

第 9 編 X 線 像

第 1 章	解 説	金 森 仁 志	1 頁
第 2 章	最大情報量撮影		
	第 1 節 撮影像評価の定量化 (1 - 4)	内 田 勝	3
	第 2 節 撮影系の最大情報量 (1 - 7)	内 田 勝	9
		山 下 一 也	
		前 田 真 行	
		雄 川 恭 行	
第 3 章	ラジオグラフの最適濃度範囲と最適撮影条件 (5 - 4)	金 森 仁 志	13
第 4 章	A New Definition of Information Volumes on Radiographs from Density - to - Thickness Curves (2 - 4)	金 森 仁 志	19
第 5 章	Information Volumes of Radiographs Modified by Sharpness and Visual Effects (7 - 1)	金 森 仁 志	25
第 6 章	X線撮影系のボケの合成法の理論的検討 (6 - 3) (9 - 1)	野 田 峰 男	33
第 7 章	X線撮影系の画像の解析(I) (2 - 5)	竹 中 栄 一	42
		故 高 橋 照 彦	
第 8 章	X線像の像質について (1 - 10)	津 田 元 久	53

第 9 編 X 線 像

第 1 章 解 説

京都工芸繊維大学 金 森 仁 志

第 2 編～第 8 編では、レスポンス関数についての多くの解説がなされてきた。X線像は系の最終段になるのでそのレスポンス関数は線源、被写体、増感紙、蛍光板、フィルム、光学系、I. I. 系、T. V. 系等各段のレスポンス関数の積で与えられる。第 9 編ではレスポンス関数以外の手法を使って像質を論じた研究をまとめとめておく。

X線写真は従来から対照度 (Contrast) と鮮鋭度 (Sharpness) によって評価されていた (第 1 図)。対照度 (濃度差) は光学の Contrast と異なり、線質 (kVp) 及び線量 (mA・sec) —濃度レベル— によって変化する。鮮鋭度 (ボケ) は管球焦点、被写体の運動、散乱線、増感紙、フィルムの粒状性によって変化する。

内田は Hartley の「初期情報理論」の考えをもとにして、フィルムの黒化度分布曲線から情報量を定義し、被写体の情報量と写真の情報量とを比較した〔第 2 章〕

しかし、対照度がよいほど画質がよいとは一概に言えない。第 2 図(a)のように診断域が狭い時には対照度が大きい程よいが、同図(b)の様に診断域が広い時には、対照度が大きいと表現される厚さの範囲が狭くなるので、中間に最適な対照度が存在する (第 3 図参照)。金森はこの考えをもとにして視覚の効果〔第 10 編第 3 章〕から X線写真の最適濃度と濃度範囲を求めて、最適撮影条件の意味をあきらかにした〔第 3 章〕。また金森は内田の情報量とは別に対照度と診断域を考慮した情報量を定義し〔第 4 章〕、これに鮮鋭度と視覚の効果も組み入れることができるように拡張した〔第 5 章〕

鮮鋭度に関して、野田は従来から使用されている Nitka 法を使って X線写真の鮮鋭度を検討〔第 6 章〕、竹中、高橋は Edge 像の強度分布を Kulenkampff の実験式から求めて理論値と比較し〔第 7 章〕、津田は透視像、イメージングプライア像の鮮鋭度を像形式の各段階の線像分布関数の Convolution Integral を計算して求めた〔第 8 章〕

透視、イメージングプライア、テレビジョンの様に瞬時光量子分布が像となるような系では X線量子の統計変動が識別度に関係してくる〔第 8 章 V 2〕。津田はこの効果を考えて線量率、被写体の運動、散乱線が識別度に及ぼす影響を実験的に検討した〔第 9 章〕。

最後に光学と X線写真研究者が共通な言葉を使えるようにするために、両者の概念がくい違っている言葉の中で気のついたものを列挙し、比較してみる。

〔 Contrast 〕

X線写真では Contrast とは対照度 (フィルムの濃度差) のことであり

$$\log_{10} T_1 - \log_{10} T_2 \quad (1)$$

ただし、 T_1 、 T_2 は透過光量で表わされる。

光学の Contrast は

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} \quad (2)$$

で表わされ、対数が含まれない。

〔像のLinearity〕

X線写真では、 x ：厚さ I ：透過線量 I_0 ：入射線量 D ：濃度とすると

$$\log_e I = \log_e I_0 - \mu x$$

で表わされネガフィルムの場合には

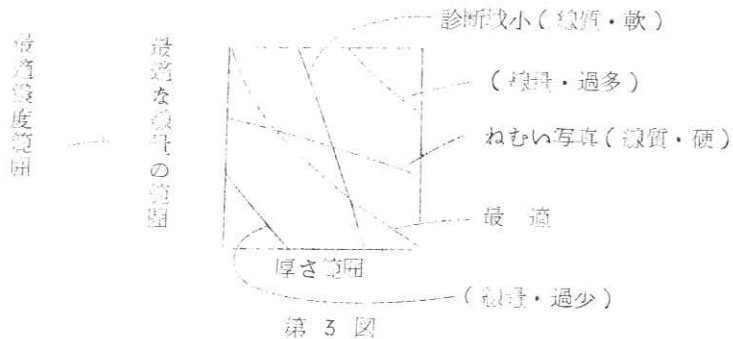
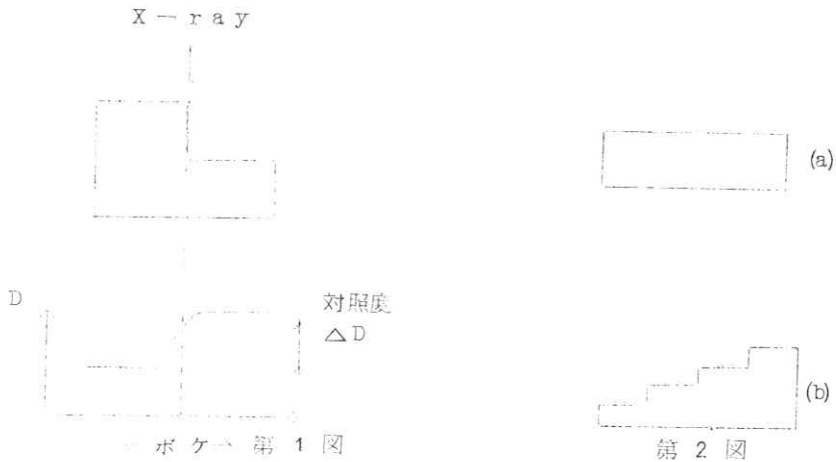
$$D = \gamma \log_e I$$

であるから μ 、 γ が一定ならば(γ キ1でも)濃度 D と厚さ x は直線関係にあり、「被写体が正しく表現されている」と考えやすい。しかし、実際は途中で非線形(\log)の変換が2回入っている。光学では輝度の分布と透過光の分布との関係を考えるので、 $\gamma=1$ の時だけを「直線関係にある」と表現する。

〔像の評価法〕

前述のように、X線写真はContrastと鮮鋭度で評価されていたが、光学レンズではレスポンス関数曲線でレンズのよさを表現しており、レスポンス関数の振幅(M. T. F)をContrastと言う。このContrastは(2)式で表わされるものである。

レスポンス関数はX線写真の鮮鋭度を表現する手法と考えられ、X線写真のContrastは零周波数のレスポンスの絶対値(1にnormalizeする前の値)に対応する。光学分野の中でもフィルムでは「階調度」とレスポンス関数とを考えているが、この「階調度」はX線写真のContrastの概念に対応する。



第 2 章 最大情報量撮影

大阪大学医学部 内 田 勝

第 1 節 撮影像評価の定量化

1. 緒 言

結晶構造解明のような特殊の場合を除いてわれわれが X 線写真を撮るのは、直接目で見ることのできない内部構造に関連した情報をその写真像から得ようとするためである。

従来の撮影技術では X 線の波長分布曲線における最短波長を変化することによって条件が設定され、その波長分布波形を積極的に変化させる考慮はされなかった。

例を胸部撮影にとってみよう。高圧撮影、準高圧撮影、低圧撮影は何れも最短波長を変えて撮影しようとするものであり、それらの波長分布波形は皆鯨のような形をした鯨波形をなしている。しかも 1 頭鯨である。衆知のように高圧撮影では微細度よく診断域は広いが対照度悪く、低圧撮影では対照度はよいが微細度悪く診断域は狭い。準高圧撮影ではその中間を示している。これらは高圧撮影では硬線多く軟線が少い。低圧撮影では軟線多くその波高電圧における最短波長以下の硬線が存在しない等を考えれば当然のことである。

われわれは今まで鯨波形をうのみにして管電圧波高値即ち最短波長のみに関り、被写体の状態によって波長分布波形を変化させようとする考慮を怠って来た。

撮影系と通信系とを対応するまでもなく、波長分布波形は搬送波形に相当するものである。通信系では十分な検討の後現在の搬送波形が決定されている。撮影系も例外の筈はない。

最短波長と波長分布波形を含めた波長分布を被写体との関連に十分立脚して決定する方式でなければならない。

そこで先程の例にかえり今線量を適当に配分して高圧、準高圧、低圧と称せられる電圧で各々 1 回計 3 回同一胸部を撮影してみたらどうであろう。即ち波長分布波形を 3 頭鯨波形となるようにしたらということである。硬線より軟線にいたる巾広い十分なエネルギーを持つ波長スペクトルは満足な撮影像をわれわれに与える結果を予想させる。

以上は考え方を説明するための例であるが、実際にはこのような多数回曝射等は実用にならない。

ある被写体に対して理想的な波長分布が定まればこれは管電圧、電流波形にその領域を変換することができる。

即ち管電圧、電流波形をある法則に従って歪ませることにより理想的な波長分布にできるだけ近いものを得ることができるわけである。

これについては筆者前報告“任意波形電圧電流における X 線について”においてその可能性を十分確認しているし、その具体化についても現在の電気工学の水準からみて決して困難とはいえないであろう。

このような考えにもとづいて筆者は撮影像における被写体と波長分布との関係について考察し、併せて最大情報量を与える波長分布の持つべき条件、その具体化について以下考察を行なった。

今ある被写体の X 線に対する性質について考えてみよう。

勿論その性質は各部の組成によって相異なるから位置の函数となる。そこでこの性質を $F(x, y, z)$ で表わすことにする。ただし写真の面を xy 面にとることにする。

また X 線の波長分布は波長 λ の函数である $I(\lambda)$ で与えられるものとしよう。そうすると X 線写真面上の点 $P(x, y)$ の黒化度を $B(x, y)$ で表わすものとすれば $B(x, y)$ は当然 $F(x, y, z)$ 及び $I(\lambda)$

によって決定されることになる。即ち

$$B(x, y) = G(F(x, y, z), I(\lambda))$$

となる。ただしGは λ 及び x, y, z に関する積分を含むある種のoperatorである。

被写体が定まれば勿論 $F(x, y, z)$ は定まるし、Gは吸収、散乱等の法則及び写真の感光、現像条件等によって定まるから先ず一定としてよい。そこで $B(x, y)$ はある定まった $F(x, y, z)$ については $I(\lambda)$ によって変るとして宜しい。

後述するようにわれわれが写真から情報を得るのはその黒化度分布を通してであるから、黒化度分布が変れば当然それから得られる情報の量も変る筈である。従って筆者はX線写真に関して次のような点について理論的な説明を試みかつその具体化について述べて見ようと思う。

- 1) 先ず写真より得られる情報の量というものを現在行なわれている判定法と矛盾のないように定量的に測定する手段について考察し。
- 2) 被写体の性質 $F(x, y, z)$ が与えられたときそのX線写真像より得られる情報量は勿論前述のように $I(\lambda)$ の函数となるが、その中には最大の情報量を与えるような $I(\lambda)$ が存在する筈であるから、そのような $I(\lambda)$ を決定する条件を定め。
- 3) そのような最適な $I(\lambda)$ は果して物理的に実現可能であるか、また実現できるとすればどのような印加電圧波形を持つべきかを定め。
- 4) 具体的にそのような電圧波形を出すためには如何なる装置によるべきかを定めてみよう。

次に以上の4つの問題について一つ一つ考えて行くことにする。

このようにして得られる撮影方式を最大情報量撮影と仮称した。

2. 撮影像評価の定量化

診断用X線写真の価値に関して勿論定性的には一応の基準が与えられているが、また一面においては観察者の主観的な判断に任されている点も甚だ多い。かように写真より得られる情報の量を算定する基準を持たないで、しかも写真の価値を決定する因子例えば電圧、電流、波長分布等を論じることは殆んど意味がないといって差支えあるまい。筆者は以下に電圧、電流波長分布等の写真に与える影響を考察する前に先ず写真そのものの価値を算定する手段について私案を述べて見たい。

