. 5 Optical transfer function of the focal spot of X-ray tube along the arrow line.

X-ray tube: No. 2, Magnification ratio: 1.0

れないが、螢光板のレスポンス関係は位相成分を含まず、また焦点の点像強度分布  $f(x, y)$  は、大抵の場合点対称と見なせるので、フーリエ正弦変換の成分は考慮しなくてよいと考えられる。

Fig. 6 は、No. 1 の焦点について (1.0), (1.1) および (0.1) の各方向について測定したレスポンス関数を示す。これから、(1.0) および (0.1) 方向について偽解像が期待できるが、(1.1) 方向では負の成分を持っていない。

しかし、この焦点のレスポンス関数は、低空間周波数では3方向ともほとんど一致しており、X線撮影系での実際的な image transfer に関しては、この低空間周波数の成分だけで充分取り扱うことができる<sup>10)</sup>。

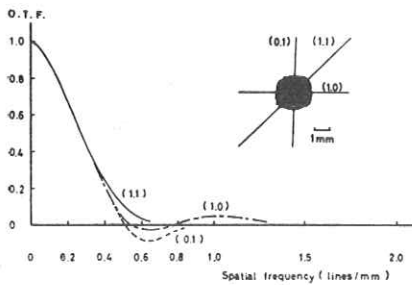


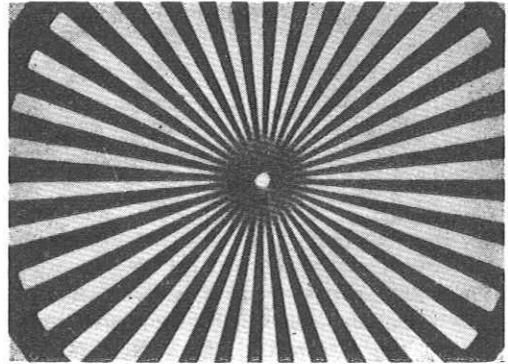
Fig. 6 Optical transfer functions of the focal spot along three directions.  
X-ray tube: No. 1, Magnification ratio: 1.0

#### 4. X線管焦点の強度分布

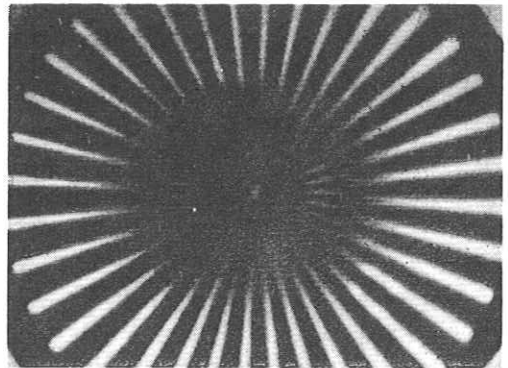
実測されたレスポンス関数およびこれから計算される線像強度分布は、特定の被写体による像と比較することができる。

Fig. 7 は、被写体にシーメンススターを用いて撮影した No. 1 および No. 2 の X線管焦点の写真である。なお、このシーメンススターは、photo etching した銅板に鉛を電着し、その後酸で銅を溶解することによって作成したものである。

これらのシーメンススターによる結果を Fig. 5 および Fig. 6 のレスポンス関数と比較すると、Fig. 7 (a) では、Fig. 6 の (1.0) および (0.1) に対応する方向で偽解像が見られ、また (1.1) 方向では像の反転は観察されない。Fig. 7 (b) では、Fig. 5 から予測される2回



(a)



(b)

Fig. 7 Photographs of the Siemens' star.  
(a) X-ray tube No. 1, (b) X-ray tube No. 2

の偽解像が見られる。

これらの結果は定性的であるが、よい対応と考えられる。

Fig. 8 は、レスポンス関数から求められた線像強度分布とスリット像から写真測光によつて求めたものとの比較を示す。実線は、No. 2 の焦点について測定された Fig. 5 のレスポンス関数から数値積分によつてフーリエ逆変換され求められた線像強度分布である。○印は、被写体にスリットを用いて撮影した焦点の像から、フィルムをマイクロレースした後、X線強度分布に変換して求めたものである。

この結果は、両側にノビているスソの部分と、大きなピークの高さの不一致を示しているが、2種の実験上の誤差を考慮すると、一応の対応は得られたと考えられる。



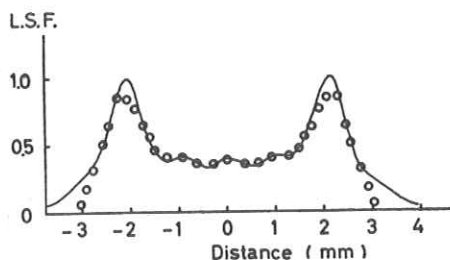


Fig. 8 Comparison of the line spread function between the calculation and the measurement. Solid line shows the line spread function calculated by numerical integrations using optical transfer function data in Fig. 5. Experimental points are obtained from the slit image using photographic film.

### 5. X線管焦点による画角特性

X線管の target 面は、Fig. 9 のごとく構造上、被写体面および像面と平行にならず、角度  $\alpha$  で交わっている。このため焦点による像面への射影の分布は、被写体面上の位置に強く依存し、画角特性を考慮しなければならなくなる。Fig. 10 は、被写体に多数ピンホールを用いて撮影した焦点の画角特性を示す。

この画角特性は、簡単に幾何学的手法で求めることができ、ここでは、照射野中心の有効焦点から任意の位置の分布を求めることを考察し、空間周波数領域で実験との比較を行なう。

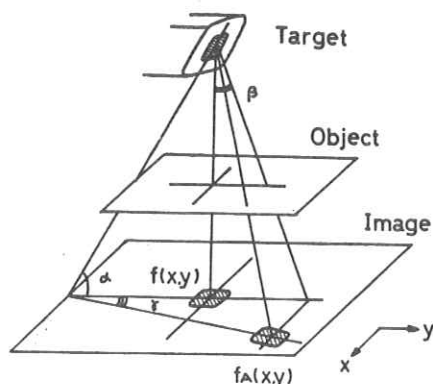


Fig. 9 Illustration of the spatial position of target plane, object plane and image plane. Field characteristics can be obtained from the point spread function  $f_A(x, y)$  at arbitrary position.

#### 5.1 幾何学的考察

像面において Fig. 9 のごとく、 $y$  軸を X 線管軸に平行に、また  $x$  軸をこれに垂直にとり、照射野中心の有効焦点の点像強度分布を  $f(x, y)$  とする。ただし、 $x$  軸お

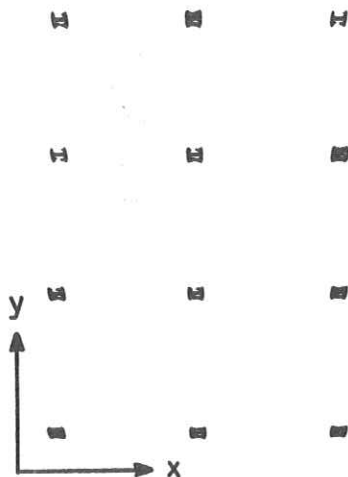


Fig. 10 Illustration of field characteristics for the focal spot of X-ray tube. Point spread functions are obtained by pin-holes at twelve positions.

よび  $y$  軸は、macroscopic な各画角における点像強度分布を与えるための microscopic な座標系とし、各画角の中心を原点にとりとする。照射野中心から  $y$  軸方向に角度  $\beta$  および照射野中心の  $y$  軸と target 面との交点から  $x$  軸方向に角度  $\gamma$  の点での点像強度分布を  $f_A(x, y)$  とすると、画角特性は、 $f(x, y)$  から  $f_A(x, y)$  を求めればよいことになる。

これには、 $y$  軸方向の角度  $\beta$  によつて生ずる射影の大きさの変化および角度  $\gamma$  によつて生ずる斜交座標軸への変換の 2 つを考慮すればよい。

target の中心と被写体面の距離を  $R$ 、被写体面と像面の距離を  $r$  とすると、Fig. 11 から有効焦点  $E$  は実焦点  $F$  から

$$E = (r/R)F \cos \alpha$$

となり、任意の位置の焦点  $E'$  は

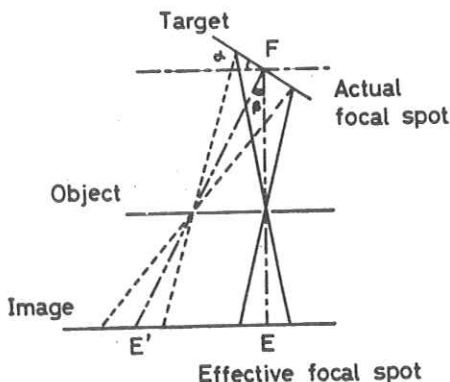


Fig. 11 Illustration of the variation of the focal spot size on the image plane.

$$E' = E(1 + \tan \alpha \tan \beta)$$

となる。ただし、 $\beta$  はフィラメント側に正にとる。また、射影によつて生ずる  $E$  の比対称は、 $R$  を大きくすると negligible である。

よつて、 $y$  方向の射影の大きさの変化と角度  $\gamma$  で交わる斜交座標軸への変換を考慮すると、 $f_A(x, y)$  は

$$f_A(x, y) = f\{x + y(1 + \tan \alpha \tan \beta) \tan \gamma, y(1 + \tan \alpha \tan \beta)\} = f\{x + k_1 y, k_2 y\} \quad (3)$$

$k_2 > 0$

となる。

有効焦点に関して、 $x$  軸および  $y$  軸方向の線像強度分布  $f^*(x)$ 、 $f^{**}(y)$  およびレスポンス関数  $F^*(\nu)$ 、 $F^{**}(\tau)$  を、(2) 式から

$$\left. \begin{aligned} f^*(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \\ F^*(\nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x) e^{-2\pi i \nu x} dx \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} f^{**}(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx \\ F^{**}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} f^{**}(y) e^{-2\pi i \tau y} dy \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

と定めると、 $f_A(x, y)$  に関する  $x$  軸および  $y$  軸方向の線像強度分布  $f_A^*(x)$ 、 $f_A^{**}(y)$  およびレスポンス関数  $F_A^*(\nu)$ 、 $F_A^{**}(\tau)$  も同様に定まる。(3) 式を用いると、 $x$  軸方向では (4) 式から

$$f_A^*(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + k_1 y, k_2 y) dy$$

となるが、 $k_1 = 0$  では

$$f_A^*(x) = (1/k_2) f^*(x)$$

となり、これを正規化すれば、レスポンス関数は

$$F_A^*(\nu) = F^*(\nu)$$

が得られる。これから、 $k_1 = 0$  すなわち  $\gamma = 0$  軸上では、 $x$  軸方向のレスポンス関数は一定である。

$y$  軸方向については、(5) 式から

$$f_A^{**}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + k_1 y, k_2 y) dx = f^{**}(k_2 y)$$

となり、レスポンス関数は

$$F_A^{**}(\tau) = F^{**}(\tau/k_2) \quad (6)$$

となる。これから、 $k_2$  を与える任意の位置の  $y$  軸方向のレスポンス関数は、有効焦点のレスポンス関数  $F^{**}(\tau)$  を用いて計算できる。

## 5.2 計算と実測との比較

5.1 の結果は、有効焦点のレスポンス関数を求めると、その結果からいくつかの特定の位置のレスポンス関

数が簡単な計算によつて得られることを示しているが、Fig. 12 は、計算結果と実測との比較を示す。

ここで、 $\alpha = 70^\circ$  とし、 $F(\nu/1.41)$  では  $\beta = 8.5^\circ$ 、 $F(\nu/0.59)$  では  $\beta = -8.5^\circ$  を用いて、(6) 式から求まる点のレスポンス関数を比較する。この2つの条件において、実線は  $F(\nu)$  からの (6) 式による計算結果を示し、実測値をその上に示した。