今Fig 2.1のような写真があるものとし、その上の1点Pについて考えよう。勿論P点はある大きさの黒化度を有する。この黒化度は各点において凡て異なっていて位置の函数であると考えて宜しい。われわれが写真から何らかの情報を得るのはこの黒化度の分布状態を通してである。しかし1点Pの黒化度 $B(P)$ のみを採り上げて見てもそれから何等の情報も得られないので $B(P)$ をP点の近傍の黒化度と比較して始めて何らかの情報が得られることとなる。換言すれば1点Pの与える情報の量はP点及びP点近傍の諸点の黒化度の函数であると考えねばならない。写真であるから平面の分布函数に関して考察すべきであるが、以下問題を簡単にするためにそ

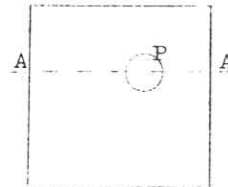


Fig. 2.1

の1断面即ち1次元の関数について考えることにしたい。

ここで1つの写真(例えばFig 2.1のような)を採り、その1断面(例えばAA')の黒化度分布がFig 2.2のB(x)曲線で表わされるものとする。このB(x)曲線に何らかの方法によって近傍の諸点の影響を考へて平滑化したB'(x)曲線を作ろう。しかるときはこの写真の与える情報は|B(x)-B'(x)|に関連した量として定めてもよいであろう。したがって問題はB(x)よりB'(x)を決定すること及び情報の量を|B(x)-B'(x)|の如何なる関数で与えるかという2点に帰する。しかしてこの関数は従来の判定法に矛盾しないようにしたい。

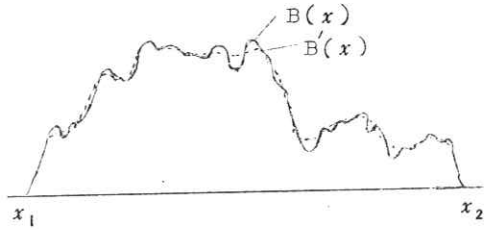


Fig. 2.2

(1) 先ずB(x)からB'(x)を作成する手段について考えよう。Fig 2.2のB(x)曲線の1部がFig 2.3で表わされているものとする。今1点P(x=x1)におけるB(x)の値B'(x1)が定まったとするとB'(x1)を定めるに際して有効なのはx1近傍のB(x)の値が主であつてx1より離れた位置にある(B(x))の値は殆んどB'(x1)の決定には関連しないとみてよいであろう。したがって次のような2つの手段が考えられる。

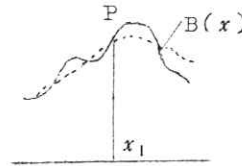


Fig. 2.3

$$B'(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} B(x) e^{-\alpha|x_1-x|} dx / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha|x_1-x|} dx \quad (2.1)$$

$$B'(x_1) = \frac{1}{2\Delta x} \int_{x_1-\Delta x}^{x_1+\Delta x} B(x) dx \quad (2.2)$$

2.1という表示式の方が全体の影響を考慮してより正確であると思われるけれども使用上非常に不便であるから2.2の表示式を採用することにしたい。

(2) 次にB(x)からB'(x)が求められたとし|B(x)-B'(x)|から従来の判定法に矛盾しないように情報の表示式を定めてみよう。種々の考察を行なった結果筆者は次のような数式表示が最も適当であると考え。情報量をIで表わして

$$I = \left(\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{|B(x) - B'(x)|} dx \right)^2 / (B_{max} - B_{min}) \quad (2.3)$$

ただし Bmax, Bmin はB(x)の最大値及び最小値とする。
かようにすると次のような特性が得られる。

1) 黒化度が一ような
ところでは情報は無い。

Fig. 2.4

例えば Fig 2.4 のように $B(x)$ が flat であると

$$B'(x) = \frac{1}{2 \Delta x} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} B(x) dx = B(x)$$

となり $B(x) = B(x)$ となり, $I = 0$ となる。

2) Fig 2.5 の(a)及び(b)のような $B(x)$ 曲線では (a)よりも(b)の場合の方が与える情報量は大きい。

即ち

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{A} \left(\int_0^{\Delta x} 2\sqrt{A - \left(\frac{A}{2} + \frac{A}{2} \frac{x}{\Delta x}\right)} dx \right)^2 \\ &= \left(\int_0^{\Delta x} 2\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{x}{\Delta x}} dx \right)^2 \\ &= 2 \left(\int_0^{\Delta x} \sqrt{1 - \frac{x}{\Delta x}} dx \right)^2 \end{aligned}$$

となり(b)図では

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{1}{A} \left(\int_0^{\Delta x} 4\sqrt{\frac{A}{2} - \left(\frac{A}{4} + \frac{A}{4} \frac{x}{\Delta x}\right)} dx \right)^2 \\ &= \left(\int_0^{\Delta x} 4\sqrt{\frac{1}{4} - \frac{x}{\Delta x}} dx \right)^2 \\ &= 4 \left(\int_0^{\Delta x} \sqrt{1 - \frac{x}{\Delta x}} dx \right)^2 \end{aligned}$$

であって

$$I_b > I_a$$

となる

3) 鮮鋭度の大きいものの方が与える情報量は大きい。

例えば Fig 2.6 の(a)及び(b)図の与える情報を較べてみよう。まず(a)図の与える情報量を I_a とすると

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{A} \left(\int_0^{\Delta x} 2\sqrt{A - \left(\frac{A}{2} + \frac{A}{2} \frac{x}{\Delta x}\right)} dx \right)^2 \\ &= \frac{1}{A} \left(\sqrt{2} \sqrt{A} \int_0^{\Delta x} \sqrt{1 - \frac{x}{\Delta x}} dx \right)^2 \\ &= 2 (\Delta x)^2 \left(\int_0^1 \sqrt{1 - g} dy \right)^2 \\ &= 2 \Delta x^2 \left(\left[\frac{2}{3} Z_{3/2} \right]_0^1 \right)^2 \\ &= \frac{8}{9} (\Delta x)^2 \end{aligned}$$

となる。また(b)図に関しては

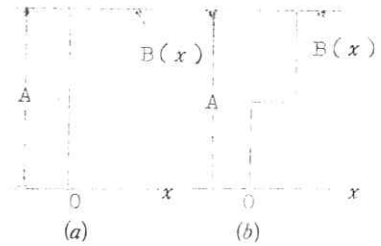


Fig. 2.5

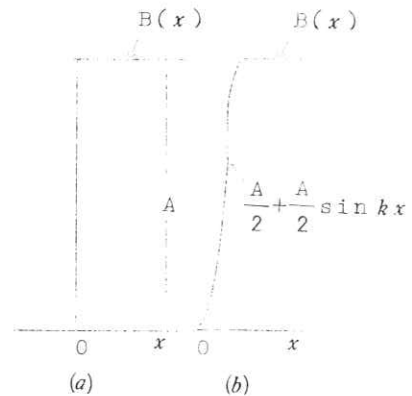


Fig. 2.6

$$\begin{aligned}
B'(x) &= \frac{1}{2\Delta x} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} \left(\frac{\Delta}{2} + \frac{A}{2} \sin kx \right) dx \\
&= \frac{1}{2\Delta x} \cdot \frac{A}{2} \cdot \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} (1 + \sin kx) dx \\
&= \frac{A}{4\Delta x} \left[x - \frac{1}{k} \cos kx \right]_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} \\
&= \frac{A}{4\Delta x} \left[2\Delta x - \frac{1}{k} \{ \cos k(x+\Delta x) - \cos k(x-\Delta x) \} \right] \\
&= \frac{A}{4\Delta x} \left[2\Delta x + \frac{2}{k} \sin kx \cdot \sin k \cdot \Delta x \right] \\
&= \frac{A}{2} + \frac{A}{2k \cdot \Delta x} \sin kx \cdot \sin k \cdot \Delta x
\end{aligned}$$

$$B(x) = \frac{A}{2} + \frac{A}{2} \sin kx$$

$$B(x) - B'(x) = \frac{A}{2} \sin kx \left[1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right]$$

$$\begin{aligned}
\therefore \left(2 \int_0^{\pi/2k} \sqrt{B(x) - B'(x)} \cdot dx \right)^2 & \\
&= A \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right) \left(\int_0^{\pi/2k} (\sin kx)^{1/2} dx \right)^2 \\
&= A \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right) \frac{1}{k^2} \left(\int_0^{\pi/2} (\sin \theta)^{1/2} d\theta \right)^2 \\
&< A \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right) \\
I_b &< \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right) \\
&= \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{1}{k \cdot \Delta x} \left\{ (k \cdot \Delta x) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(k \cdot \Delta x)^3}{3!} + \frac{(k \cdot \Delta x)^5}{5!} - \frac{(k \cdot \Delta x)^7}{7!} + \dots \right\} \right] \\
&= \Delta x^2 \frac{(\pi/2)^2}{3!} \left[1 - \frac{(k \cdot \Delta x)^2}{4 \cdot 5} + \frac{(k \cdot \Delta x)^4}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} - \frac{(k \cdot \Delta x)^6}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} + \dots \right] \\
&\quad (k \cdot \Delta x)^2 \leq 2.0 \text{ に於いて}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(\Delta x) &= \left\{ 1 - \frac{1}{4 \cdot 5} (k \cdot \Delta x)^2 + \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} (k \cdot \Delta x)^4 - \dots \right\} \\
&= \left\{ \left(1 - \frac{1}{4 \cdot 5} (k \cdot \Delta x)^2 \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{(k \cdot \Delta x)^4}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \left(1 - \frac{(k \cdot \Delta x)^2}{8 \cdot 9} + \dots \right) \right\} \\
&> \left\{ 1 - \frac{1}{4 \cdot 5} (k \cdot \Delta x)^2 \right\}
\end{aligned}$$

$$f(\Delta x) = \left[1 - \frac{(k \cdot \Delta x)^2}{4 \cdot 5} \left\{ 1 - \frac{(k \cdot \Delta x)^2}{6 \cdot 7} \right\} \right. \\ \left. - \frac{(k \cdot \Delta x)^6}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} \left\{ 1 - \frac{(k \cdot \Delta x)^2}{10 \cdot 11} \right\} \dots \right] \\ < 1$$

∴ $(k \cdot \Delta x)^2 \leq 20$ に於いて

$$I_b < \Delta x^2 \frac{(\pi/2)^2}{3!} < \frac{8}{9} \Delta x^2$$

又 $I_b < \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right)$

$$= \frac{\pi^2}{4} \frac{\Delta x^2}{(k \cdot \Delta x)^2} \left(1 - \frac{\sin k \cdot \Delta x}{k \cdot \Delta x} \right)$$

$$= \frac{\pi^2}{4} \Delta x^2 \frac{1}{(k \cdot \Delta x)^2} \left\{ \frac{1}{k \cdot \Delta x} k \cdot \Delta x - \sin k \cdot \Delta x \right\}$$

$$< \frac{\pi^2}{4} \Delta x^2 \frac{1}{(k \cdot \Delta x)^2} \left(1 + \frac{1}{k \cdot \Delta x} \right)$$

$k \cdot \Delta x \leq \sqrt{20}$ については既に証明されている。

∴ $k \cdot \Delta x \geq \sqrt{20}$ については

$$I_b < \frac{\pi^2}{4} \Delta x^2 \frac{1}{20} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{20}} \right) < \frac{8}{9} \Delta x^2$$

従って

$$I_b < I_a$$

となる。

以上の証明によって式 2.3 の定義が現在行なわれている判定法と矛盾しない情報量の定義であることを認めることができる。

以上は 1次元について考えたのであるが、実際 2次元である写真の情報量も同様の考え方で計算することができる。

即ちある点のまわりの微少面積の平均黒化度を $B'(x_1)$ とし、それらの連続として $B'(x)$ 曲線を測定によって求めることができる。

写真面を数多く走査することによって連続した $B'(x)$ 曲線と $B(x)$ 曲線が得られ、式 2.3 によって写真全体の情報量の計算ができるわけである。

第 2 節 撮影系の最大情報量

大阪大学医学部附属診療 X 線技師学校

内田 勝

大阪大学医学部附属病院

山下一也，前田真行，雄川恭行

第 1 節は写真の情報量を定義し従来の判定法に矛盾しないことを理論的に証明した。この節では被写体のもつ情報量を定義し撮影系の最大情報量を得る条件を求めたものである。先ず第 1 節の定義による情報量が最大となる条件は区分された $\sqrt{|B(x)-b(x)|}$ の面積がすべて等しい所であることを明らかにした(付表 1) 被写体の情報量は第 1 節と同じ考え方でつぎのように定義した。

$$I = \left(\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{|B(x)-b(x)|} d(x) \right)^2 / B_{\max} - B_{\min}$$

$B(x)$: 被写体の質量分布関数

附 表 1

Fig I のようなある分布関数があるとする。この分布関数の定義による情報量が最大となるための条件を求める。

$$2 \sum d_i = d$$

$$y = \frac{d_i}{u} x + d_i$$

$$2 \int_{-u}^0 \sqrt{\frac{d_i}{u}} x + d_i dx = \frac{4}{3} u \sqrt{d_i}$$

$$\frac{4}{3} u = \text{const}, \sqrt{d_i} \text{ について考える。}$$

$$\{f(d)\}^2 \sqrt{d_1} + \sqrt{d_2} + \dots + \sqrt{d_n}$$

$$\{f(d)\}^2 = d_1 + d_2 + \dots + d_n + 2 \left(\sum_{i < j} \sqrt{d_i} \sqrt{d_j} \right)$$

$$d_1 + d_2 + \dots + d_n = \frac{d}{2} = k$$

$$3k - \{f(d)\}^2 = 2k - 2 \left(\sum \sqrt{d_i} \sqrt{d_j} \right)$$

$$= 2 \left\{ (\sqrt{d_1})^2 + (\sqrt{d_2})^2 + \dots + (\sqrt{d_n})^2 \right.$$

$$\left. - \sqrt{d_1} \sqrt{d_2} - \sqrt{d_1} \sqrt{d_3} - \dots - \sqrt{d_{n-1}} \sqrt{d_n} \right\}$$

$$= (\sqrt{d_1} - \sqrt{d_2})^2 + \dots + (\sqrt{d_{n-1}} - \sqrt{d_n})^2 \geq 0$$

これが最小になるには

$$d_1 = d_2 = d_3 = \dots = d_n$$

でなければならない。即ちこれが情報量最大となるための条件である。

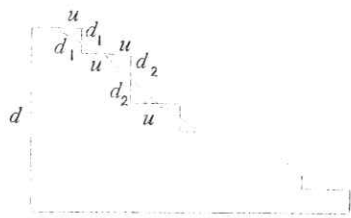


Fig. I

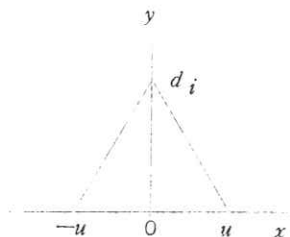


Fig. II

$$b(x) = \frac{1}{2 \Delta x} \int_{x-\Delta x}^{x+\Delta x} B(x) dx$$

B_{max}, B_{min} : $B(x)$ の最大値と最小値

したがって撮影系の最大情報量は被写体のもつ情報量と等しい写真の情報量をもつ撮影条件において実現される濃質によっては写真の情報量が被写体の情報量より大きいことも小さいこともあり得るがこれは目的と

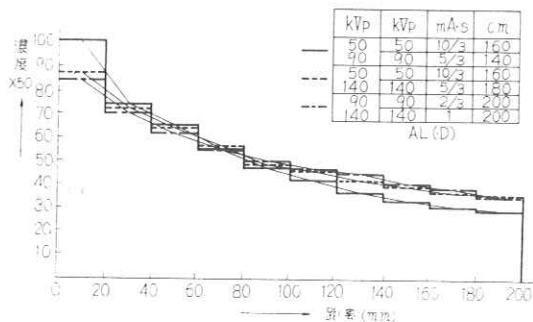
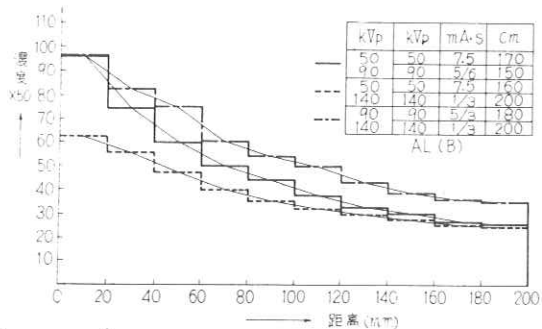
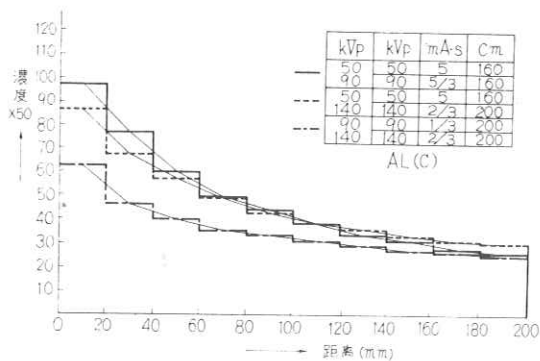
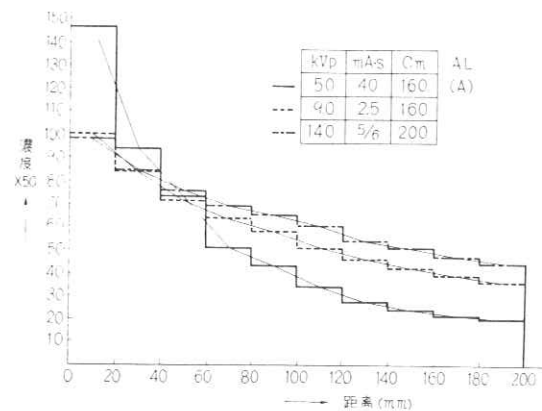


Fig. 1.

するものでなく、等しい情報量において最大情報量が得られる。

今回の実験では情報源のもつ情報量を最大とするため階差の等しい均一被写体を用いた。したがって写真から得られる情報量はすべて情報源のものより小さくその内で最大のものを求めた。写真情報量の定義の中には鮮鋭度も含まれるが今回は除いた。線質スペクトルは任意波形を用いるのが望ましいが原則として3原色撮影、今回は2原色スペクトルを用いて実験を行なった。(1) 使用器具、装置；島津山城号B I型、管球；サークルレス0.3/2、増感紙；極光FS、フィルム；フジPX、現像；プロコマート、濃度計、東京光電式濃度計、(2) 実験管電圧、単独；50kVp(A), 90kVp(A), 140kVp(A), 混合；50kVp+90kVp(B), (C), (D), 50kVp+140kVp(B), (C), (D), 90kVp+140kVp(B), (C), (D)の3種の混合管電圧を用いそれぞれの混合管電圧における線量の割合を(B)では2:1, (C)では1:1, (D)では1:2の3種計9種とした。(3) 情報源としての被写体, Aluminium；2~20mm, 2mm階差で10コ, Paraffin；20~200mm, 20mm階差で10コ, (4) 距離—濃度曲線, Fig 1(A), (B), (C), (D)はAl, Fig 2(A), (B), (C), (D)はPara. 横軸；各段階までの距離, 縦軸；各測定点の濃度を50倍したもの。(5) 情報量の算出, Fig 1, Fig 2より定義にもとずいて計算した。(6) 比情報量, Fig 3(A), (B), (C), (D)はAl, Fig 4(A), (B), (C), (D)はParaの情報量算出の結果を被写体の情報量を100とした百分率で表示した。(7) 考察, 単独；Al：低圧においては中厚の部分で最大となり高圧においては厚い部分で最大である。全情報量は140kVpで最大である。Para：低圧では情報量にみるべき変化はない。高圧になると厚い部分で下ってくる, これは散乱線含有によるものと思われる。全情報量では90kVpが最大である。混合；今回の実験段階では定量的な結論をだすことができない。しかしFig 3, 4にみられるように各部分において最大の情報量を得る最適スペクトルが存在することがわかる。なおつきには混合スペクトルの場合における散乱線の様相の検討を行ない, あわせて情報量の変化をみたい。

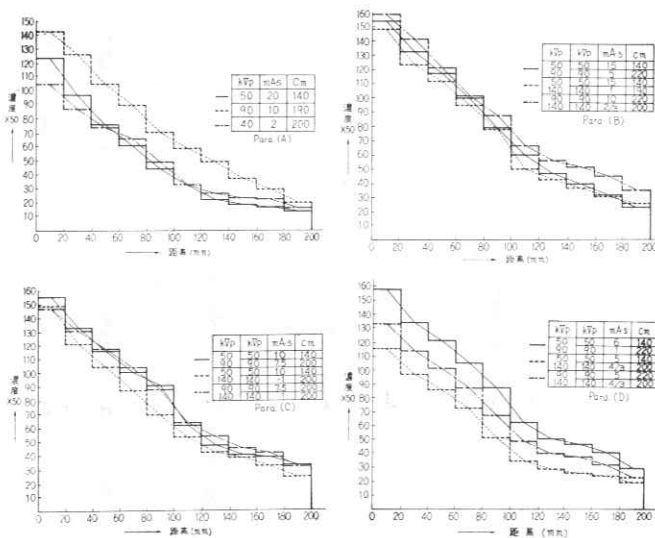


Fig. 2

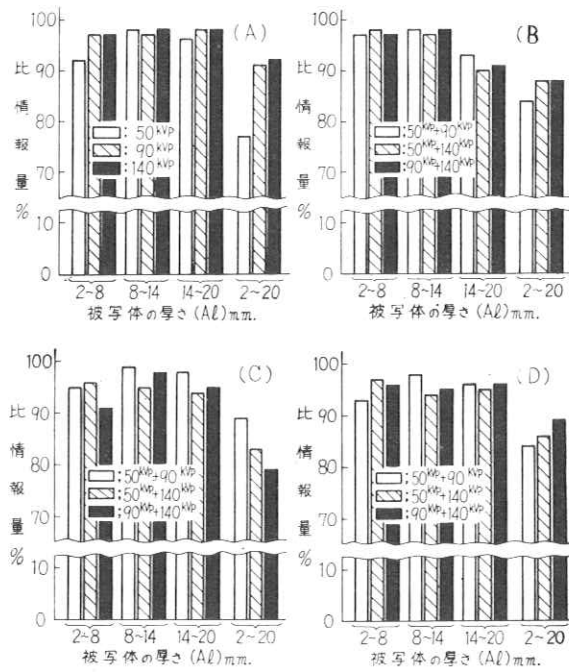


Fig. 3

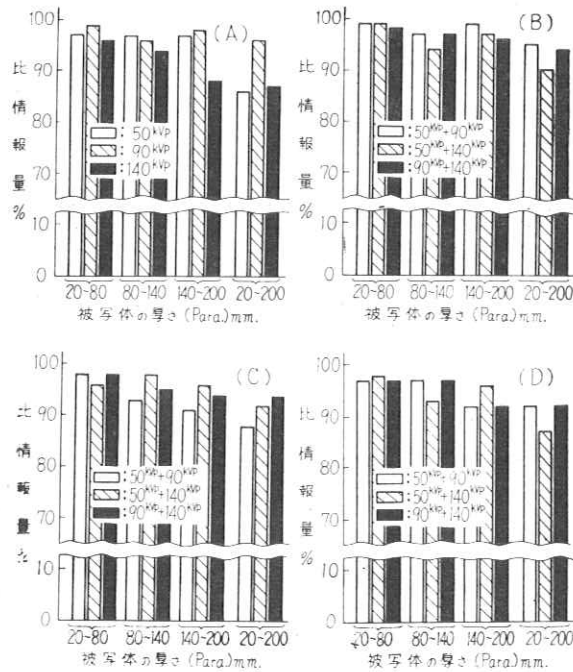


Fig. 4

第3章 ラジオグラフの最適濃度範囲と最適撮影条件

京都工芸繊維大学 金森仁志

1. まえがき } 10 編 3 章でのべてある。
2. 最小覚認対照度

3. 生理的対照度と最適濃度

前節で、第3段の肉眼の識別能を考えたので第1段と第2段にもどる。周知のように、被写体に厚さの差 Δx があると、フィルム上に

$$\Delta D = g r \Delta x \quad (1)$$

のような濃度差ができる。ただし、 g は線量減弱曲線の勾配 (第1段の特性)、 r はフィルム露光特性の勾配 (第2段の特性) である。

筆者は、濃度差 ΔD と最小覚認対照度 ΔD_{min} の比を生理的対照度と定義した。これを ΔS であらわすと、

$$\Delta S = \Delta D / \Delta D_{min} \quad (2)$$

である。たとえば、0.02 まで識別できる状態で濃度差 0.04 を見れば ΔS が 2 となるが、0.01 まで識別できる時には濃度差 0.04 に対して ΔS が 4 となり、前にくらべて 2 倍の見えやすさになっていることが表現されて便利である。