この結果から、計算と実測のよい対応が得られ、X線管焦点の画角特性は、5.1 の方法によつて求められることが示される。

なお、実際にはX線の照射野における強度分布は一定でないが、画角特性を論ずる microscopic な領域では一定とみなすことができると考えられる。

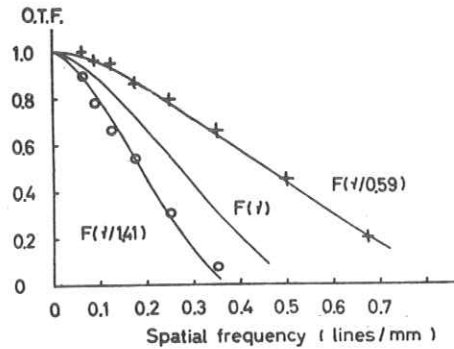


Fig. 12 Comparison of the field characteristics between calculations and experiments. Solid lines at  $F(\nu/0.59)$  and  $F(\nu/1.41)$  are calculated from  $F(\nu)$  using eq. (6). Experimental points are obtained at  $\beta = 8.5^\circ$  (○) and  $-8.5^\circ$  (+). X-ray tube: No. 1, Magnification ratio: 1.0  $\alpha = 70^\circ$

Fig. 12 に示されるX線管焦点の画角特性は想像以上に大きい。この結果は実際的な臨床X線写真に大きな示唆を与えることができる。たとえば、胸部診断では病巣部と目される肺尖部分をX線管球のtarget側に位置させることが推奨されているが、これはレスポンス関数の良い画角を病巣部に用いることを意味している。

## 6. 結 言

X線管焦点は、他のボケの element と同様にレスポンス関数によつて取り扱えることを示し、これを蛍光板を用いて光電的に測定した。この方法では、写真フィルムを用いる方法に比べて容易に測定できることがわかつた。

X線管焦点の分布は、一般には等方的でなく、方向によつて異なつたレスポンス関数を示し、ある方向では負の成分を有する。これについては、シンメンスターで得られた偽解像の写真とよい対応をなすことが示された。

レスポンス関数からフーリエ逆変換して得られた線像強度分布およびスリット像から写真測光によつて得られたものは、実験誤差内でよい対応をなすことが示された。

X線管の構造上生ずる画角特性については、任意の位置における点像強度分布を求めることを試み、いくつかの特定の位置では、簡単にレスポンス関数が得られることを示した。これは計算結果と実測とのよい一致によつて裏付けられた。

画角特性の大きいことを利用して、実際的な臨床写真では、被写体に応じた配置による撮影が有効であることが示唆された。

最後に、本研究に多くの示唆を与え、御討論下さったキャノンカメラ佐柳和男博士、実験に当り種々御援助頂いた早稲田大学大頭仁助教授、たえず御指導御討論下さった当社研究部鳥生敬郎博士、坂本轟氏および実験に御協力下さった当社研究部と茅ヶ崎工場の各位に深く感謝致します。

#### 文 献

- 1) E. Ingelstam, E. Djurle and B. Sjögren: J. Opt. Soc. Am. **46**, 707 (1956)
- 2) R. D. Moseley, T. Holm and I. H. Low: Am. J. Roentgenology **92**, 418 (1964)
- 3) R. H. Morgan, I. M. Bates, U. V. Gopalarao and A. Marinaro: *ibid.* **92**, 426 (1964)
- 4) H. W. A. Schober: Preprints of ICO Conference on Photographic and Spectroscopic Optics, 271 (1964)
- 5) 土井邦雄: 応用物理 **33**, 50 (1964); 滝沢達児, 土井邦雄: 日本医学放射線学会誌 **23**, 1029 (1963)
- 6) 土井邦雄, 佐柳和男: 応用物理 **33**, 721 (1964)
- 7) K. Rossmann: Am. J. Roentgenology **90**, 863 (1963); K. Rossmann: J. Opt. Soc. Am. **52**, 774 (1962)
- 8) W. F. Oosterkamp and C. Albrecht: *Technological Needs for Reduction of Patient Dosage from Diagnostic Radiology*, 251 Charles C. Thomas, Publisher (1963)
- 9) R. H. Morgan: Am. J. Roentgenology **88**, 175 (1962)
- 10) K. Doi, A. Kaji, T. Takizawa and K. Sayanagi: *Proceedings of ICO Conference on Photographic and Spectroscopic Optics* (to be published)
- 11) 土井邦雄: 東京都 X 線技師会誌 6月号~11月号 (1964)
- 12) 内田勝: 応用物理 **34**, 97 (1965)
- 13) 金森仁志, 田中義原: 日本医学放射線学会誌 **24**, 935 (1964)
- 14) K. Rossmann and H. E. Seemann: Am. J. Roentgenology **85**, 366 (1961); K. Rossmann: *ibid.* **87**, 387 (1962)
- 15) E. L. O'Neill: *Introduction to Statistical Optics*, 13 Addison-Wesley Publishing Company (1963)
- 16) H. H. Hopkins: *Proceedings of the Conference on Optical Instrument and Techniques*, 480 Chapman and Hall Ltd. (1961)

質問討論

山根：使用装置は

土井：シリウスの全波整流部分を用いた

内田：画角特性は斜交軸だけを求めたのか

土井：そうだ

金森：一回の測定時間は

土井：約3分である

津田：残光はあるか

土井：ある。expでおちるとした

村田：チャートは蛍光板に密着か

土井：そうだ

内田：一度光に変えて、焦点のレスポンスを求めているが、フィルム法とどちらが精度がよいと思うか

土井：蛍光法がよいと思う

村田：蛍光板でみるのが実際であるから、この方法がいゝのではないか。

大上：フォトマルの光をひろう角度は

土井：エンドタイプフォトマルとスクリーンの間は1cmで拡散板を使っている

大上：拡散板が白いと反射でレスポンス関数が悪くなるのではないか

土井：考えられる

村田：測定中X線は安定しているか

土井：安定していないから数回の平均をとる

金森：蛍光板では測定中の電源の変動もあり精度はフィルム法がいゝと思う

土井：応用物理10月号に発表しているから、こまかいことはみていたどきたい。Scanning 速度は0.5 mm/sec である

## 第 5 章 第 1 節

### X線管焦点のレスポンス関数

#### Optical Transfer Functions of X-ray Tube Focal Spots for Various Tube-Currents

Hitoshi KANAMORI

Shimadzu Seisakusho Ltd., Kyoto

Morgan<sup>1)</sup> derived the optical transfer function (O.T.F.) of focal spots assuming uniform intensity. Uchida<sup>2)</sup> showed that intensity on spots is not uniform and that under small tube-currents the O.T.F. scarcely changes with various voltages applied. The present note illustrates that as current increases the O.T.F. decreases more than in experiments by Uchida.

A 2-mm focus tube (Shimadzu Circlex 2C) was connected to a single-phase Graetz-type high-voltage generator (Shimadzu KD-150L). Latitudinal (perpendicular to filament) and longitudinal (parallel to filament) slit-images of focal spots for various tube-currents were radiographed through a 0.3 mm slit of a lead plate with triple magnification (10 vs. 30 cm). Transmission curves of slit images obtained by microphotometer scannings were calibrated into intensity distribution curves by means of standard films developed with spot-image films. The slit width of a microphotometer was 20 microns. Typical intensity distribution curves thus obtained are shown in Fig. 1. Curves (a) and (b) correspond to latitudinal and longitudinal slit images respectively. The abscissa are calibrated to the scale at the focus. As current increases, spot size increases and only two distinct peaks become obvious in the

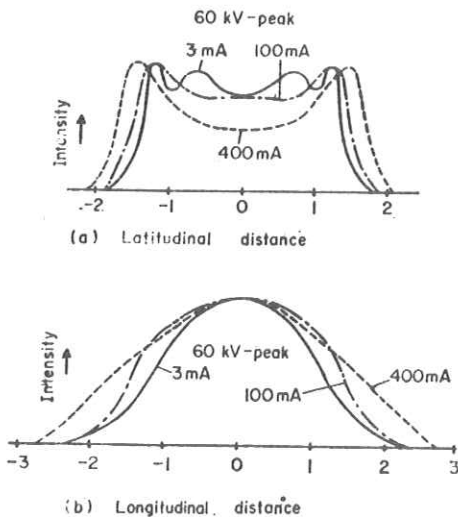


Fig. 1 Intensity distributions obtained from latitudinal (a) and longitudinal (b) slit images of the focal spots

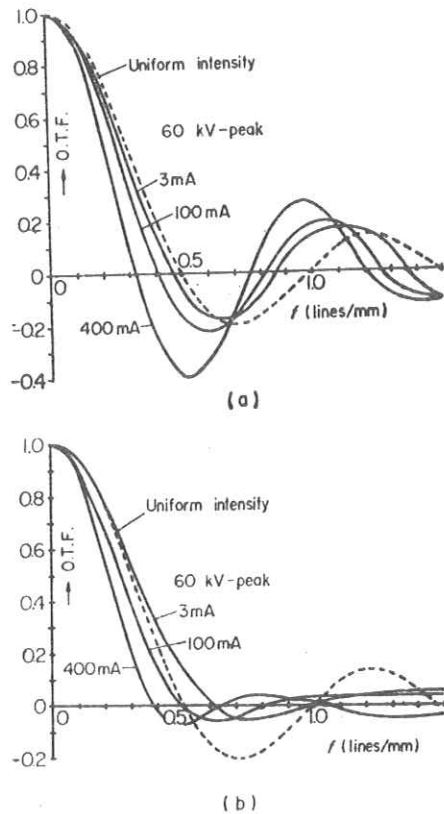


Fig. 2. Latitudinal (a) and longitudinal (b) optical transfer functions of the focal spots

case of latitudinal intensity.

Taking the Fourier cosine transform of intensity distributions, calibrating the slit effect, and conducting the normalization, we obtain the modulus of O.T.F. of focal spots shown in Fig. 2, which shows the nature of frequency spectra of the focal spots. As current increases, the modulus bands become narrower and the first cut off frequencies decrease, suggesting that image sharpness due to a focal spot decreases. Comparison of the frequency contents of various bands between Fig. 2 (a) and (b) shows that spurious resolution, caused by phase shifts of  $\pi$  in the O.T.F. of the focal spots, is presumed to be more obvious in the latitudinal direction than in the longitudinal.

O.T.F.'s due to a uniform 2 mm square spot are added to Fig. 2 with dotted lines. Latitudinal spurious resolution due to an actual spot is more evident than that due to a uniform spot, and is less evident than the longitudinal spurious resolution.

#### References

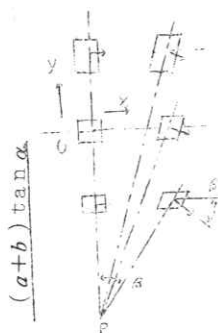
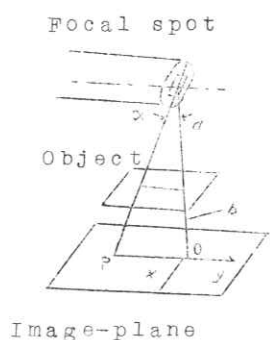
- 1) R. H. Morgan: American Jour. of Roentgenology **88** (1960) 175.
- 2) M. Uchida: Japan. J. of Radiological Tech. **20** (1964) 35 (in Japanese)

第2節 X線管焦点のレスポンス関数の画像への影響

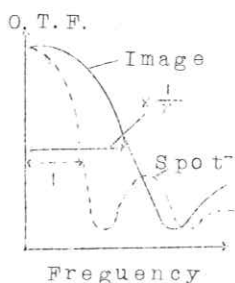
京都工芸繊維大学 金森 仁 志  
 (株)島津製作所 伊藤 啓 二 郎

X線管焦点のレスポンス関数を使って、X線管焦点による画像のボケをレスポンス関数で表現する事ができる。

第1図左のような空間的配置の場合に、像面上の各点から見た焦点の形は第1図右のように変形される。



第1図



$$r_1 = \frac{a'}{4 \left( r + \frac{\sqrt{r^2 + b^2}}{a+b} \right)}$$

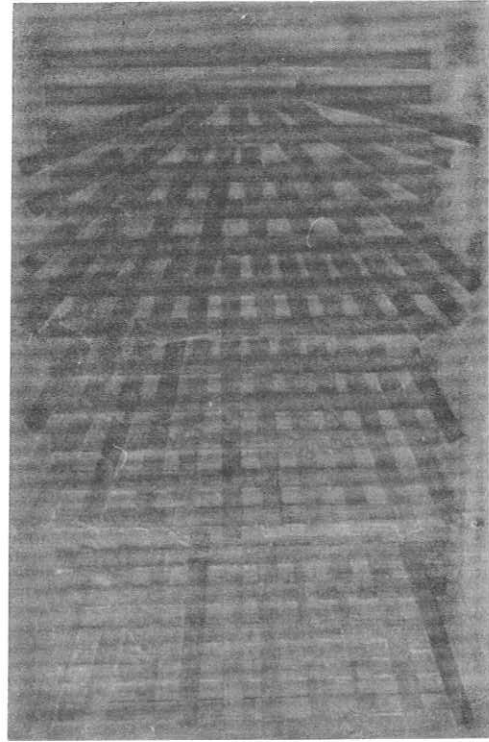
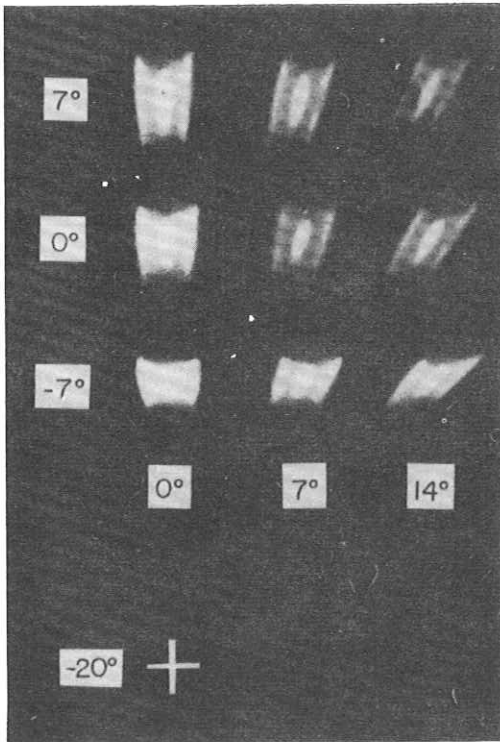
$$r_2 = \frac{a'}{2 \sqrt{r^2 + b^2}}$$

第3図

焦点の直下(0点)で公称寸法をあらわすものとすれば、長さ方向(y方向)寸法は陽極側で短く、陰極側で長くなる。巾方向(x方向)寸法は変わらないが、焦点の中心軸直下からはずれた点ではみかけ上の中心軸が傾くので平行四辺形となる。第1図右に対応する焦点ピンホール写真を第2図に示す。

画像上でのレスポンス関数は、焦点のレスポンス関数の横軸(空間周波数)を、みかけ上の焦点寸法の倍率と距離による倍率との積で割れば得られるので(第3図)、縦方向の焦点レスポンス関数に対しては、補正係数として第3図右の  $r_1$  を用いればよい。しかし、横方向の焦点レスポンス関数の scanning の方向は、像の上では角  $\beta$  だけ傾くので(第1図右の太線矢印)、補正係数は第3図右の  $r_2$  のようになる。

これを実験的に確かめるために、0.1mmの鉛で第4図のようなファントームを作り、倍率  $a/b$  を種々に変えてエッジ像を作成し、強度分布に変換してその勾配をフーリエ変換してレスポンス関数を求めて比較した。ファントームを空中に置いた時は理論とよく一致したが、水中に入れた時は陽極側で散乱線によるエッジ効果が見られた。



### 資 問 討 論

内田：画角特性は斜角は簡単であるが斜交軸でなく直交軸で求められない

村田：偽解像の部分はコントラストが零になりますか。非対称であるから零にならない

内田：私の実験では零にならないで、管電流に従って変った

第 6 章 実用 X 線管焦点のレスポンス関数の算出

奥村 寛 (名大)※

三種類の X 線管の焦点を直径  $8\mu$  のピンホール (鉛板) を用いピンホール像のフーリエ変換により求めた。  
ピンホール像は左右非対称であったので次式で  $R(u)$  を求めた。