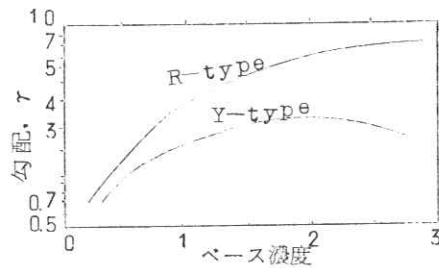
(1)式を使うと ΔS はつぎのように表現される。

$$\Delta S = g \delta \Delta x \quad (3)$$

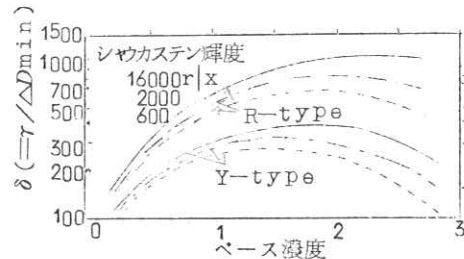
ただし $\delta = r / \Delta D_{min}$ (4)

である。 δ はフィルムの r を識別能で修正した値で、第2段と第3段の過程の組み合わせである。この δ は、本解説でもっとも重要な量である。第1段の過程で出てくる減弱曲線の勾配 g は撮影条件できまるので、今しばらくは考えないでおく。

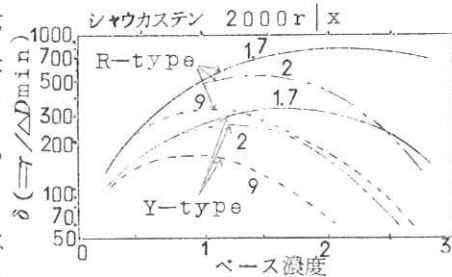
第5図は濃度と r の関係を示す図で、R-type は露光量が増加しても濃度が飽和せずのびて行く特性を、Y-type は濃度が飽和する特性を示す。Y-type では、濃度 2.1 で r が極大になるので、眼の識別能を考えなければ 2.1 が最適濃度であり、R-type は濃度



第5図 第7図、第8図のデータを求める時に使用したフィルムの D -log E 曲線の勾配 r



第6図 ベース濃度が一樣なフィルムの δ 、 δ は生理的対照度に比例する量である。黒マスクで覆って一部分だけを見る場合もこのデータを使えばよい。



第7図 低濃度部のまぶしさに影響された時の δ 、 δ は生理的対照度に比例する。

が大きいくほどよいことになる。この r を、各濃度について、第1図、第4図の ΔD_{\min} で割ると δ と濃度の関係を得る。ただし、第1図では実験値の方を使った。

第6図は、濃度分布が一様な場合(第1図の曲線1、第4図の曲線7、二つの曲線は一致する)の δ であり、マスキングの時もこれになる。このデータは非破壊検査で重要である。 δ が極大になる濃度が最適濃度である。シヤウカステンが明るくなるほど最適濃度が増加する事がわかる。Y-typeでは600 rlxで1.3、16,000 rlxで1.8になるが、フィルム r が極大になる濃度21よりは少い。R-typeでは600、16,000 rlxでそれぞれ1.9、2.5である。非破壊検査では1.5が標準とされており(4)(5)、シヤウカステンが明るければ2乃至3.5になると言われているが(4)、実際は、シヤウカステンの明るさとフィルムの特性で異り、このように2段階の特性を組み合わせることによって、はじめて正確な最適値が求められる。

濃度が一様でなくてまぶしさの影響がある場合の例を第7図に示した。図は2,000 rlxの場合で、曲線の番号は第1図、第4図の2,000 rlxの図の曲線番号に相当する。曲線1、7は一様濃度の場合を示す。まぶしさが影響してくると、曲線2、 \nearrow 曲線9のように高濃度の δ が小さくなり、最適濃度が下る。Y-typeの9では0.8まで下る。一様濃度の場合には、非飽和特性のフィルムを使えば高濃度部を見る事ができたが、まぶしさが影響する時には、フィルム特性が飽和しても、しなくても、高濃度部の δ はほぼ同じ割合で減少するので、飽和特性のフィルムで充分である。人体のような複雑な被写体では濃淡入り乱れた写真ができるので、医療用フィルムが飽和特性を示しているのは合理的である。工業用においても、複雑な形状の被写体を全般的に観察したい時には飽和特性のフィルムを使えばよい。

4. 最適濃度範囲

被写体のある厚さの点を最適濃度にする時、その厚さから離れるにしたがって生理的対照度が小さくなって、一定の範囲より外では写真の実用性がなくなる。この表現される厚さの範囲は、対照度が大きくなるほどせまくなる。そこで対照度と表現される厚さの範囲との両者を大きくするには、濃度範囲をどの程度にすればよいかと言うことを考えてみる。

被写体の厚さの差 Δx によって生ずる濃度差 ΔD が最小覚認濃度差 ΔD_{\min} より大なる範囲、すなわち、 Δx を識別できる範囲では、(2)(3)式より、

$$\delta g \Delta x \geq 1 \quad (5)$$

が成り立つ。

検差の対象となる厚さ範囲(x_1, x_2)が(E_1, E_2)の範囲に露出されるとすれば、減弱曲線の勾配 g は

$$g = (\log E_2 - \log E_1) / x \quad (6)$$

ただし $x = x_2 - x_1$ である。

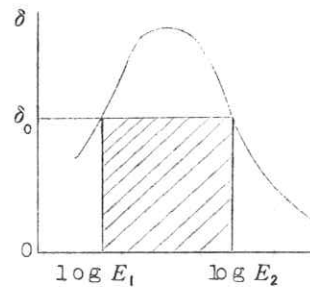
(5)(6)式よりつぎの関係をうる。

$$\delta (\log E_2 - \log E_1) = x / \Delta x \quad (7)$$

範囲の両端では

$$\delta_0 (\log E_2 - \log E_1) = x / \Delta x_0 \quad (8)$$

である。



第8図 最適濃度範囲の求め方
斜線部の面積が極大になる時、 (E_1, E_2) に相当する濃度範囲 (D_1, D_2) が最適濃度範囲である。縦軸は比例尺。

(8)式をもとにして最適濃度範囲を求めるために、第6図と第7図の横軸を、フィルム特性曲線($D-\log E$)を用いて、濃度 D から $\log E$ にかきなおし、縦軸を比例尺に変換すれば、一般に第8図のような形状の曲線を得る。さて、(8)式の左辺は第1図の斜線部分の面積で、右辺は、この範囲の両端 E_1 、 E_2 において判別しうる厚さの割合 $\Delta x_0/x$ の逆数である。この面積は δ_0 がある値の時に極大値をとるので $\Delta x_0/x$ は極小値をとる。 δ_0 がこれより大きくなれば表現される厚さ x が減少して $\Delta x_0/x$ が増加し、両端だけでなく中間においても $\Delta x/x$ が増加するので全体にわたって識別しにくくなる。反対に、 δ_0 が小さければ両端

第1表 最適濃度範囲の例

フィルムの種類	シヤウカステンの輝度 2 (rlk)	使用した ΔD_{min}	最適濃度範囲
R (濃度非飽和)	1 6 0 0 0	第1図, 1 第4図, 7 (一様濃度)	1.0 6-
	2 0 0 0		0.8 5-
	6 0 0		0.5 7-
	2 0 0 0	第1図, 2	0.5 3~2.3 7
	2 0 0 0	第4図, 9	0.2 4~2.0 5
Y (濃飽和)	1 6 0 0 0	第1図, 1 第4図, 7 (一様濃度)	0.7 7~2.8 3
	2 0 0 0		0.5 8~2.6 4
	6 0 0		0.3 6~2.6 4
	2 0 0 0	第1図, 2	0.4 2~2.1 0
	2 0 0 0	第4図, 9	0.2 5~1.6 7

で見えにくいので Δx_0 が大きくなり、結局 $\Delta x_0/x$ が増加する。

したがって、 $\delta-\log E$ 曲線の斜線部の面積が極大になるような露出の範囲(E_1 、 E_2)に対応する濃度範囲(D_1 、 D_2)が最適濃度範囲である。

第1表に、第6図、第7図の δ のデータから求めた最適濃度範囲を示す。ただし、最初の3つは、 δ の極大点より右の部分が少ないので左側だけから求めた値である。第1表によれば、シヤウカステンが明るく、濃度分布が一様ほど最適濃度範囲は広くなり、高濃度部に移動する。

医療用では、毎年、写真コンクールがおこなわれているが、その上位入選作品の最適濃度範囲は、上述の方法で求めた濃度範囲とよく一致している⁽⁹⁾。

5. 最適撮影条件

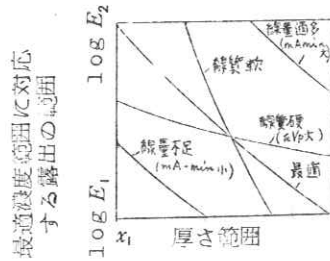
以上でフィルムの特性(第2段)と眼の識別能(第3段)を組み合わせた特性を求めた。これと第1段の線量減弱曲線を組み合わせて最適撮影条件を求めてみる。

第9図の横軸は被写体中の検査の対照となる厚さの範囲 (x_1, x_2), 縦軸は最適濃度範囲に対応するフィルムの露出 $\log E$ の範囲である。線質と線量を適当に選択して、減弱曲線をこの形の対角線上にもってくると、必要な範囲が欠ける事なく最大の対照度で表現される。線質が軟いと (X線ならば kVp が低いと) 最適濃度付近の対照度は大きくなるが両端では識別しにくくなる。線が硬いと対照度が小さくなる。線量が不適当であると一部分が欠ける。

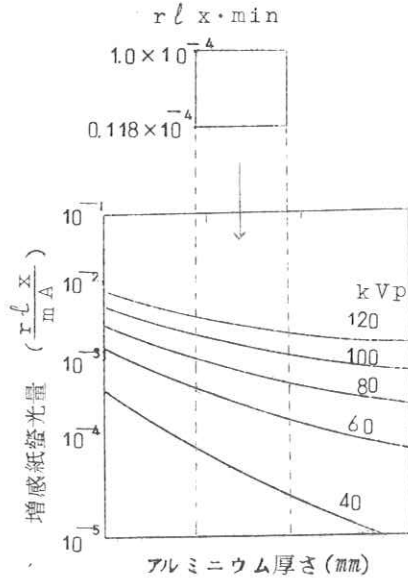
つきに実例を示す。第10図は、ある单相全波整流型 X線装置を用い、距離 1.8 m でアルミニウムを撮影する場合の増感紙の蛍光量減弱曲線である。※(10)。縦軸はフィルムの $\log E$ と同じ単位で測れるように校正しておかねばならない。この単位はまだ定められていないので、各自で蛍光量測定器を作成し、測定器の目盛 (例えば出力電流 μA) を使えばよい。図では可視光の単位, rlx , を使っているが増感紙からは紫外線が多量に出るので、相対値を示すにすぎない。最適濃度範囲として、第1表の最下行を使うと、対応するフィルム露出は $0.118 \sim 1.0 \times 10^{-4} rlx \cdot min$ の範囲となり、第9図の縦軸の長さは $\log(1.0/0.118) = 0.93$ となる。そこで縦軸が 0.93 で横軸が厚さ範囲に一致する矩形を透明な紙に書いて、減弱曲線に重ねて上から下に移動させると、対角線にのるような減弱曲線が見出される。この曲線の kVp が最適値である (第10図)。つきに、矩形の左上端の点の直下の値 $a (rlx/mA)$ を読めば $10^{-4}/a$ が最適の $mA \cdot min$ 値である。ただし 10^{-4} は上の紙片の矩形の上端の値である。撮影距離に対しては、逆2乗法則で補正すればよい。

こうして求めた最適値と厚さとの関係を第11図に示した。Aは厚さ0から最大厚さまでを見たい場合、Bは最大厚さ $1/2$ の以上の範囲だけを見たい場合のデータである。被写体が厚くなれば kVp を高くして $mA \cdot min$ を減らせばよい。検査したい厚さの範囲が減少すると、

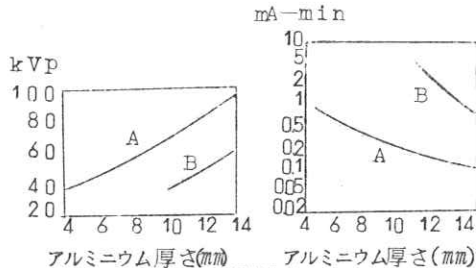
※散乱線をできるだけ除去して、直接線に関するデータを作成せねばならない。鉛増感紙を使うときには鉛から出る2次電子量を測定して減弱曲線を作成せねばならない。



第9図 最適撮影条件の説明



第10図 蛍光量減弱曲線から最適撮影条件を求める方法



第11図 最適撮影条件の例
 单相全波整流型装置を使用し撮影距離を 1.8 m にした時の1例
 曲線 A: 厚さ0から最大厚さ迄を
 検査したい場合
 曲線 B: 最大厚さ $1/2$ のより厚い箇所だけを
 検査したい時