$$R(u) = \sqrt{C^2 + S^2} \quad (1)$$

$$C = \int h(x) \cos ux dx \quad (2)$$

$$S = \int h(x) \sin ux dx \quad (3)$$

管球 (I) 診断用 X 線管

撮影条件 : 60 kV 7 mA 1 sec × 15 回

焦点・ピンホール・フィルム間距離

31 cm : 15.5 cm

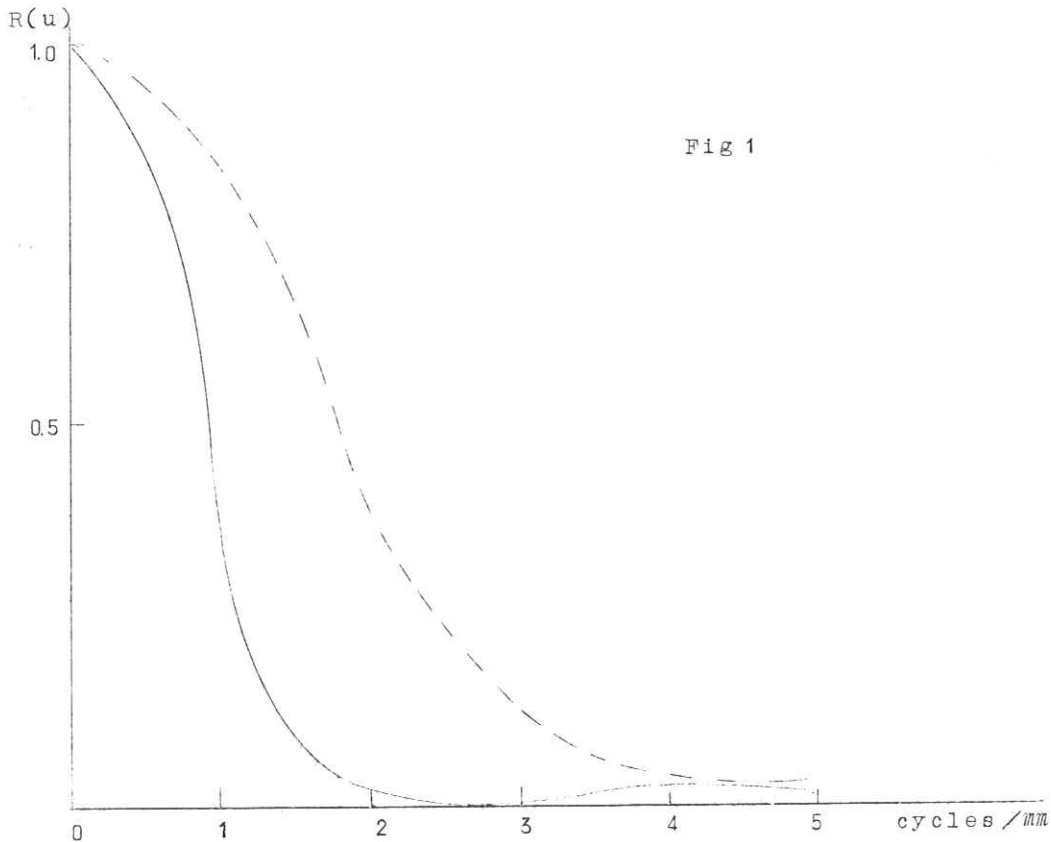


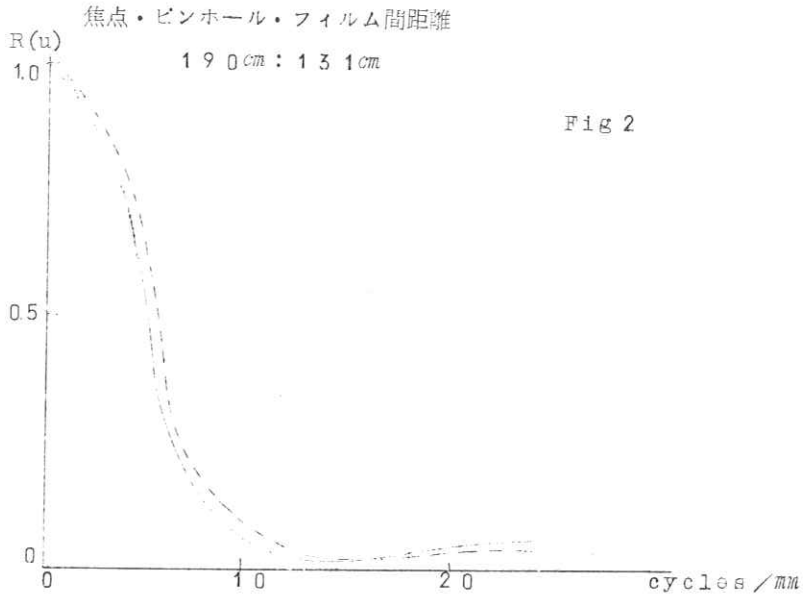
Fig 1

※ 現在 愛知がんセンター



管球(Ⅱ) 拡大用X線管

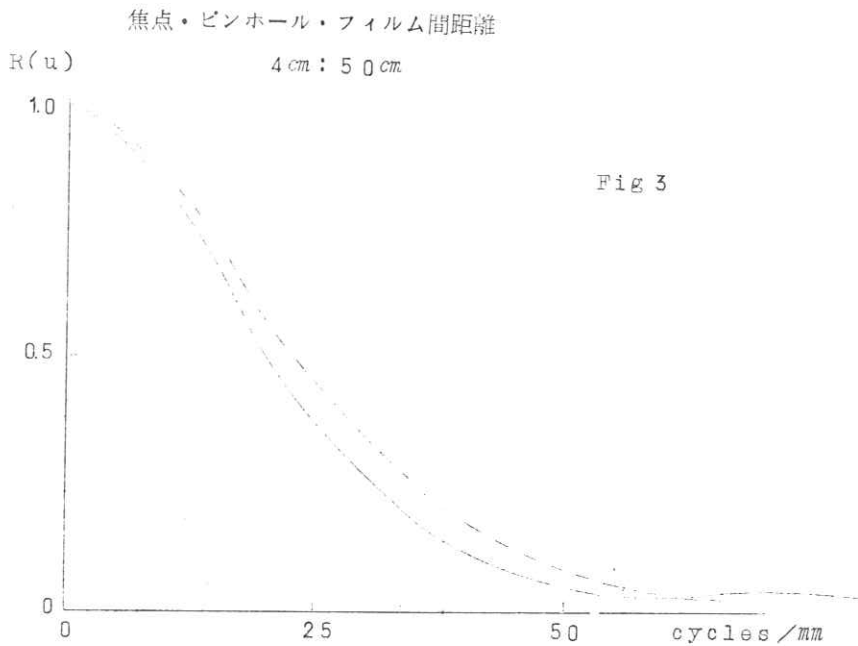
撮影条件 : 125 kV 2 mA 1 sec × 5回



管球(Ⅲ) 特殊陰極X線管\*\*

この管球の陰極は(Ba・Sr)Oを白金に包んだものでFig 3に示す。

撮影条件 : 35 kV 150  $\mu$ A 10 sec



\*\* 奥村寛・太田幸雄・上田良二「新型微細焦点X線管の実験」豊田研究報告 18:53-61, 昭40

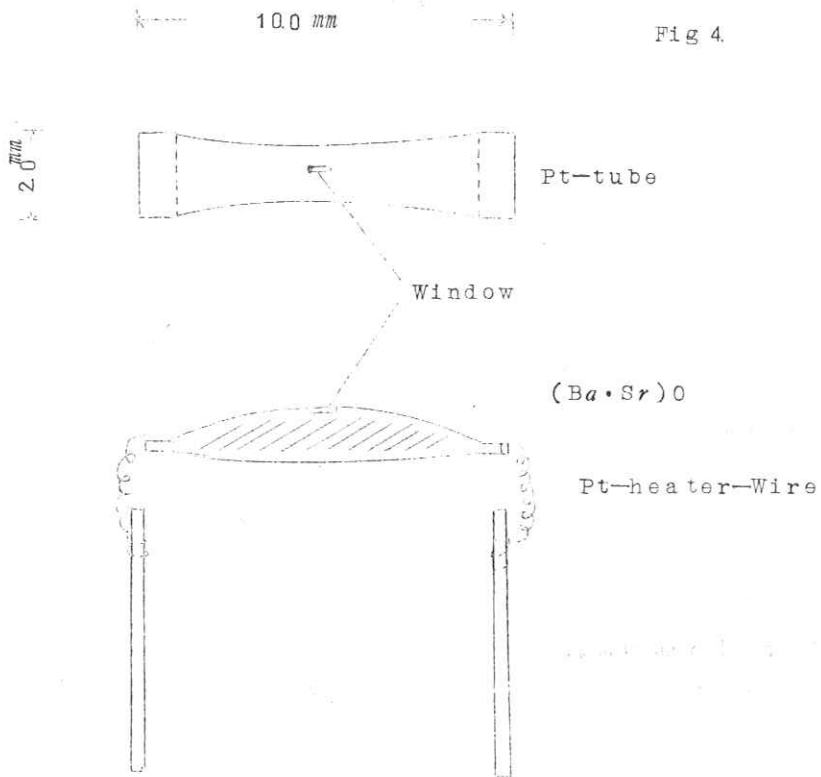


Fig 4.

フィルムは各々Fuji KXを使用し拡大率は1対1に補正した。

#### 質問討論

竹中・内田：ピンホール写真像をみせていたときたい

佐柳：ピンホールのレスポンス函数がわかっているならば、ピンホールが大きくても焦点のみのレスポンス函数が出る。

矢仲：8 $\mu$ のピンホールの穴はどうして作ったのか

高橋：特別な技術が必要である

奥村：厚さ1mmの鉛板に小さな穴をあけ周辺をたたくいて小さくした

遠藤：オフ・フォーカスはネグられたのか

奥村：そうだ

第 7 章 X 線管の焦点強度分布と MTF

NHK 放送科学基礎研究所

木下 幸次 郎

菊 地 緑 彦

東京大学医学部放射線医学教室

竹 中 栄 一

1. はしがき

X 線管の焦点強度分布とその MTF の実測例は、二三<sup>(1)(2)(3)</sup>あるけれども、いずれの場合にもその分布形式の規格<sup>(4)</sup>を決定し得るような調査研究が行なわれていない。そこで、X 線管の焦点強度分布の形を対称および反対称の基本関数成分に分解し、この基本関数系を矩形で近似したときの矩形対称、矩形反対称強度分布のパラメーターと、MTF の関係を明らかにした。その結果を報告する。

2. X 線管の強度分布と対称、反対称系への分解

X 線管の焦点面上の強度分布は、種々の原因<sup>(2)(5)(6)</sup>、即ち、陰極の構造、管電圧や電流、対陰極面の粗さや回転、電子ビームや線質等に左右される。ここでは、現在の X 線管の焦点強度分布とその MTF の関係を調べた。

一般に、この強度分布の形は、管軸の中心を原点に選ぶと、対称と非対称の形を示すので、(第一図(a), (b)) 対称系と反対称系に分離して表示すると、性質を明かにするのに有利である。斯すると、焦点強度分布の形を  $g(x)$  とすると

$$g(x) = a f_0(x) + b g_s(x) + c g_{as}(x) \quad \text{----- (1)}$$

の三項の和になる。但し、

$f(x)$  : 基本系

$g_s(x)$  : 対称系

$g_{as}(x)$  : 反対称系

$a, b, c$  : 各系の係数

である。この強度分布の形  $g(x)$  を Fourier 変換の基本定理<sup>(7)</sup> (Table I) を用いて変換すると、その MTF は

$$G(f) = K_0 F_0(f) + K_s G_s(f) + K_{as} G_{as}(f) \quad \text{----- (1')}$$

と書ける。但し、夫々の系の Fourier 変換を次の如く与える。

$F_0(f)$  : 基本系

$G_s(f)$  : 対称系

$G_{as}(f)$  : 反対称系

$K_0, K_s, K_{as}$  : 各系の係数

である。その例を Table II に示した。第一図(a)と(b)には、対称と非対称の強度分布の一例を示してある。図中点線で Gauss の誤差関数を用いた場合を比較のため示した。計算の簡便さからすれば、矩形近似法が

有利である。この理由から、X線管の焦点強度分布の形の近似として、矩形波系を用いた。

### 3. 対称, 非対称分布の形の数値例

X線管の焦点強度分布の形を矩形近似したので、Fourier 変換の基本定理 (Table I) を、矩形分布の形の場合に対応させて書換えると

#### 1. Definition of a base

$$f(x) = \begin{cases} A & -\frac{x_0}{2} < x < \frac{x_0}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$F(f) = \mathcal{O}(\sin \alpha) / \alpha \quad (2')$$

$$\text{where } \mathcal{O} = AX_0$$

$$\alpha = \pi X_0 f$$

$$f: \text{frequency}$$

#### 2. Shifted base

$$f(X-X') = \begin{cases} B & (X'-X_0)/2 < x < (x'+X_0)/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$G(f) = \exp(-2\pi i f X') \cdot F(f) \quad (3')$$

$$\text{where } F(f) = \mathcal{B}(\sin \beta) / \beta$$

$$\mathcal{B} = BX'_0$$

$$\beta = \pi X'_0 f$$

になる。第二図には、矩形波の強度分布の形を示した。Table II とこれらの基本式を応用して、対称および非対称の矩形強度分布のMTFを算出し、graphに図示し、その図の上からこれら対称および非対称の矩形強度分布の形と(2)式に与えた矩形波強度分布の形とをパラメータと cut-off 周波数の関係について調べた。

一般に、MTFの評価法として、cut-off周波数を問題にする。このcut-off周波数は、MTFが初めて零になる点、即ち、MTFが初めて周波数軸を切る点と定義されている。しかし、現在、レントゲン用TVが医学方面にも広く利用されて来ているし、また、活用する機会も多くなると思われる。そこで、レントゲン写真系においても電氣的補償回路や補正回路によって特性補償が施されるので、ここでは、cut-off周波数もTV系で用いられている増幅度70.7%<sup>(8)</sup>に低下する個所の周波数、即ち、MTFの特性の70.7%の個所における周波数で定義した。

#### 3-1. 双峰形強度分布

第一図に示すようなX線管の焦点強度分布の形は、双峰形をもつ分布の形である。この場合の矩形強度分布の一般形は、第三図に示す通りで、このMTFの式は、

$$G_{\text{Twin}}(f) = W_0(1-b) \left[ F_0(f) + \frac{2q}{1-b} \cdot F(f) \{ b \cos(1-q)\alpha - c \sin(1-q)\alpha \} \right] \quad (4)$$

$$\text{where } F_0(f) = \sin \alpha / \alpha$$

$$F(f) = \sin q \alpha / q \alpha$$

$$\alpha = \pi W_0 f$$

$$q = W_1 / W_0$$

となる。第三項目は、反対称系の成分であり、対称強度分布の形の場合には、係数  $c$  が零になるので表われない。また、この係数  $c$  の符号は、非対称強度分布の形が、右上りと右下りでは異符号となり、右上りで負の符号、右下りで正の符号になる。

### 3-1-1 対称双峰形強度分布

対称な双峰形強度分布の場合は、(4)式のパラメーター  $c=0$  と与え式で表示でき、このときの  $MTF$  の一例として、パラメーター  $q=0.2$  で、 $b=0, 0.5, 1.0$  の  $MTF$  を第四図に示した。また、この図に、強度分布の形とパラメーター  $q$  と  $b$  を記入した。この図を見ると、パラメーター  $q$  に対して、パラメーター  $b$  が増加すると相対 cut-off 周波数は減少することが分る。但し  $b=1.0$  の場合は、強度分布の形が二本に別れた形となり、 $b=0$  は矩形波の形になる。

次に、パラメーター  $q$  と  $b$ 、と相対 cut-off 周波数の関係を、 $b$  をパラメーターとして第五図に示した。この結果から、相対 cut-off 周波数は  $b \leq \frac{3}{4}$  の範囲で、 $q$  に対して下方に凸で最小値をもつ曲線を示している。

### 3-1-2 非対称双峰形強度分布

非対称な双峰形の強度分布について、パラメーター  $c=0.3$ 、 $b=0.5$  のときの  $q=0.05, 0.2$  と  $0.4$  の  $MTF$  を第六図に示した。また、これらとの比較のために、矩形波の強度分布 ( $b=c=0$ ) の  $MTF$  を同じ図に点線で示した。第七図には、 $b=0.5$  に対して、パラメーター  $q$  と  $c$  の計算した例を図示した。この図の負符号は、非対称形の右下りの場合に対応する。この結果から、相対 cut-off 周波数は、パラメーター  $c$  に反比例する。また、非対称双峰形の強度分布は、 $MTF$  領域でも非対称な形になる。

### 3-2 三峰形強度分布

焦点の強度分布の形には、前節の双峰形強度分布の外に、三峰形の場合もあるので、三峰形強度分布について計算した。この場合の分布の形は、第八図に示してある。これは、双峰形強度分布の中心部に一つの峰を加えた形で表わせるので、 $MTF$  の一般式にも双峰形強度分布から算出した結果に一峰形だけ加算すれば得られる。このとき一般式は、

$$G_{Trip}(f) = W_0(1-b) \left\{ F_0(f) + \frac{q}{1-b} \cdot F(f) \left\{ 2b \cos(1-q)\alpha - 2c \sin(1-q)\alpha + b \right\} \right\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{where } F_0(f) &= \sin \alpha / \alpha \\ F(f) &= \sin q \alpha / q \alpha \\ \alpha &= \pi w_0 f \\ q &= w_1 / w_0 \end{aligned}$$

となる。第三項目の係数  $c$  は反対称系の成分の係数を表わし、対称強度分布の場合は  $c=0$  となる。この係数  $c$  の符号は、右上り、右下りに対応して、正負の符号を示す。

### 3-2-1 対称三峰形強度分布

三峰形強度分布の三峰の幅が等しい  $q$  を与えて計算した。その例として、 $q=0.1$  に対する  $b=0, 0.5$

と1.0のMTFを図1, 第九図に示した。この図より, 相対cut-off周波数はパラメーターbの増加に対して減少するが, 双峰形の場合よりも減少量が約1割少ない。第十図には, bをパラメーターとして, 相対cut-off周波数とqとの関係を図示した。この結果より, 双峰形の場合と同様に, 下方凸で最小値をもつ曲線になる。

### 3-2-2 非対称三峰形強度分布

非対称三峰形強度分布におけるパラメーター $b=0.5$ ,  $c=0.2$ で $q=0.05$ と $0.2$ のMTFの例を, 第十一図に示した。また, パラメーターと相対cut-off周波数の関係を, パラメーター $b=0.5$ に対して,  $q=0.2$ と $0.05$ について第十二図に示した。この図にも示す通り, 相対cut-off周波数は, パラメーターcに反比例する。但し, 横軸の負の符号は, 強度分布の形が右下りの場合で, このことは左隅の挿入の分布の形を参照すれば理解される。

## 4. 考 察

前節までに得られた双峰形と三峰形強度分布における対称・非対称の場合のパラメーター( $q, b, c$ )と相対cut-off周波数の関係図, 第五図, 第七図と第十図, 第十二図に対して, 規格を定め評価する必要がある。その制約として, 矩形波の場合のcut-off周波数を基準として $\pm 10\%$ の許容範囲を与えると, パラメーターの領域が求められる。

第五図と第十図についてこの評価をすると・許容限は相対cut-off周波数0.9より上側の領域となり, 双峰形では $b < 0.4$ , 三峰形では $b < 0.6$ になれば, qのいかに関係せず満足する。しかし, 許容限の範囲には, 上記のbの条件以外でも満足する曲線が存在する。この範囲は,  $q_20$ 近傍と $q > 0.35$ にあるけれども, この領域では曲線の勾配が大きく, qの少量の変動に対して相対cut-off周波数は大きく変化し, また, 場合にも, bの条件を満足しない領域内へと変動することも起り得るので, 両側の部分にて満足する曲線は除外する。

非対称形第七図と第十二図について, 同様な評価をすると, 条件を満足する範囲が狭くなる。なぜなら, 対称形の条件は $c=0$ の場合であるから, 縦軸上にあり, この値を切片として, 非対称形の相対cut-off周波数はcの増減に対して, 減増している。また, MTFの負周波数領域では許容限を満足していても, 正周波数領域では満足しない場合が生ずる。だから, 焦点の強度分布の形は非対称形であると不利である。

ここで規格を定めるために, 標準形として矩形波の強度分布をとり, これに対する許容限を $\pm 10\%$ として与えて上記のパラメーターの範囲を調べると, 次の如くなる。

	双峰形	三峰形
q	qの全域で満足するよりのbをとる	
b, c	$c=0$	
	$b < 0.4$	$b < 0.6$
	$c < 0.05$	
	$b < 0.2$	$b < 0.3$

この表より、反対称系の成分を5%許容限にすると、パラメータ $b$ の許容限は半分以下になる。

## 5. むすび

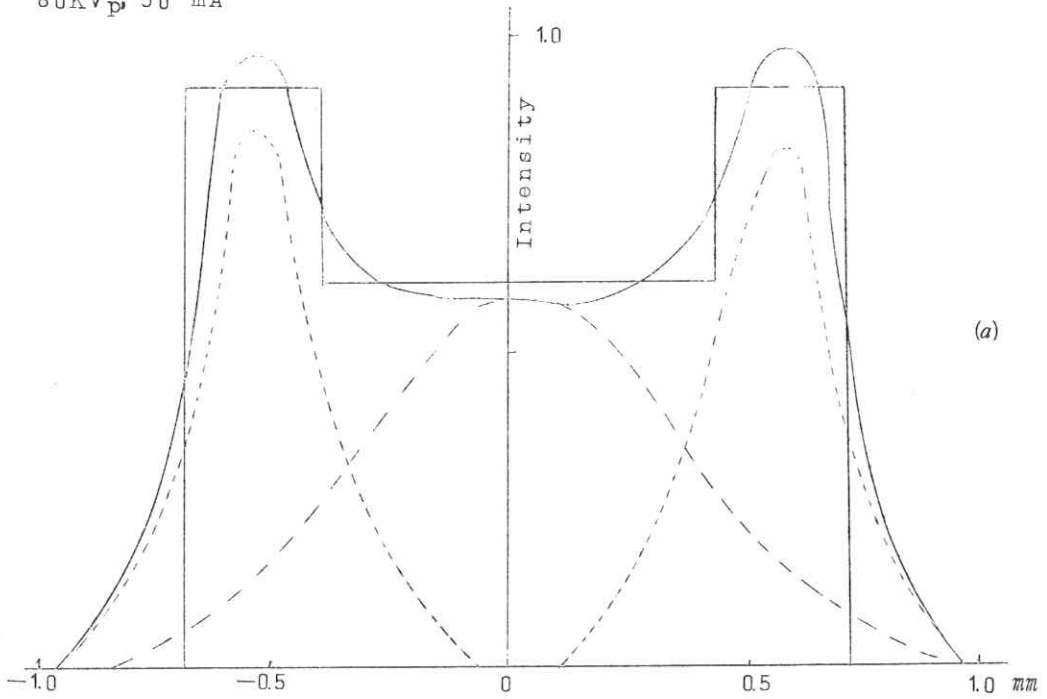
X線管の焦点強度分布の形を、対称系、反対称系の矩形波成分に分解し、これらの成分の係数をパラメータとして $MTF$ を計算評価した。この評価のために、矩形波の強度分布形を標準とし、そのcut-off周波数からの相対cut-off周波数と、パラメータの関係調べた。その結果、双峰形より三峰形強度分布の方が使用上優位であり、さらに矩形波の強度分布であればよいことが確かめられた。また、反対称系の成分を含む系では、 $MTF$ の特性においても非対称な形をなし、原点の位相のずれが表われるので取り扱いに注意が必要になる。

## 文 献

- 1) 竹中他：12回応物学会関係講演会予稿集 p276 (1965)
- 2) 内田：応物会誌, Vol 34 No.2 p97 (1965)
- 3) 土井：応物会誌 Vol 34 No.3 p190 (1965)
- 4) 日本工業規格(JIS)：診療用X線管通則 JIS・Z. 4102~Z. 4118
- 5) 田部：島津評論 Vol 7. No.4. p192 (1951)
- 6) X線研究協議会：X線管およびX線装置の研究 No.5 (1957~1960)
- 7) International Telephone and Telegraph Corporation: Reference Date For Radio Engineer, Fourth edition (1956)
- 8) 野村編：テレビジョン(上), 日本放送出版協会 (昭和34年)

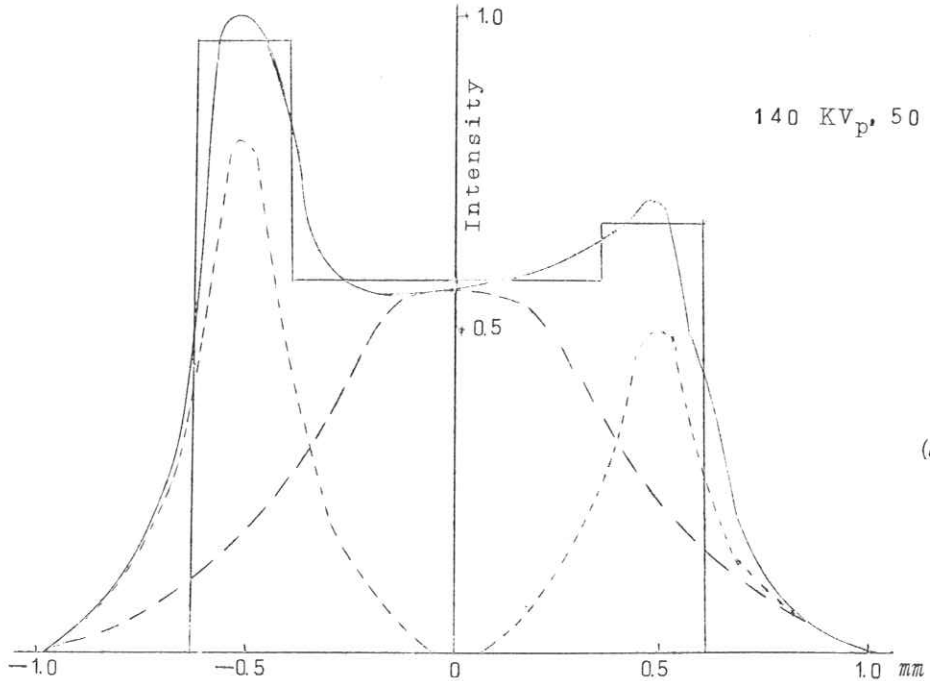
Gaussian and Rectangular Approximation of Intensity Distribution of X-ray Tube Focal Spot

60KV<sub>p</sub>, 50 mA



(a)

140 KV<sub>p</sub>, 50 mA



(b)

University of Tokyo & NHK, 28, May, 1966.

Curve A from reference 5.



Table I Some properties of Fourier Transform

1. Definition

Function	Fourier transform
$f(x)$	$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i f x) dx$

2. Linearity

$a f(x)$	$a F(f)$
$f_1(x) \pm f_2(x)$	$F_1(f) \pm F_2(f)$

3. Shifting Theorem

$g(x) = f(x \pm x_0)$	$G(f) = \exp(\pm 2\pi i f x_0) F(f)$
-----------------------	--------------------------------------

Table II Representation by Symmetry and Antisymmetry

1. Symmetry

Function	Fourier transform
$g(x) = f(x+x_0) + f(x-x_0)$	$G(f) = 2 \cos 2\pi f x_0 \cdot F(f)$
where $f(x+x_0) = f(x-x_0)$	

2. Antisymmetry

$g(x) = f(x+x_0) - f(x-x_0)$	$G(f) = -2 \sin 2\pi f x_0 \cdot F(f)$
where $f(x+x_0) = -f(x-x_0)$	

3. General representation by symmetry and antisymmetry bases

$$G(f) = k_0 F_0(f) + k_s G_s(f) + k_{as} G_{as}(f)$$

where

$F_0(f)$ : Fourier transform for  $x_0 = 0$

$G_s(f)$ : Symmetry component

$G_{as}(f)$ : Antisymmetry component

$k_0, k_s$  and  $k_{as}$ : Bases coefficients.