AからBのようになり、 kVp を低くして対照度を高めるかわりに $mA \cdot min$ を増して濃度を保たねばならない。平板の検査あるいはごく限られた部分を検査する時は、一定厚さに対する微小変化を検出すればよいので厚さの範囲がせまくなる。そこで、上述の方法で最適値を求めると、 kVp はますます低くなり、 $mA \cdot min$ は増加して実用範囲からはずれるので、対照度を犠牲にしてもよいから、 kVp を高くして $mA \cdot min$ を小さくせねばならない。この場合には検査したい厚さの付近が最適濃度になるように $mA \cdot min$ を選べばよい。

要するに、被写体の形状が複雑で、広い厚さ範囲を検査したい時は最適濃度範囲が重要で、一定厚さ中の微小変化を検査したい時は最適濃度が重要である。

6. む す び

ラジオグラフを作成して観察する3過程を段階に分解して、各段階の特性を考えた。

まず、種々の条件に対して、眼の濃度差識別能を実験と理論から求めておいた(第1, 4図)。これとフィルムの $D \sim \log E$ 特性を組み合わせた曲線を用いて、最適濃度と最適濃度範囲が求められる。つぎに、各自の使用する装置と増感紙について、必要な物質の減弱曲線を作成しておけば、最適濃度範囲にもっていくための撮影条件(kVp , $mA \cdot min$)が求められる。ただし、減弱曲線を求める時には散乱線を除去するように留意せねばならない。

本解説は、応用物理欧文雑誌(JJAP)に掲載された論文⁽¹¹⁾にもとずいて書かれたものである。

参 考 文 献

- 1) 藤本, 他: 適当なるフィルムの黒さについて, 日本医学放射線学会雑誌 5巻(1944)P226
- 2) 江藤, 他: エックス線像に関する二, 三の考察, 日本医学放射線学会雑誌 8巻1号(1948) P5, P9, 9巻1号(1949)P4
- 3) 熊谷: 骨撮影の基礎問題, 日本放射線技術学会雑誌 14巻(1958)P11
- 4) W. J. Gonnagle: Nondestructive Testing, 1st Edition, McGraw-Hill (1961) PP 129~133
- 5) R. C. McMaster: Nondestructive Testing Handbook, 1st Edition, Vol 1, Ronald Press (1959) PP 20~30
- 6) P. Moon and D. E. Spencer: Lighting Design, 1st Edition, Chapter 8, Addison Wesley Press, (1948)
- 7) P. Moon and D. E. Spencer: The Visual Effect of Non-Uniform Surrounds, J. Opt. Soc. Am, Vol 35(1945), P 233
- 8) L. L. Holladay: The Fundamentals of Glare and Visibility, J. Opt. Soc. Am, Vol. 12(1926) P271
- 9) 金森: X線写真における最適濃度範囲, 日本医学放射線学会雑誌 23巻5号 (1963) P579
- 10) 金森: X線管電圧および管電流波形の写真効果(第2報), 日本医学放射線学会雑誌 23巻5号 (1963) P565

- 11) H. Kanamori: The Determination of the Optimum Density and the Density-Range of Radiographs from Visual Effects, Japan J. Appl. Phys., Vol 3, No 5 P 286

〔質問討論〕

高野：被写体が動かないときは工業用で黒いマスク。明るいシヤウカステンで見ればよいか。

金森：その通りである。

第 4 章

A New Definition of Information Volumes on Radiographs from Density-to-Thickness Curves

Hitoshi Kanamori,
Department of Electrical Engineering
Kyoto Technical University

§ 1. Introduction

The definition of the *information volume* on X-ray or higher-energy radiographs has been required in recent years for the development of *information-radiography*. The purpose of information-radiography is to obtain the best equipment and exposure-factors that make most effective radiographs. However, it has not been successfully achieved due to the difficulty of defining information volumes. Hitherto, attempts were made at directly deriving information from density distribution of radiographs already made, using logical analysis for instance¹⁾, but this type of trial is not sufficient for obtaining the relations of exposure factors and original objects to radiographic effects. The definition given in this paper may give an ap-

proach to synthesize the relations of them. This may be therefore suitable for the purpose of information radiography.

The radiographic effect at every elemental area is represented by contrast and sharpness. The two terms are illustrated in Fig. 1. In the figure, contrast is the difference ΔD in film-density due to a change in thickness. This meaning of contrast is different from the meaning used in optics. Contrast may be changed with quality of radiation. Sharpness is represented by blurring around the edge. Sharpness is changed with geometrical factors or exposure-time of a moving object. This paper treats contrast.

From another view point, effects of normal photographs will be represented by *optical transfer function* in optics. Optical transfer function represents the contrast as well as sharpness, by linearizing the film-characteristic curves. Where, the linearity means that the gradient γ of a density-to-logarithm exposure curve is unity. In radiography, however, the homogeneous rays are absorbed by an object, satisfying the relation

$$\log I = \log I_0 - \mu x,$$

where, I , I_0 are intensity of incident and transmitted rays, μ is absorption coefficient, and x is the thickness of an object. Then, thickness and logarithm exposure have a linear relation. Therefore, if the linear part of a film-characteristic curve is used, object-thickness and film-density have a linear relation, even if γ is not unity. In radiography, therefore, the linearity in exposure-to-density or exposure-to-thickness relation is not needed but only density-to-thickness

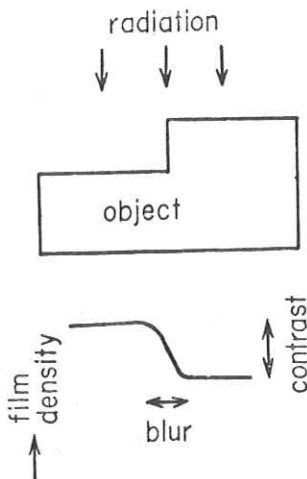


Fig. 1. Illustration of contrast and sharpness of a radiograph.

linearity is needed. Therefore, a different conception from that of optics such as optical transfer function should be introduced. One example of this purpose will be shown in this paper.

§ 2. Information Volumes Given by Contrast due to a Test-Piece

A model of objects under examination is shown in Fig. 2. The model has some test-pieces to be distinguished from the base-material having a wide thickness-range,

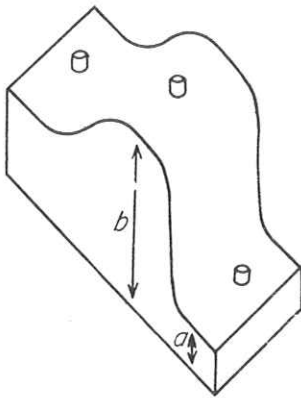


Fig. 2. An object-model having test-pieces on a base-material of a wide thickness-range (a, b).

between a and b . In radiology, hitherto, contrast due to one test-piece on a constant-thickness object was considered, postulating that higher contrast meant a better radiograph. This conception is not valid, because higher contrast means that a smaller thickness-range is represented within a limited density-range. Therefore, a wide thickness-range is considered in this paper.

If the test-piece material is the same as the base-material, the contrast due to test-pieces may be obtained from a density-to-thickness curve such as Fig. 3. Fig. 3 should

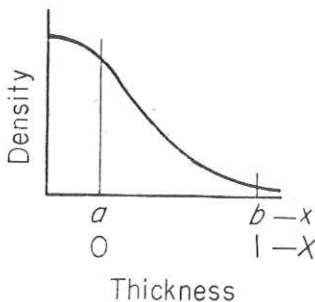


Fig. 3. A density-to-thickness curve.

be plotted from a wedge or step-radiograph of the same material as the object under the same exposure factors as the radiograph is made. On the abscissa x of Fig. 3, (a, b) is the thickness-range to be distinguished. We normalize this range as 0 to 1, then the normalized thickness X is

$$X = (x - a) / (b - a).$$

Let $G(X)$ and ΔX be the gradient of the curve at X and thickness of test-pieces, respectively, then contrast $\Delta D(X)$ due to ΔX on the base-thickness X is

$$\Delta D(X) = G(X) \Delta X,$$

where $G(X)$ and ΔX may be measured in the normalized unit. Therefore, gradient $G(X)$ represents the contrast of a test-piece on thickness X .

Contrast has some information, F , therefore F is a function of G and is denoted by $F(G)$. No contrast means no information while higher contrasts mean correspondingly more information as

$$F(0) = 0, \quad F'(G) > 0, \quad (1)$$

then we have three possible shapes of $F(G)$ with respect to the second derivative, as shown in Fig. 4. The purpose of radiographs is to distinguish test-piece existence;

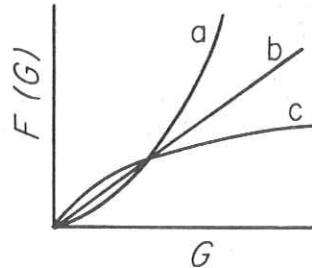


Fig. 4. Three possible shapes for information $F(G)$ to gradient G .

- Curve a: $F''(G) > 0$
- Curve b: $F''(G) = 0$
- Curve c: $F''(G) < 0$

Among them, curve c is valid.

so that, information saturates as contrast increases. Therefore curve c is valid, *i.e.*

$$F''(G) < 0, \quad (2)$$

may be added to equation (1).

§ 3. Total Information Volumes of the Entire Thickness-Range

Total information volumes may be obtained by integrating $F(G)$ within the thick-

ness-range (0, 1) as

$$H' = \int_0^1 F(G) dX. \quad (3)$$

Next we will consider the properties of equation (3). In Fig. 5, the thickness-range (0, 1) is divided into equal n parts, and the curve is represented by the n segments. Let G_i ($i=1$ to n) be the gradient of each segment, equation (3) becomes

$$H' = (1/n) \sum_i F(G_i), \quad (4)$$

where $1/n$ represents dx . Now we use a well-known relation, that is:

$$\begin{aligned} &\text{if } F''(G) < 0 \\ &(1/n) \sum F(G_i) \leq F\{(1/n) \sum G_i\}, \end{aligned} \quad (5)$$

where equality is valid only when all G_i are identical. Whereas, let D_m be the density difference corresponding to (0, 1)

$$\sum G_i = nD_m \quad (6)$$

Using (4) (5) (6), we obtain

$$H' \leq F(D_m), \quad (7)$$

where equality is valid if G_i are constant. Therefore if the density-curve is a straight line, total information reaches a maximum $F(D_m)$ among all curves which have the same density-difference D_m . This is true as far as equation (2) and therefore curve c in Fig. 4, is valid. If curve a were valid, H' would reach a minimum when G_i were constant. If curve b were valid, H' would be constant in spite of the path of the curves. Increasing n to infinity, we may obtain the same relations regarding actual density-to-thickness curves. Therefore, we can conclude that a linear density-to-thickness curve has the maximum information, when the

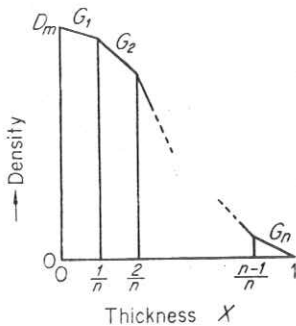


Fig. 5. A density-to-thickness curve represented by n segments.

largest density-difference is the same.

Let us consider the rectangle as shown in Fig. 6. The abscissa is the thickness range (0, 1), and the ordinate is the optimum density range which can be obtained from

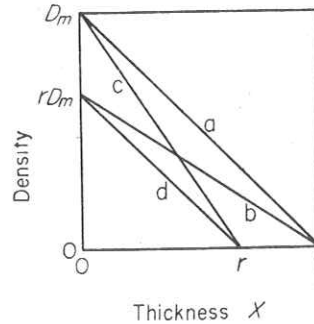


Fig. 6. A rectangle of (0, 1) by D_m , and modeled density-to-thickness curves.

visual effects and film characteristics². Postulating that the information of the curve outside of the rectangle is zero, we obtain the maximum information $F(D_m)$ on the diagonal line a in Fig. 6. Now we define the information volumes as

$$H = \{F(D_m)\}^{-1} \int_0^1 F(G) dX, \quad (8)$$

then, H takes the maximum value 1 on the diagonal line a , being normalized.

In practice, sets of density-to-thickness curves should be prepared for absorber materials, equipment, exposure-factors, screen and film-characteristic, etc. Then we can calculate information volumes if an object is given.

§ 4. Numerical Examples

A simple function satisfying (1) and (2) is G^n ($1 > n > 0$). Since we can assume that information volumes saturate rapidly as gradient G increases, the power n may be less than one half. We assume for numerical examples that

$$F(G) = G^n, \quad n = 1/3 \quad (9)$$

Although the exact formula of $F(G)$ should be determined by physiological means, calculated examples will be shown for characterizing qualitatively the properties of information volumes by assuming a formula (9).

(Example 1)

We will obtain the information volumes

from the modeled curves in Fig. 6. In the figure, modeled curves are represented by straight lines. Exposure factors of line *a* are optimum, lines *b* and *c* represents harder and softer than optimum quality of radiation respectively, and line *d* shows optimum quality but quantity is less than the optimum. The ratio *r* is the rate of the ordinate and/or the abscissa effectively used. If curve *b* or *c* is parallel transferred within the rectangle, (0, 1) by (0, D_m), as shown in Fig. 7, *H* does not change. The information volumes *H* of the curves *b*, *c*, *d* for various ratios *r* are shown in Table 1, while *H* of curve *a*, is 1.

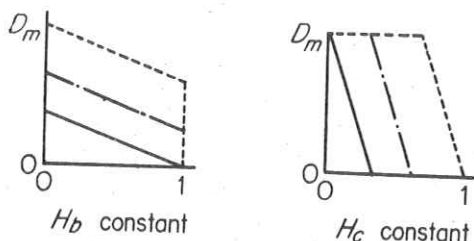


Fig. 7. Groups of density curves having the same information volumes.

Table 1. Calculated examples of the information volumes *H* on the modeled curves *b*, *c* and *d* in Fig. 6, by assuming $F(G)=G^{1/3}$

<i>r</i>	$H_b = r^{1-n}$	$H_c = r^n$	$H_d = r$
0.1	0.464	0.215	0.1
0.2	0.585	0.342	0.2
0.3	0.669	0.448	0.3
0.4	0.737	0.543	0.4
0.5	0.794	0.630	0.5
0.6	0.843	0.711	0.6
0.7	0.888	0.789	0.7
0.8	0.928	0.861	0.8
0.9	0.965	0.931	0.9

From the table we can find the ratios *r* of curve *b* and *c* having the same information. For example, H_b under $r=0.5$ and H_c under $r=0.71$ are the same. We will obtain other relations, using other formulae of $F(G)$. But it is true that, under the same *r*, H_b is larger than H_c so far as the power *n* of equation (9) is less than 1/2. Therefore we can conclude that a contrast-deficient radiograph which represents the entire thickness-

range has more information than an excessively contrasted radiograph which does not represent the entire range, when *r* is the same.

(Example 2)

We will consider the effect of peak voltage applied to an X-ray tube, using experimental radiation absorption curves. In the examples, we assume that density-to-logarithm exposure curve of film emulsion is linear, intensifying-screen efficiency is constant, and radiation-quantity is selected such that film density at non-object areas have highest density of the optimum density-range. Fig. 8 shows experimental absorption curves with

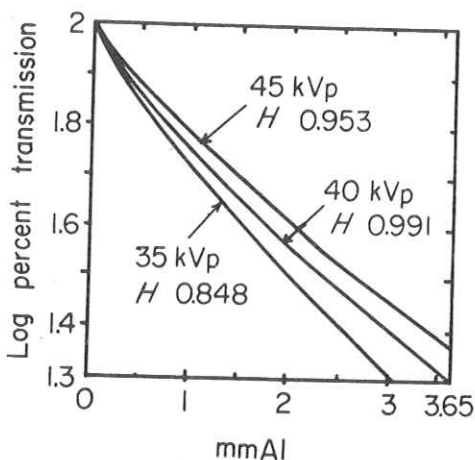


Fig. 8. Experimental radiation absorption curves and their information volumes.

an X-ray unit, when an object is 0 to 3.65 mm Al and the optimum range of logarithm transmission E_m is 0.7 which corresponds to $D_m=2.1$, $r=3$. Peak voltages and information volumes are shown in the figure. Information volumes were calculated by means of numerical integrations. In the figure, 40 kVp is optimum but *H* is slightly less than 1 according to the bend of the curve. If the applied voltage peak is deviated, *H* decreases in spite of plus or minus deviation. But the decrease in *H* under +5 kV is less than that under -5 kV.

(Example 3)

Fig. 9 shows the decrease of information volumes of exhausted developer. Let the initial information be the optimum, *H* of 100th emulsion decreases to 47, when 10'' x 12'' films are developed in 5 litres of developer.

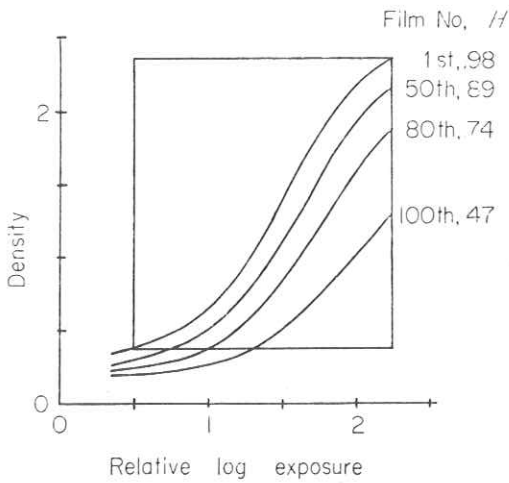


Fig. 9. Information volume of exhausted developer.

§ 5. Conclusion

In order to develop information-radiography, a definition of the information volumes of radiographs was given, with respect to contrast-information due to test-pieces on an object having a wide thickness-range. According to the definition, the information volume may be obtained from a film-density to object-thickness curve. The maximum information can be obtained when a density-to-thickness curve is linear and passes

through the two corners of the rectangle in Fig. 6. A contrast-deficient radiograph representing the entire thickness-range has more information than an excessively contrasted radiograph which does not represent the entire thickness-range, when effective rates r shown in Fig. 6 are identical.

The information volumes thus defined may express radiographic effects of the combination of equipment, exposure-factors, and objects. Some numerical examples were given by using the assumption of equation (9). The exact information volumes may be obtained, if the formula of $F(G)$ is determined with physiological means.

Acknowledgements

The author would like to express appreciation for the fruitful advice given by Dr. Y. Otani and Dr. T. Sakaguchi, Professors of Electrical Engineering, Kyoto University.

He also wishes to thank Mr. S. Okanishi and Y. Tanaka, Engineers of Shimadzu Seisakusho Ltd., for their helpful discussions and the calculation of example 3.

References

- 1) L. B. Lusted: Radiology **74** (1959) 177.
- 2) H. Kanamori: Nippon Acta Radiologica **23** (1963) 579.

〔質問討論〕

宮川：nを $\frac{1}{3}$ にした理由

金森：nが $\frac{1}{2}$ と0の間であることはわかっているがそれ以上の事はわかっていない。ここでは、定性的考察をおこなうために、1例として $\frac{1}{3}$ とおいて計算した。

宮川：情動的価値について（Fig 4の意味）Fig 4の横軸は写真コントラストに比例する量で縦軸がコントラストに対する情動的価値をあらわす。写真の目的は欠陥を検出することであるからコントラストが高くなると情動的価値は飽和していく。そこで図の3つの曲線のうちでC曲線が適当である。

立入：内田氏の情報量（第2章）との共通点と相違点。

金森：被写体厚さと濃度との関係が直線になるときに情報量が最大になる点では一致した。但し、金森はある濃度範囲（Fig 5, Fig 6）の D_m を指定して、診断域がちょうど D_m と一致する時（Fig 6の曲線a）に最大になるようにした。内田氏の定義ではコントラストが全体に低くても、直線に近ければ情報量が最大になる。

佐柳：Logetron の場合のようにedgeのコントラストが強調される時の情報量は。

金森：次の第5章でのべる。

第 5 章 *Information Volumes of Radiographs Modified by Sharpness and Visual Effects*

Hitoshi Kanamori,
Department of Electrical Engineering
Kyoto Technical University

§1. Introduction

In a previous paper,¹⁾ information volume of radiographs was defined using density-to-thickness curves, *i.e.*, macroscopic characteristics, which relate to contrasts in an image and observable thickness ranges. Below we call it *contrast information*. The other factor for the evaluation of radiographic image is sharpness, *i.e.*, microscopic characteristics.

Indexes for the evaluation of sharpness hitherto utilized were: (1) based upon a knife edge image, *i.e.*, blur or maximum gradient of a knife edge image, Nitka's index,²⁾ and accutance; (2) fractional contrast in a slit image, *i.e.*, Rudinger-Spiegler's index;³⁾ (3) resolution in copper or steel lines per millimeter; etc. Recently, as basic functions for the assessment of sharpness, line spread function defined in entire space domain, and frequency response (optical transfer function) in entire spatial frequency domain were introduced.

In the next two sections which propose new methods for evaluating sharpness, contrast information defined in the previous paper¹⁾ is first modified by fractional contrasts in slit images of fixed widths. Therefore this modified quantity is a function of Rudinger-Spiegler's indexes which relate to integral of a line spread function. Secondly contrast information is modified by frequency responses at fixed frequencies. Therefore this modified quantity is a function of frequency responses.

In addition to the above two sections, contrast information is modified by considering visual effects, since radiographs are

generally evaluated by visual inspection.

It should be noted that the term information used in this paper is different from that represented by the unit, *bit*, in the information theory.

§2. Sharpness Information due to Slit Images

The directness of a knife edge or slit image (quantity in space domain) is more readily acceptable by radiologists than the use of derived frequency response (in frequency domain), so therefore contrasts in slit images are presented first.

When a test piece of thickness Δx having a slit of width $2a$ is placed on a base mate-

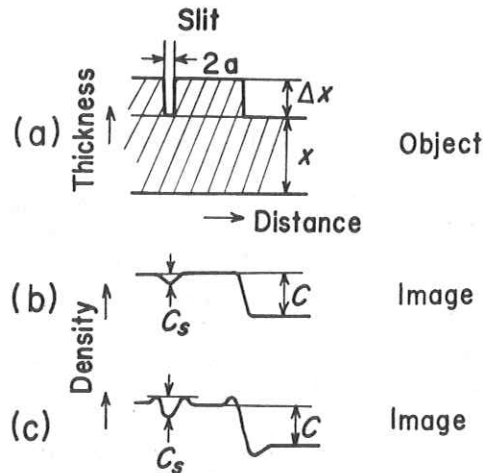


Fig. 1. Illustration of a slit-image.

- (a) An object.
- (b) A slit-image without edge effect.
- (c) A slit-image with edge effect.

rial of thickness x , density distribution of a radiographic image becomes similar to Fig. 1 (b) or (c). Figures (b) and (c) correspond to images without and with the edge effect respectively. Contrast, C , caused by Δx measured without considering the blur of the edge, was utilized in the previous paper. Contrast in slit image, C_s , is utilized here, since the ratio C_s/C is Rudinger-Spiegler's index introduced for evaluating sharpness due to intensifying-screens.³⁾ The ratio C_s/C decreases as slit width decreases. Therefore a fixed width such as the minimum perceptible blur thresholds, 0.1~0.2mm,⁵⁾ may be used. Rudinger and Spiegler utilized 0.15, 0.25, and 0.35 mm slits.

Contrast information¹⁾ is based upon gradients, G , of density-to-thickness curves because of the relationship

$$C = G \Delta x. \quad (1)$$

Below a modified gradient,

$$G_s = G C_s / C, \quad (2)$$

becomes a basic quantity, which holds the similar relationship to (1),

$$C_s = G_s \Delta x. \quad (3)$$

Modified gradient, G_s , cannot be directly measured from characteristic curves. It must be evaluated from eq. (2) after measuring C and C_s from the slit images and G from wedge or step-radiograph.¹⁾

Contrast information¹⁾ was defined using density-to-thickness curves as:

$$H = [F(D_m)]^{-1} \int_0^1 F(G) dX,$$

where X is thickness of an object so normalized that the range to be inspected is changed to be (0, 1). Since information due to gradient G is thought to be a saturating increasing function $F(G)$, total information is the integral of $F(G)$ within the entire thickness range (0, 1). If we compute the integral only within the fixed density range D_m , the maximum integrated value becomes $F(D_m)$. Therefore term $[F(D_m)]^{-1}$ is added for normalization.

Using modified gradient G_s instead of gradient G in the contrast information H , we obtain sharpness information H_s as

$$H_s = [F(D_m)]^{-1} \int_0^1 F(G_s) dX. \quad (4)$$

Comparing H and H_s , we can discuss the effect of sharpness together with that of contrast.

Next, as examples, information volumes are obtained from experimental values of gradients G and G_s . Similarly as in the previous article,¹⁾ we assume that

$$F(G) = G^n, \quad n = 1/3.$$

(Example 1—Scattered rays excluded)

Fig. 2 shows the shape of aluminium phantoms used in obtaining slit images.