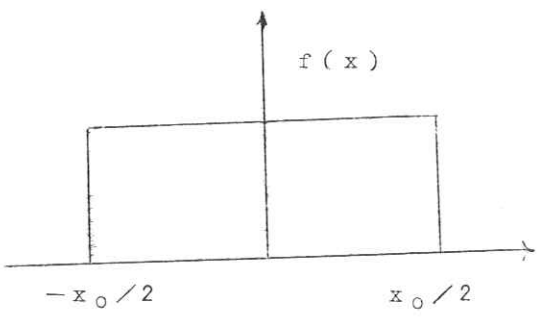
University of Tokyo & NHK

28. May, 1966.

第 二 图

Fourier Transform of A Base

1. Definition of a base



$$f(x) = \begin{cases} A & \dots\dots -x_0/2 < x < x_0/2 \\ 0 & \dots\dots \text{otherwise} \end{cases}$$

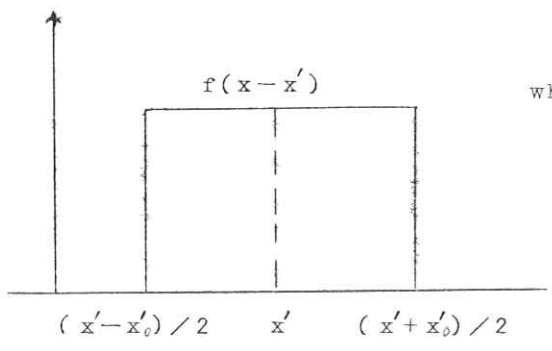
$$F_0(f) = a(\sin \alpha) / \alpha$$

where  $a = Ax_0$

$$\alpha = \pi x_0 f$$

$f = \text{frequency}$

2. Shifted base



$$f(x-x') = \begin{cases} B \dots (x'-x'_0)/2 < x < (x'+x'_0)/2 \\ 0 \dots \text{otherwise} \end{cases}$$

$$G(f) = \exp(-2\pi i f x') \cdot F(f)$$

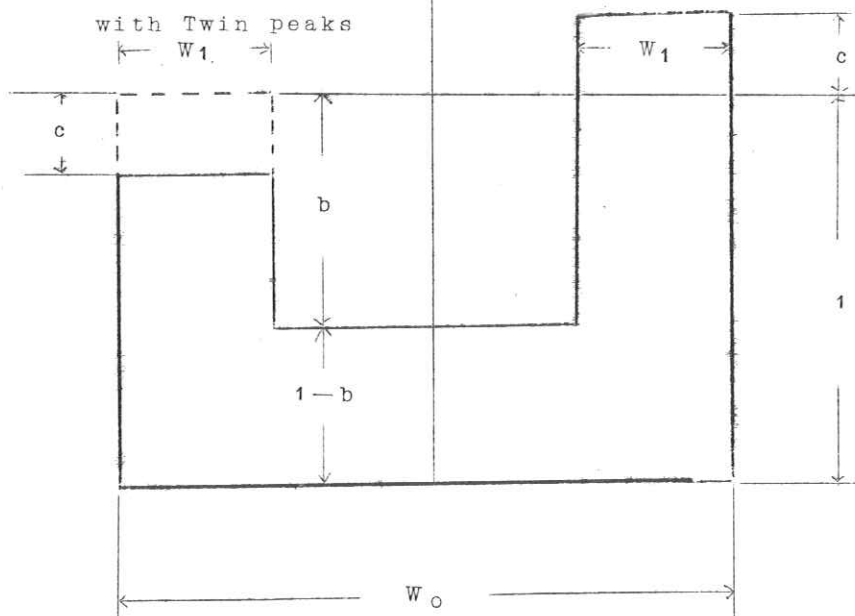
where  $F(f) = B(\sin \beta) / \beta$

$$B = Bx'_0$$

$$\beta = \pi x'_0 f$$

第 三 图

Intensity Distribution of X-ray Tube Focal spot  
with Twin peaks



$$G_{\text{Twin}}(f) = W_0(1-b) \left[ F_0(f) + \frac{2q}{1-b} F(f) \{ b \cos(1-q)\alpha - c \sin(1-q)\alpha \} \right]$$

where  $F_0(f) = \frac{\sin \alpha}{\alpha}$

$$F(f) = \frac{\sin q\alpha}{q\alpha}$$

$$\alpha = \pi W_0 f$$

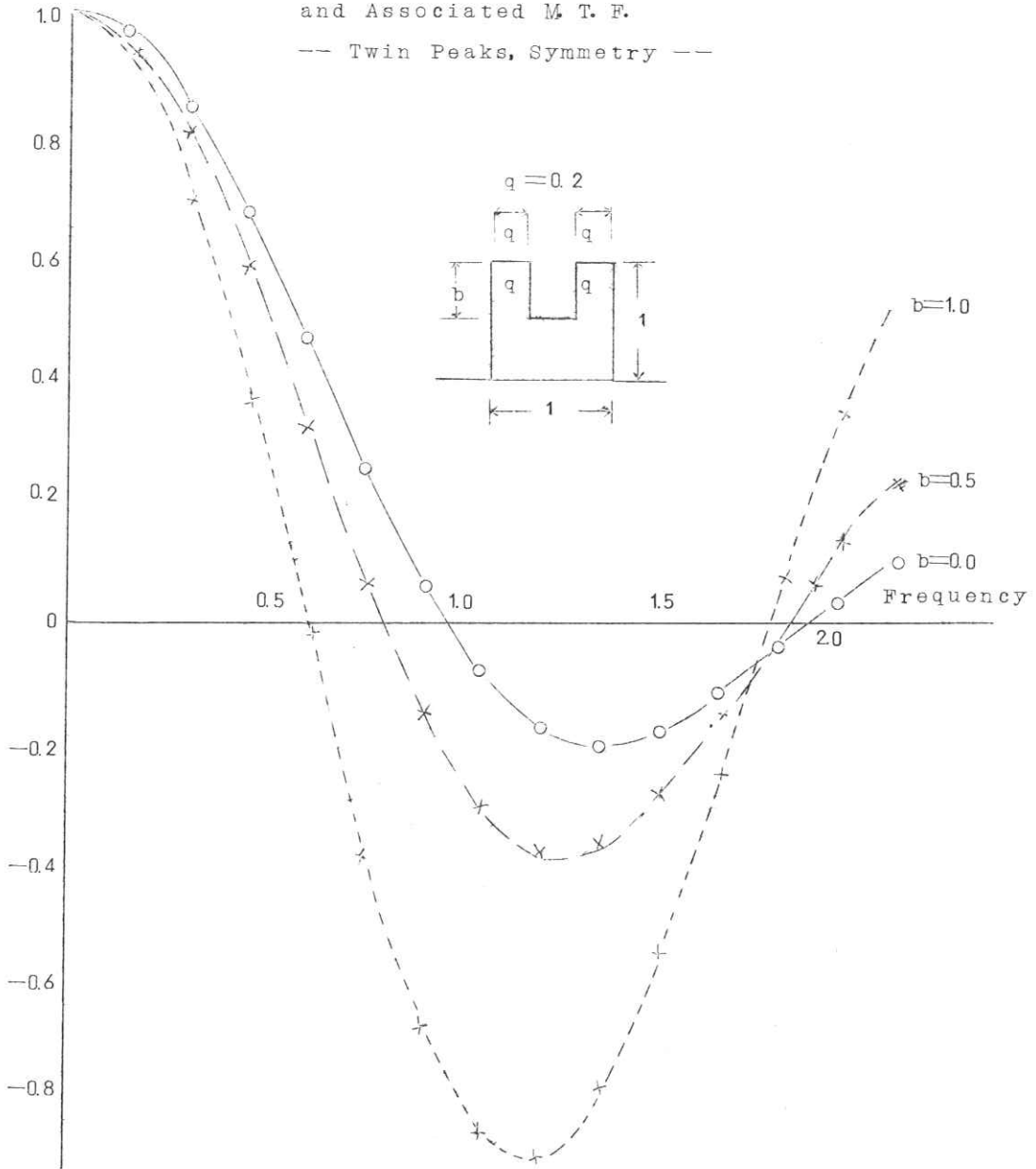
$$q = W_1 / W_0$$

University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.

第 四 图

Distribution parameters of Focus  
and Associated M. T. F.

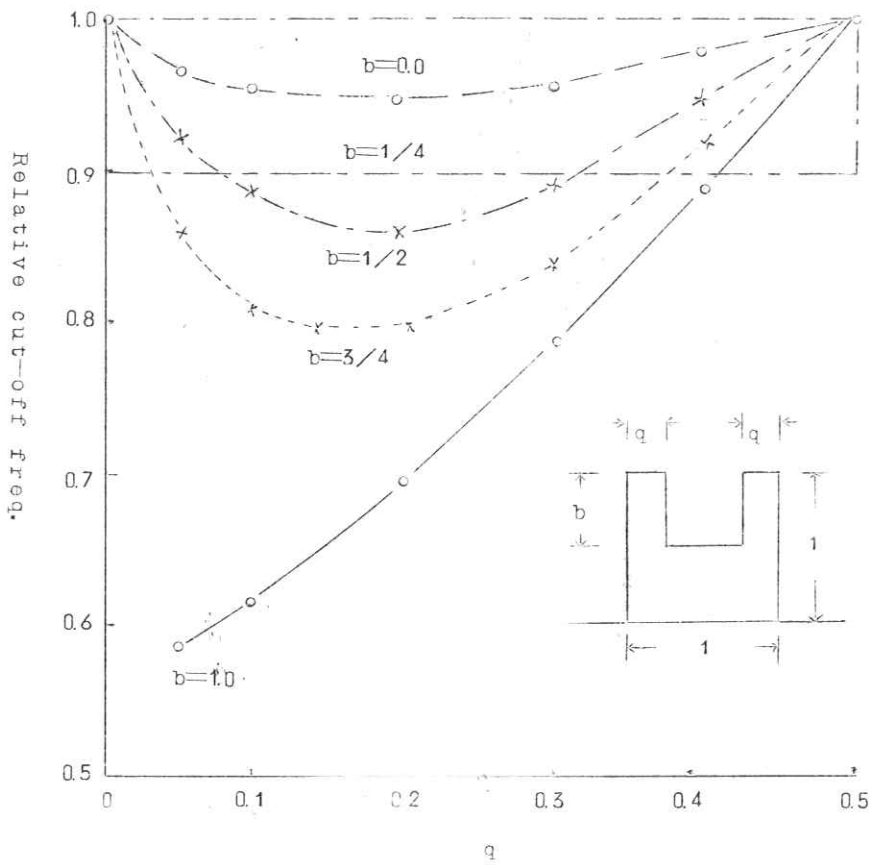
-- Twin Peaks, Symmetry --



University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.

第 五 图

Distribution Parameters of Focus and  
Associated cut-off frequency  
--Twin Peaks, Symmetry--

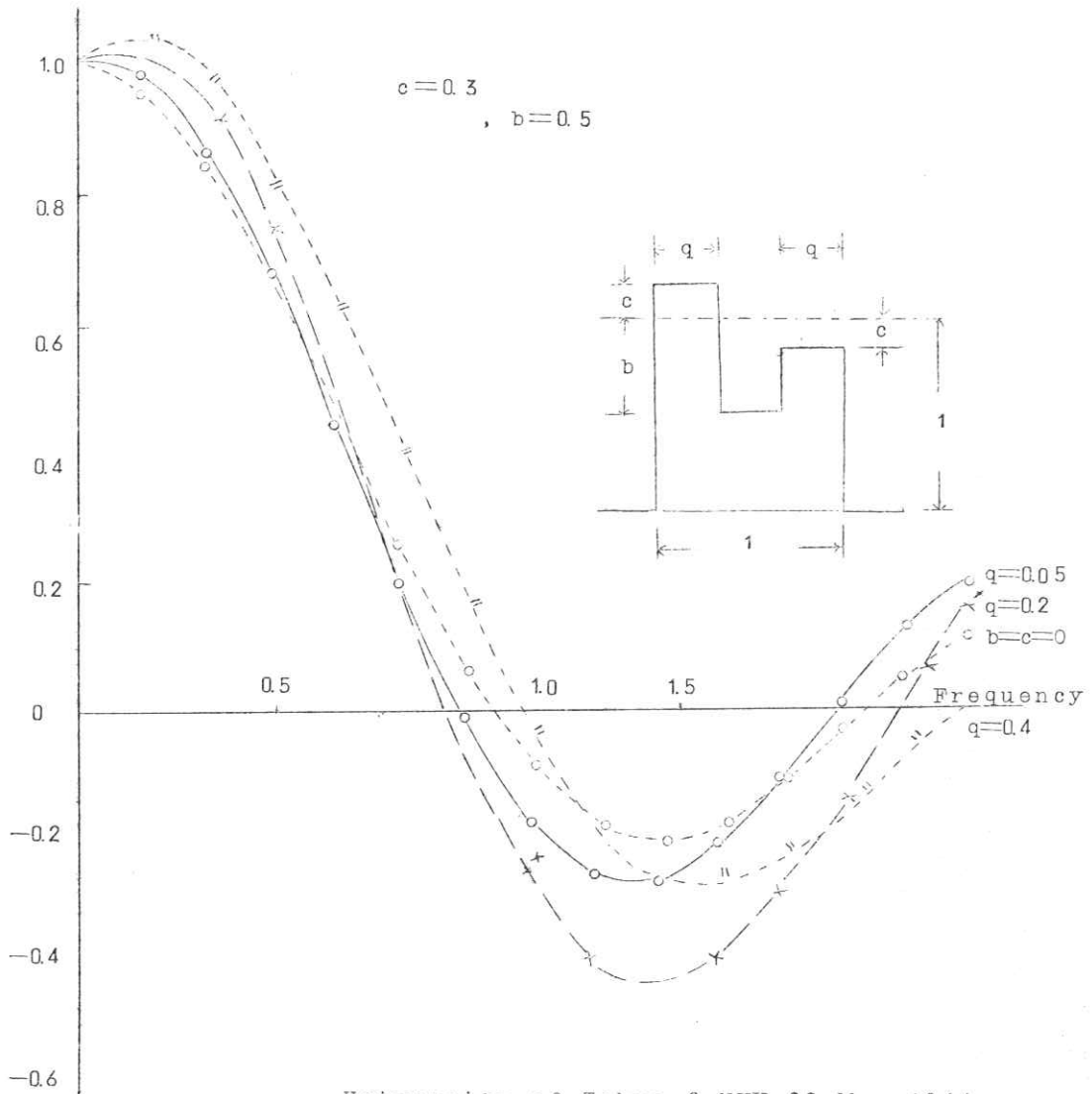


University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.