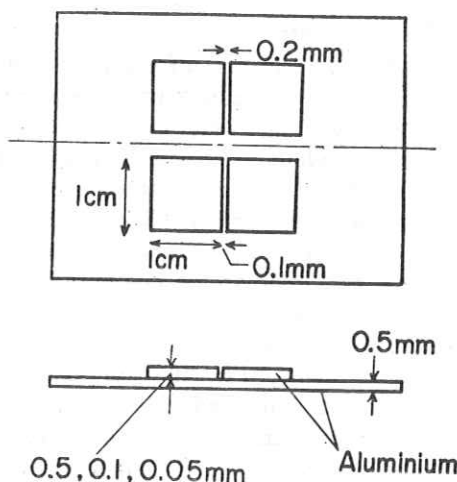


Fig. 2. Phantoms used for obtaining slit-images.

Test pieces of three different thicknesses (slit depths) were placed on separate base plates, and each phantom had both 0.1 and 0.2mm slit widths. Fuji photoradiographic sheet film was directly exposed without a screen. The phantoms were placed on a film cassette (1mm aluminium) and exactly centered in an X-ray beam. A large focal spot-to-film distance (1.5m) gave further assurance that the geometrical error due to focal spot size (2mm) was negligible. Fine grain processing procedures (FD-122) were followed. Scattered rays were considered to be absorbed by the base material and the cassette.

For deriving the data with scattered rays excluded, the following two experiments were conducted.

(1) Various images having density between 0.2 and 2 were radiographed with various (5~5000) milliampere-seconds but constant 60 kV-peak. Fractional contrasts C_s/C were obtained from microphotometer traces which

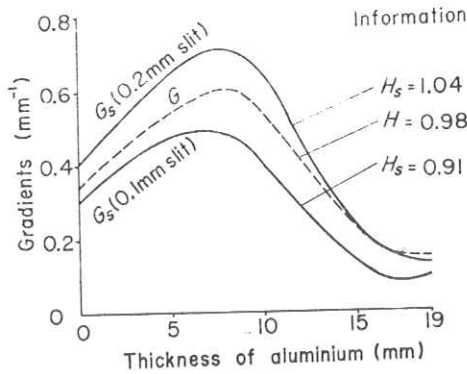


Fig. 3. Examples of relationships between gradient, G or G_s , and thickness of aluminium when scattered rays are excluded: Information volumes estimated from the curves are shown.

represent transmittances. Since density difference is less than 0.06, transmittance and density hold a linear relationship in individual film.

(2) Aluminium steps were radiographed with 60 kV-peak, 5000 mA·seconds, to obtain a density-to-thickness curve as stated in the previous paper.¹¹ From this curve gradients were plotted for various thicknesses, resulting in the dotted line, G , in Fig. 3.

Thicknesses corresponding to base densities in slit images were obtained from the density-to-thickness curve, and values of G_s were derived by multiplying C_s/C by G . The data corresponding to the three slit depths for each slit width resulted in the two curves shown with unbroken lines in Fig. 3. Deviations were within 15% for both curves.

Information volumes estimated from the curves are added to the figure. Contrast information is 0.98, slightly less than one, because the gradient G is not constant.¹¹

Contrast in the 0.2mm slit image was emphasized by the edge effect produced during processing procedures (as in Fig. 4, b). Therefore G_s exceeds G , i.e., sharpness information exceeds contrast information. Reversely sharpness information of the 0.1 mm slit is less than contrast information, because blur decreases contrast in a slit image more than edge effect emphasizes it (as in Fig. 4, a).

For expressing the edge effect, when appearing noticeably such as in xeroradiography, we can use the maximum contrast in a knife edge image (C_{max} in Fig. 4, c).

(Example 2—Scattered rays included)

When scattered rays are included, sharpness decreases and contrast in a slit image decreases. For comparison with example 1, modified gradients, G_s , were obtained from the following experiments: Geometrical and processing factors were the same as in example 1. In addition, aluminium plates with various thickness less than 19mm were placed one after another on the phantoms. They were radiographed individually with 60 kV-peak, 5000 mA·seconds, the same as the density-to-thickness curve was derived in example 1.

For obtaining modified gradients G_s , fractional contrasts C_s/C were measured and multiplied by gradients G (obtained in example 1) corresponding to the thickness of aluminium plates. Gradients G_s thus derived were plotted and smoothed into curves G_s in Fig. 5. In this figure the curve G is transferred from Fig. 3.

Information volumes due to 0.2 and 0.1 mm slits respectively decrease to 0.93 and 0.81, as compared to those in example 1 (1.04 and 0.91).

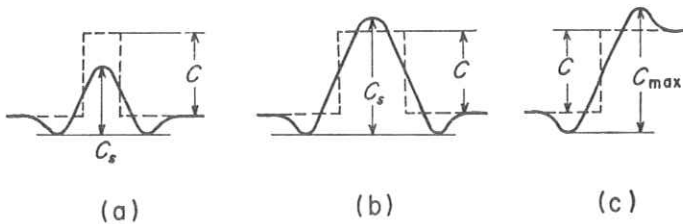


Fig. 4. Illustration of edge effects.

- (a) When a slit is narrow, contrast in a slit image, C_s , is less than the contrast, C .
- (b) When a slit is wide, C_s becomes greater than C .
- (c) Maximum contrast in the image of a knife-edge, C_{max} .

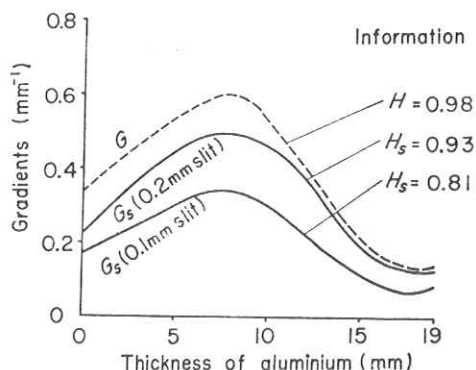


Fig. 5. Examples of relationships between gradient, G or G_s , and thickness of aluminium when scattered rays are included: Information volumes estimated from the curves are shown.

§ 3. Sharpness Information due to Frequency Responses

Another possible method for representing modified gradients G_s is to use frequency responses which have recently been introduced in radiography. Instead of fractional con-

$$R(f) = C^{-1} \sqrt{\left(\int_{-\infty}^{\infty} D'(x) \cos 2\pi fx \, dx\right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{\infty} D'(x) \sin 2\pi fx \, dx\right)^2}, \quad (6)$$

where, $D'(x) = dD(x)/dx$, and normal contrast C is a normalizing factor for maintaining $R(0) = 1$.

Frequency responses thus obtained vary with base densities because of nonlinear characteristics of radiation absorption and film emulsion. Fig. 6 shows a typical shape of a frequency response curve. Due to edge effect, response exceeds 1.0 at low frequency:

In Table I, for example, estimated information volumes from responses for 5 and 10 lines/mm are compared with those obtained from 0.2 and 0.1 mm slit widths respectively. In these cases, the values from frequency responses exceed the values obtained from

Table I. Sharpness information obtained from frequency responses compared with those obtained from contrasts in slit images

	Scattered rays excluded	Scattered rays included
From frequency responses at { 5 lines/mm	1.11	0.95
{ 10 lines/mm	0.95	0.88
From images of { 0.2 mm	1.04	0.93
a slit width of { 0.1 mm	0.91	0.81

trast, C_s/C , of slit images with a fixed width (Rudinger-Spiegler's index), we can utilize frequency responses at a fixed spacial frequency, $R(f)$. Referring eq. (2), we obtain

$$G_s = GR(f). \quad (5)$$

The values obtained from the two different methods are different, in general, because C_s/C and $R(f)$ have no simple relationship.

(Example 3)

Frequency responses were derived from knife edge images in the same radiographs as used in Examples 1 and 2, since the outer edges of the test pieces in the phantoms (Fig. 2) were knife edges. Since contrast is less than 0.06, transmittance (microphotometric trace) and density have linear relationships. Therefore the gradients of a knife edge image form a line spread function. Frequency response is the modulus of Fourier transform of the line spread function. Therefore we can obtain frequency response from a knife edge image $D(x)$ using the equation:

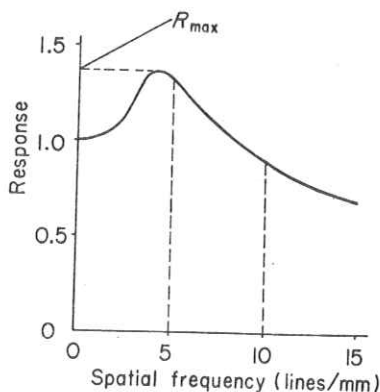


Fig. 6. A typical frequency response curve: with density 1.0, test piece thickness 0.5 mm, and scattered rays excluded.

slit images, but within 10%. However, note that this relationship would vary with the shape of response curves.

For expressing the edge effect, we can use maximum responses R_{max} as shown in Fig. 6.

§ 4. Modified Information Volumes Using Visual Effects

In the previous paper¹¹ as well as in pre-

vious sections of this paper, visual effect on the perception of contrast within applicable density-range was postulated to remain constant, and outside the range, to be zero. However, physiological contrast has a maximum at the optimum density and decreases continuously as density varies from the optimum value.⁴¹

Let modified gradient, g , be the ratio of gradient G to minimum perceptible contrast,⁴¹

$$g = G / 4D_{\min} \tag{7}$$

then modified information volume is obtained, referring to the previous paper,¹¹ as

$$h' = \int_a^b F(g) dx \tag{8}$$

where, x is object thickness (not normalized), (a, b) is x -range to be inspected and $F(g)$ is the same saturatingly increasing function as used in eq. (4).

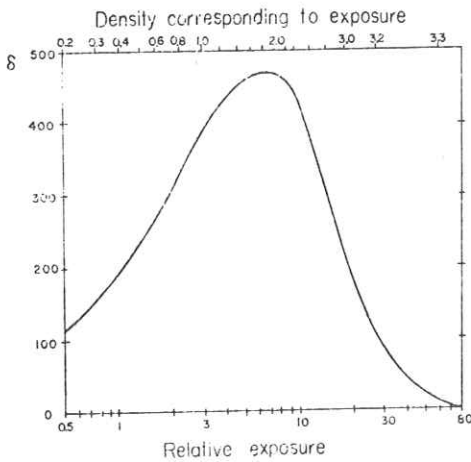


Fig. 7. Physiologically modified gamma, δ (the ratio of gamma to minimum perceptible contrast), of FUJI-PX X-ray negative films, as a function of $\log E$, using a 16,000-radlux viewer and uniform background-density

Fig. 7 shows an example of physiologically modified film gamma, δ , defined as

$$\delta = \gamma / D_{\min} \tag{9}$$

In the figure the lower abscissa is logarithmic exposure ($\log E$). Density corresponding to exposure is shown in the upper abscissa. This is the data of an X-ray film Fuji-PX observing a test piece with uniform background density on a 16,000-radlux viewer.⁴¹

A change in object-thickness, x , produces a change in logarithm exposure ($\log E$), i.e.,

$$d(\log E) = g' dx \tag{10}$$

where, g' is the gradient of the $\log E$ vs. x curves. Combining the relationship $G = g'\gamma$ with eqs. (7) and (9), we obtain the basic relationship between modified gradient g and modified gamma, δ :

$$g = g'\delta \tag{11}$$

Converting the integrating variable dx in (8) to $d(\log E)$, we obtain

$$h' = \int_{a'}^{b'} [F(g'\delta) / g'] d(\log E) \tag{12}$$

where $(a' b')$ is $\log E$ range corresponding to the thickness range (a, b) . Using eq. (12), we can compute information volumes, h' , from a δ vs. $\log E$ curve for various $\log E$ vs. x relationships which depend upon quality and quantity of radiation.

The variation in g vs. x curves for various $\log E$ vs. x relationships is shown in Fig. 8.

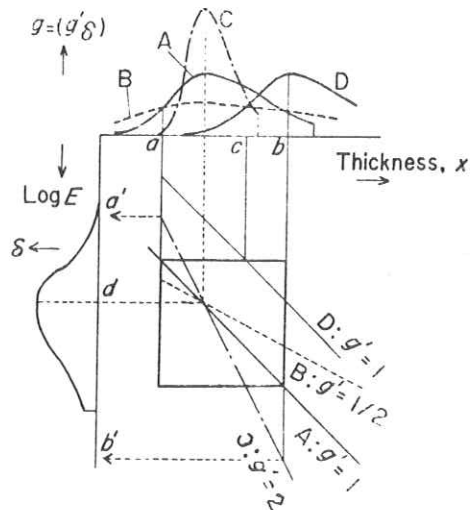


Fig. 8. The variation in g vs. x curves derived from a δ vs. $\log E$ curve for various $\log E$ vs. x relationships: (a, b) is object thickness range to be inspected.