第 六 图

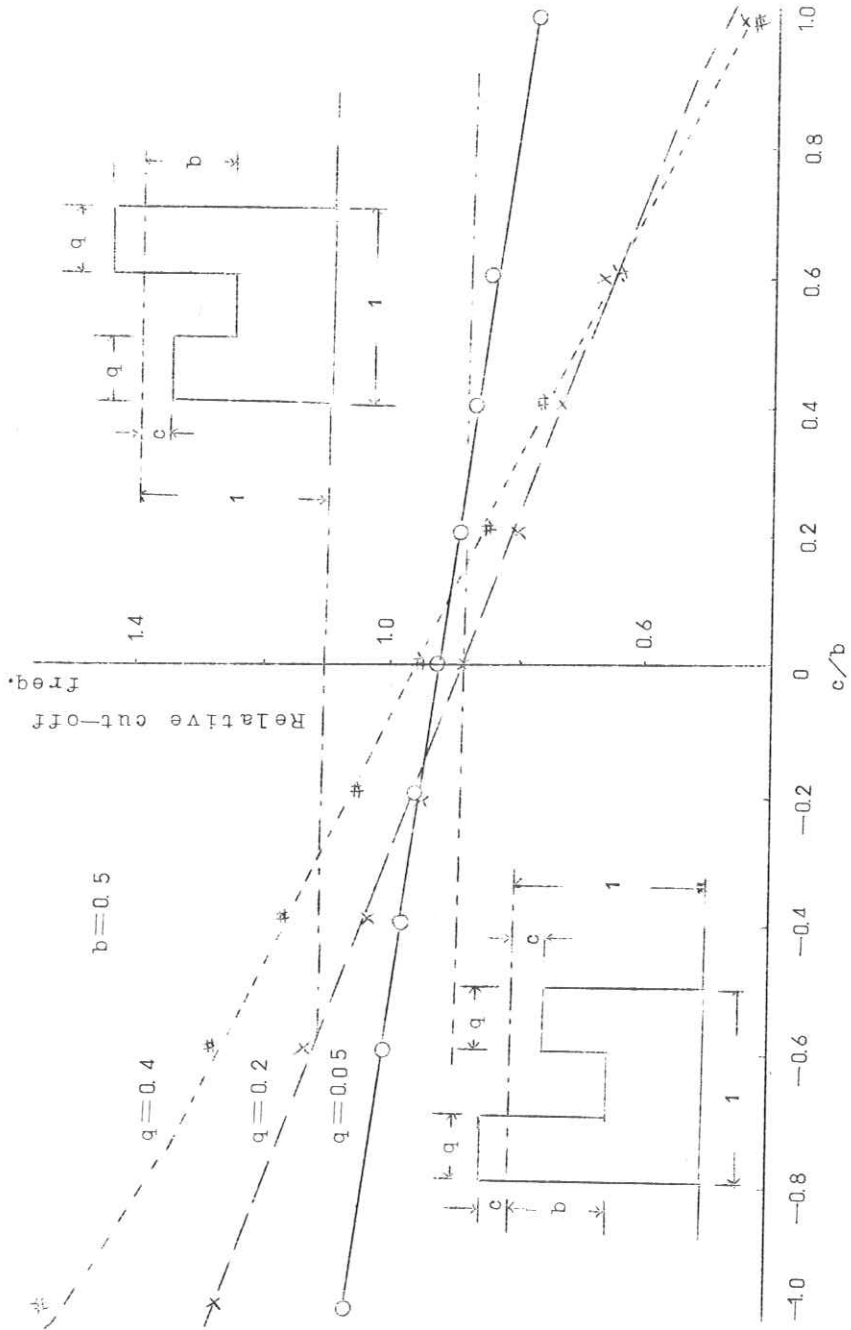
Distribution Parameters of Focus  
and Associated M. T. F.

--Twin Peaks, Antisymmetry--



第七圖

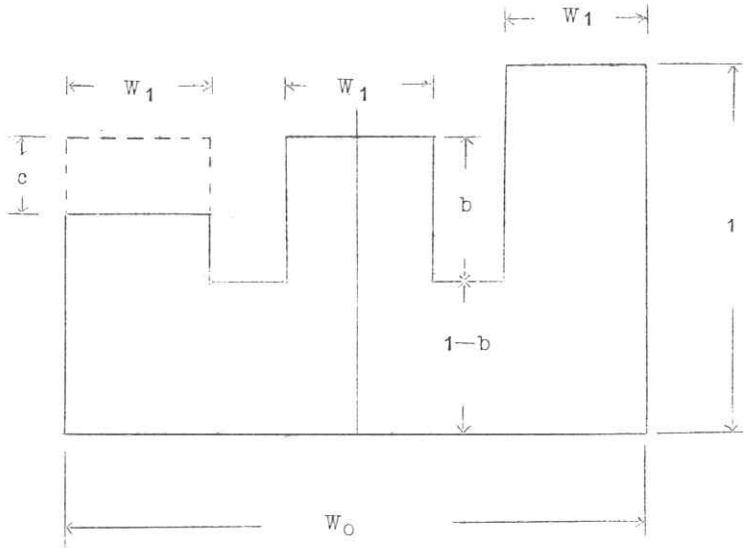
Distribution Parameters of Focus and Associated Cut-off Frequency  
---Twin Peaks, Antisymmetry---



University of Tokyo & NHK, 28, May, 1966.

第 八 图

Intensity Distribution of X-ray Tube Focal Spot  
with Triple Peaks



$$G_{\text{Trip.}}(f) = W_0(1-b) \left[ F_0(f) + \frac{q}{1-b} \{ 2b \cos \underline{(1-q)\alpha} - 2c \sin \underline{(1-q)\alpha} + b \} F(f) \right]$$

where  $F_0(f) = \frac{\sin \alpha}{\alpha}$

$$F(f) = \frac{\sin q\alpha}{q\alpha}$$

$$\alpha = W_0 f \pi$$

$$q = w_1 / W_0$$

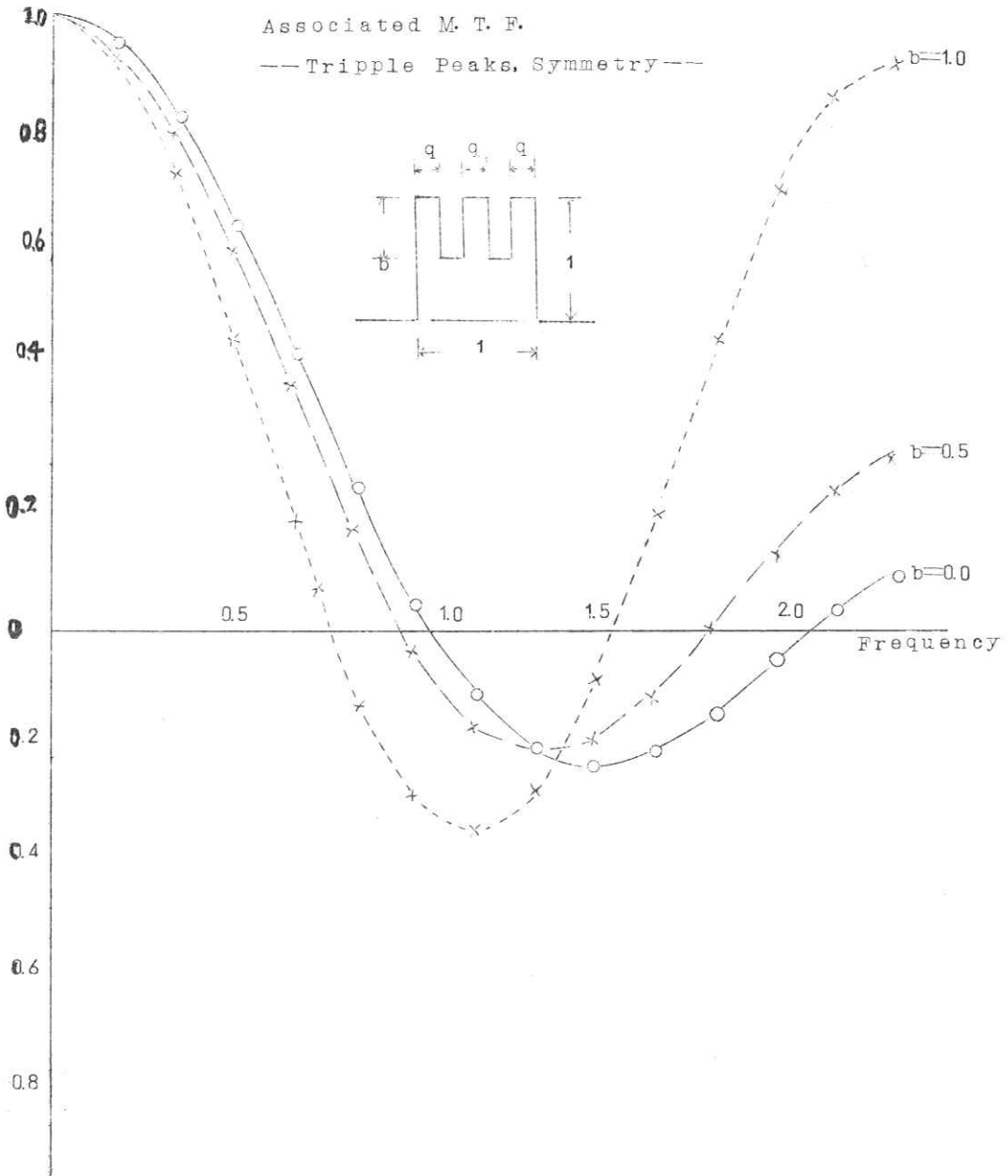
University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.



第九圖

Distribution Parameters of Focus and Associated M. T. F.

--Tripple Peaks, Symmetry--

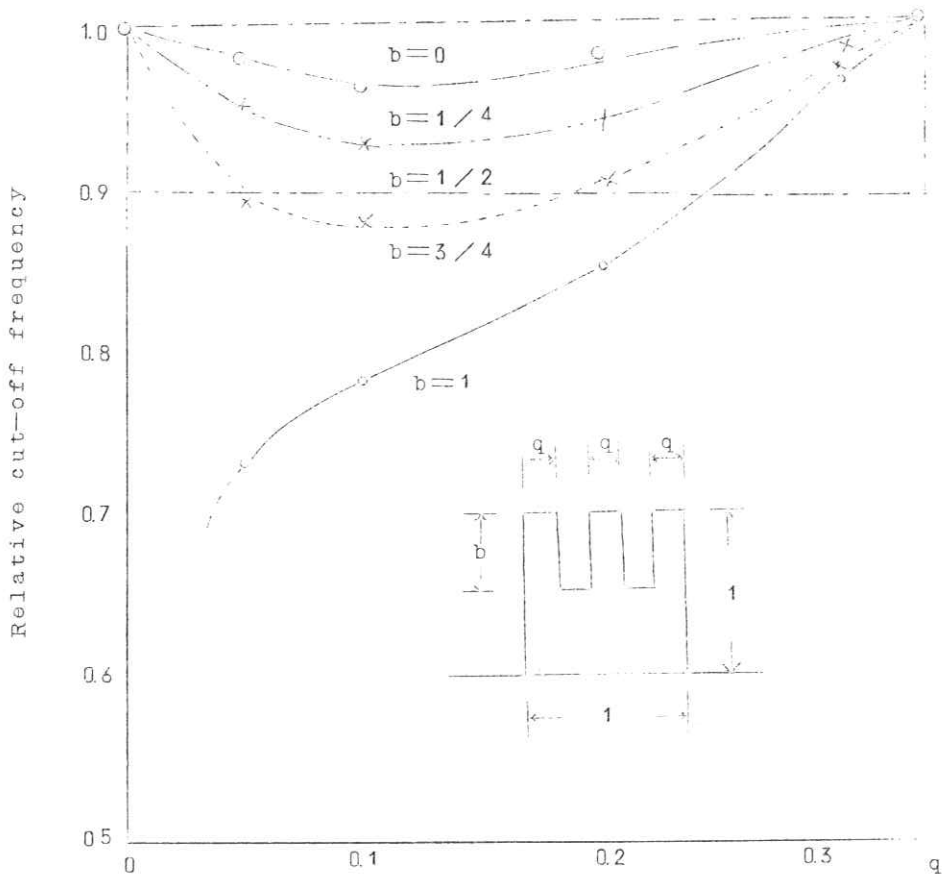


University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.

第 十 图

Distribution Parameters of Focus and  
Associated Cut-off Frequency

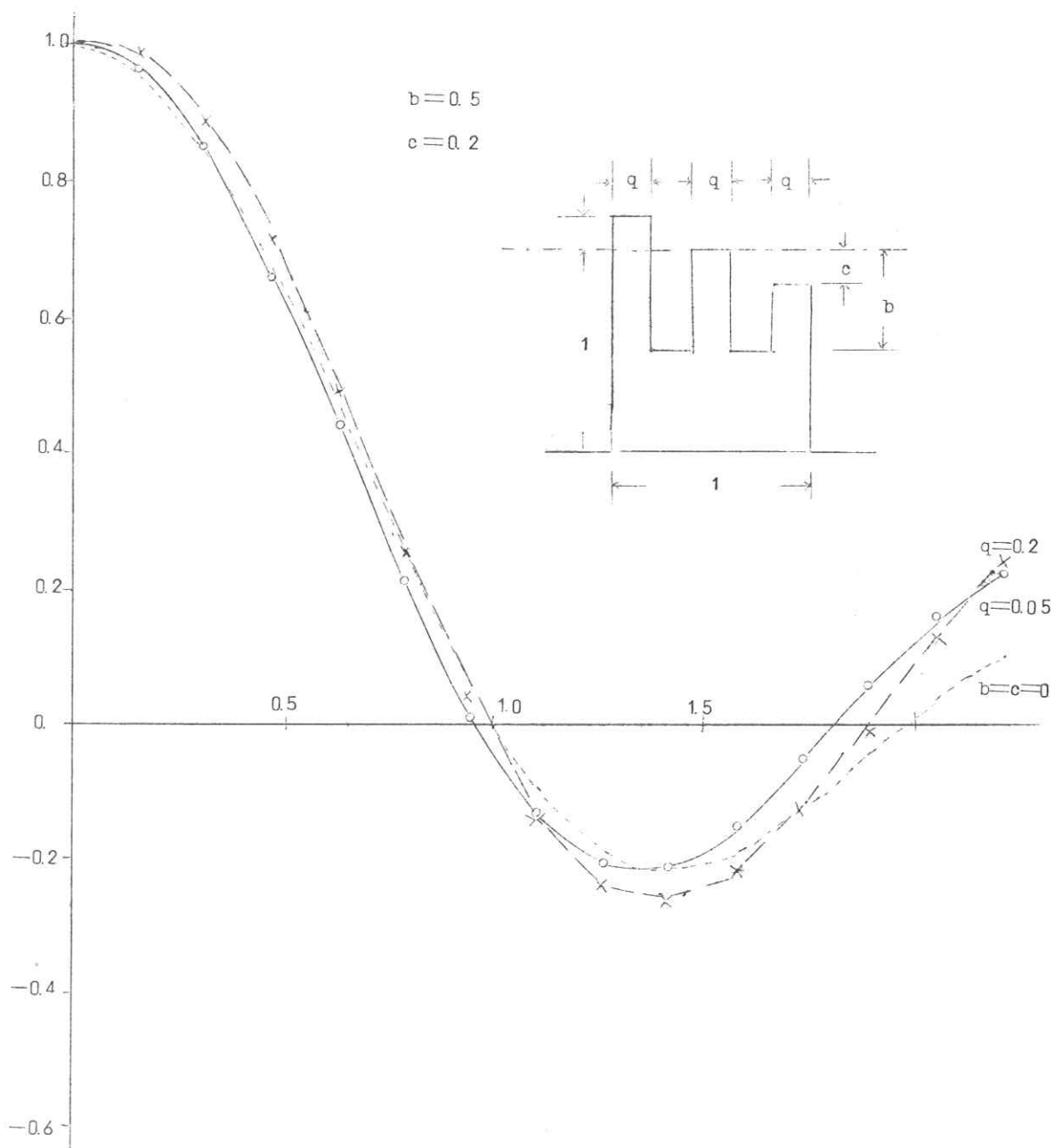
-- Triple Peaks, Symmetry --



University of Tokyo & NHK. 28, May, 1966.

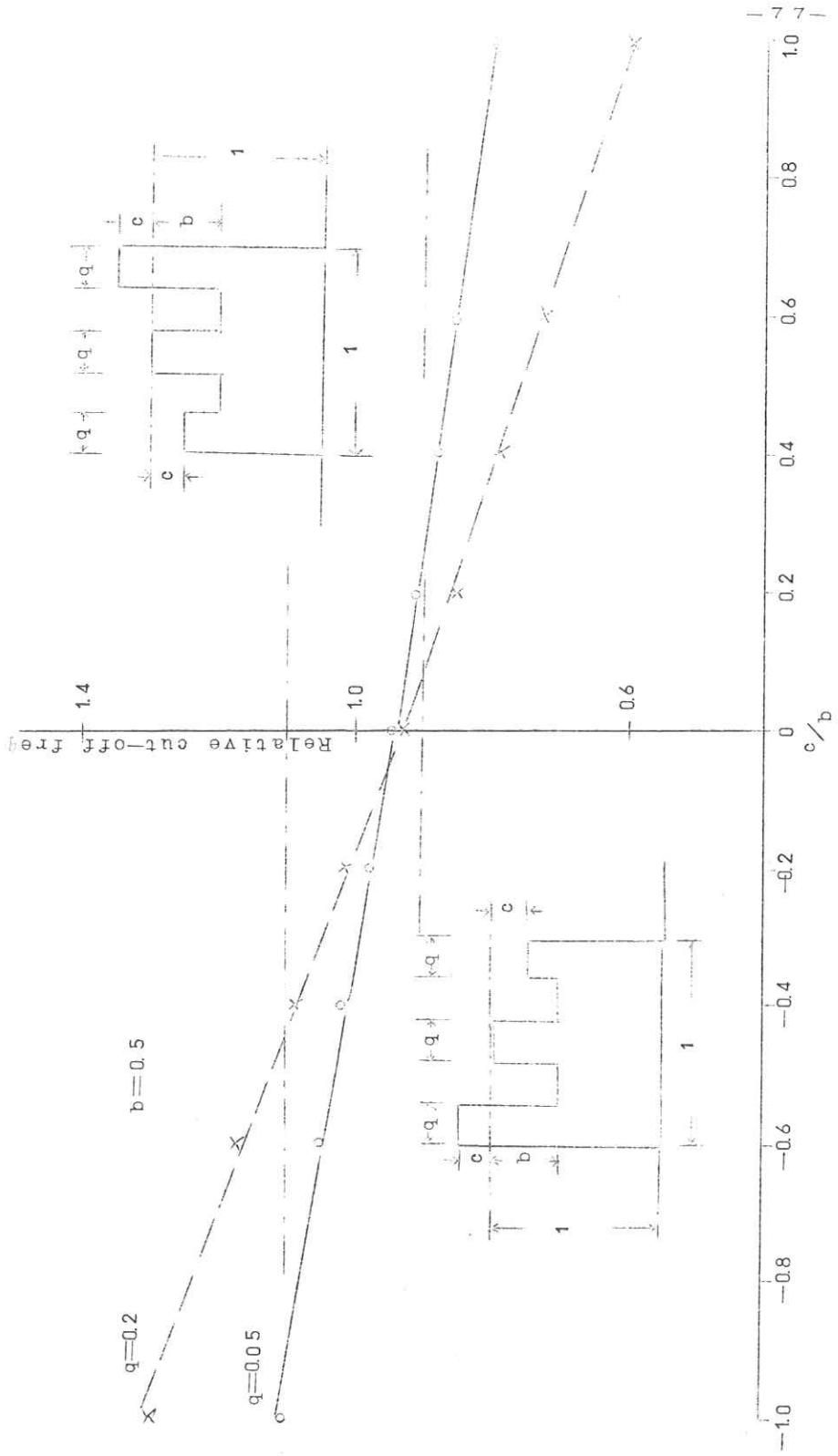
第十一圖

Distribution Parameters of Focus  
and Associated M. T. F.  
--Triple Peaks, Antisymmetry--



Distribution Parameters of Focus and  
Associated Cat-off Frequency

---Triple Peaks, Antisymmetry---



質問討論

津 田：4峰の方が更によいのではないか

菊 地：やってないが、峰の数が多いほどよい

内 田：高周波の場合の影響は今の定義に入っていないと思うが、X線写真の場合偽解像も問題になるが、テレビに偽解像はあるのか

木 下：ある

内 田：低周波に主体をおいたのか

菊 地：その通り

津 田：X線に関するかぎりレベルを低くするとよいと思うが

菊 地：ゼロのorderの低さではかわらない

佐々木：管球を良くすれば良い結果になると思うが

土井邦：非対称では1より高くなっているが

菊 地：原点をシフトした場合

伊藤：非対称をシフトすると解像力はどうなるか。非対称のX線管でプロットする時どのような注意が必要か

木 下：非対称の場合、周波数が低くなり悪くなる

伊 藤：実質的にはsharpに集中する事になるではないか

木 下：一般の場合にはこまる

伊 藤：位相のシフトがあると言う事は

土井邦：全体にずらせばよい。

内 田：絶対値は対称にならないか

菊 地：ならない

内 田：—Functionがシフトしたものであると考える