The left hand curve is the δ vs. $\log E$ curve transferred from Fig. 7. When $g' = 1$, the δ vs. $\log E$ curve can be used as g vs. x curves which shifts depending upon radiation quantity (curves A and D in the upper portion). In general cases, the ordinate of a g vs. x curve is proportional to g' and the change in abscissa is proportional to $1/g'$. The value of g' varies depending on radiation quality. Curves B and C show the cases

of $g' = 1/2$ and 2 respectively.

Referring to the upper portion of Fig. 8, information volume increases with the area under the curves within the range (a, b) . This area seems to have a maximum when a $\log E$ vs. x curve (lower portion of Fig. 8) is selected properly, *i.e.*, information volume is thought to have a maximum when quality and quantity of radiation are selected properly. This important property is shown in the following computations. In the examples, $\log E$ vs. x curves are assumed to be straight lines, *i.e.*, g' is constant over the entire range of each curve, and again

$$F(g) = g^{1/3}, \quad (13)$$

is assumed. Then equation (12) becomes

$$h' = g'^{-2/3} \int_{a'}^{b'} \delta^{1/3} d(\log E). \quad (14)$$

The data of the δ vs. $\log E$ relationship in Fig. 7 was used. For various $\log E$ vs. x relationships, g' and (a', b') vary in the computations of eq. (14). In Fig. 8, indicated $\log E$ range (a', b') corresponds to $g' = 2$ (curve C).

(Example 4—When radiation quality deviates from the optimum value)

Supposing that curve A corresponds to maximum information, we can observe that curves B, C, and D correspond to harder quality, softer quality, and excess quantity of radiation respectively (g' now indicates relative values).

Now, we compute information volumes when radiation quality varies as in curves C, A, and B. In this case, let d denote $\log E$ value at the maximum δ , integrating ranges (a', b') are so selected that each of $b' - d$ and $d - a'$ is inversely proportional to g' . Computed information volumes normalized by dividing by the maximum value are shown in Fig. 9. Here note that, near maximum information, a' and b' were so chosen that δ at the both ends become equal.

Information has a maximum at 1.6 and decrease to 90% at 0.7, showing flat characteristics.

(Example 5—When radiation quantity deviates from the optimum value)

Normalized information volume corresponding to the curves shifted horizontally from the maximum information (such as curve D

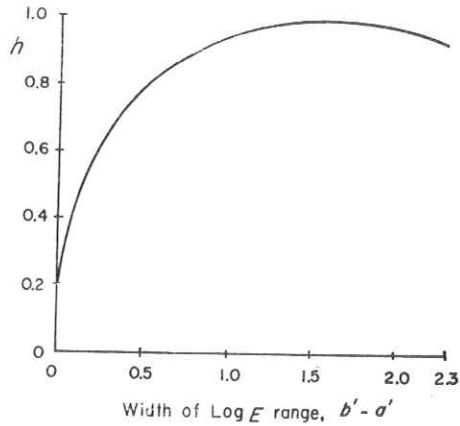


Fig. 9. Information volumes when radiation quality deviates from the optimum value.

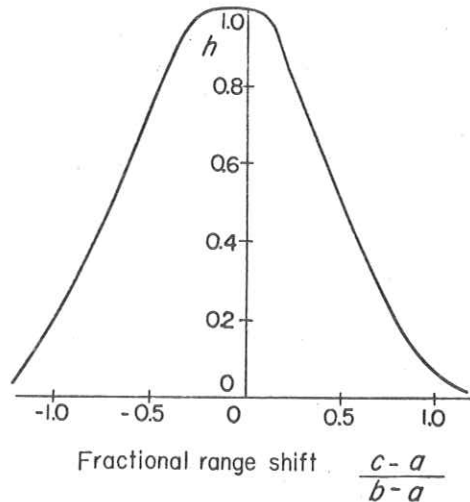


Fig. 10. Information volumes when radiation quantity deviates from the optimum value.

shifted from A) were computed as shown in Fig. 10. The abscissa is fractional range shift $(c-a)/(b-a)$; (see the abscissa in Fig. 8). In this case, range (a', b') was shifted, however the difference $b' - a'$ was kept constant as the value equal to the difference corresponding to the maximum information in example 4.

Equations (8), (12) and (14) can be normalized by dividing by their respective maximum information volumes.

Information decreases more rapidly from the maximum in Fig. 10 than in Fig. 9. Therefore selection of radiation quantity is suggested to be more important than quality selection.

§ 5. Conclusion

In the previous paper,¹⁾ information volume due to contrasts, H , was defined using macroscopic density-to-thickness characteristics.

First, this paper gives information due to sharpness, H_s , which relates to microscopic characteristics. Two methods for the estimation of H_s are proposed: one is to use contrasts in slit images (Rudinger-Spiegler's index) of a fixed width, and the other is to use frequency responses at a fixed spatial frequency. These values, H_s , can be compared with contrast information, H . Because of unsharpness of a knife edge image, H_s is usually less than H . Contrary to this, when edge effect is noticeable, H_s exceeds H . When estimating noticeable edge effects such as in xeroradiography, maximum contrasts in knife edge images can be used.

Second, in reference to visual effects, modified information volume was also computed using minimum perceptible contrasts.⁴⁾ Also by this definition, maximum information

volume was obtained, and the method of normalization was explained.

The new concept is applicable to non-linear as well as linear systems, and to negative as well as positive images, and is also useful in discussing the information volume in image-transfer systems in which contrast can be selected.

In order to accomplish satisfactory assessment of a radiographic image, the above consideration will have to be modified by taking into account another important factor, granularity.

References

- 1) H. Kanamori: Japan. J. appl. Phys. **3** (1964) 132. (第4章)
- 2) H. Nitka: Z. Phys. **39** (1938) 436.
- 3) G. Rudinger and G. Spiegler: Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlen **57** (1938) 56.
- 4) H. Kanamori: Japan. J. appl. Phys. **3** (1964) 286.
- 5) *Nondestructive Testing Handbook* (Ronald Press, New York, 1959) Vol. 1, p. 2.

〔 質 問 討 論 〕

土井：レスポンスカーブの1点の値をとるよりも積分値をとった方がよくないか。レスポンスとスリットと同じにならないか。被写体のひろがりもレスポンスから求められる。

金森：それでもよいがここでは2つの方法を提案しただけで2つを比較するつもりはない。

山根：適正管電圧とmAがわかったが、アルミ以外の水、アクリル等での結果を知りたい。

金森：「非破壊検査」に発表した解説を参考にしてほしい。（これは本編第3章に転載してある）

余多分：Fig 1のスリットの厚さをかえたか。それによって C_S / C は変わらないか。変調をかけたようになるのか。

金森：平均をとった。

余多分：ファントムの厚さを変えないでスリットを変えたか。

金森：ファントムの厚さを変えた。

内田：Fig 4のスリットのコントラストがエッチより高くなっているのはどんな場合か。

金森：直接用フィルムの場合。

内田：現像は。

金森：普通の手現像。

内田：情報量というものの考え方、被写体のもっているものということについて。

金森：ディメンジョンの相違をどうするか。「被写体の状態を正しく表現する」とはどう言うことなのか問題になる。

内田：コントラストと鮮鋭度を1つで表わした確率を導入してほしい。

金森：Shannon の情報理論の適用を現在考えている。

土井：像変換が理想的な系であれば、それに対して理論を適用すればどうか。

金森：鮮鋭度に関しては、レスポンス関数を用いれば、被写体がどの程度歪正しく写真に表現されるかを表現することができる。しかし、コントラストに関しては、そう簡単にはいかない。被写体の状態（厚さ、組成）と写真に表現された濃度とのディメンジョンが異なるので、理想的な変換系を定義する事は、本質的に不可能な事である。X線技術者の間では、厚さの差と濃度差（コントラスト）が比例するような写真が理想的であると一般に考えられているが、これはあくまでも便法に過ぎない。この考え方をI、I'やT、Vの像に適用するためには、写真の「濃度」の代わりに、像の「輝度の対数」をとらねばならないが、こうする事にはかなりの抵抗がある。濃度にはすでに対数変換された量であるから抵抗を感じないだけである。（本編第1章参照）

第6章 X線撮影系のボケの合成法の理論的検討

日立製作所亀戸工場 野田峰男

1. はしがき

ボケは通常、境界の明瞭さと微細な像の描写の程度を表わす2つの内容を持っている。(1)ここでは、Nitkaの方法を用いて、X線管焦点、増感紙、被写体の運動について、境界の明瞭さに与える影響および三者の合成法をフーリエ解析により検討した。

2. 実験的検討(2)

図1に示すように、Nitka法は金属裁断面を濃度差Dが1.0で撮影して得る濃度曲線(濃度差1.0に對しふれ巾100mmで描く濃度曲線)で濃度0.5を通る垂線と濃度曲線によってかこまれる面積をもとに、不鋭特数K(mm)を次式で定義する。

$$K = \frac{S_1 + S_2}{m \times \ell} \quad (1)$$

ここで、 $S_1 + S_2$: 不鋭面積 (mm^2)、 m : 100mm、 ℓ : 拡大率
 ここで、濃度曲線を得るためのマイクロホトメーター走査条件は、アパーチャー： $50\mu \times 200\mu$ 、拡大率 ℓ : 160倍とした。さらに実験に使用したX線管は日立回転陽極X線管R-1881(大焦点1.8 μ 、小焦点0.8 μ)で印加電圧は60kV平滑直流電圧である。増感紙は極光FS、MS、HS運動は等速度運動である。なお金属裁断面として1mmt鉛を用いた。

X線管焦点、増感紙、運動の影響に関する実験結果として、X線管焦点の不鋭特数kg(mm)は次式で

$$kg = c + c' \times \frac{b}{a} \times f \quad (2)$$

ここで、 c : 0.02mm、 c' : 0.134(長さ方向電子分布)あるいは0.184(巾方向電子分布)、 a : 焦点・被写体間距離(mm)、 b : フィルム被写体間距離(mm)、 f : 実効焦点寸法(mm)

増感紙の不鋭特数 K_s (mm)は次式で

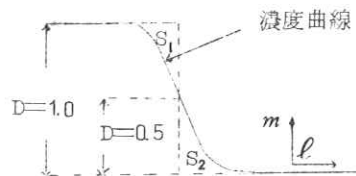
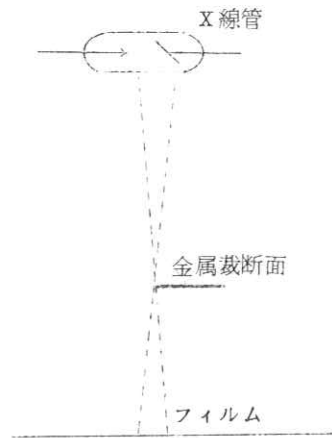


図1 Nitka法

$$K_s = \begin{cases} 0.067 \text{ mm} : \text{FS} \\ 0.089 \text{ mm} : \text{MS} \\ 0.105 \text{ mm} : \text{HS} \end{cases} \quad (3)$$

運動の不鋭特数 k_m (mm)は撮影中の移動距離 $U_m = 0.2 \text{ mm}$ 近傍以下を除外すれば、次式で示される。

$$K_m = 0.205 U_m \quad (4)$$

さらに、実験的に求めた構成要素の不鋭特数を知って、その合成の不鋭特数を求めるための合成法として、ボケの巾で示すNewellの式

$$U = \sqrt{U_g^2 + U_m^2}$$

ここで、 U : 総合のボケ (mm), U_g : X線管焦点の大きさによるボケ (mm), U_m : 運動によるボケ (mm) にならない、不鋭特数の2乗和の平方根モデル

$$K_{\text{合成}} \propto \sqrt{\sum K^2} \text{ 構成要素} \quad (5)$$

を考えた。合成の不鋭特数を実験より求め、(2)~(4)式の結果を(5)式に代入し、比例係数を求めたところ、図2に示すように、X線管焦点・増感紙・運動の合成、X線管焦点・増感紙の合成、増感紙・運動の合成、運動・X線管焦点の合成の比例係数の平均値は各々 $K_{gsm} = 1.203$, $K_{gs} = 0.991$, $K_{sm} = 1.073$, $K_{mg} = 1.305$ となった。

3. 理論的検討

合成の不鋭特数を実験的に求めるのに対し、ここではフーリエ変換によって計算により合成の不鋭特数を求め(5)式の比例係数を検討する。

エッチ像(鉛蔽断面)濃度曲線の微分形を距離 x の関数 $f_i(x)$ とすれば、そのフーリエ変換 $F_i(\omega)$ は次式で与えられる(3)。

$$\begin{aligned} F_i(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x) e^{-j\omega x} dx = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x) \\ &\quad (x) \cos \omega x dx - j \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x) \\ &\quad \sin \omega x dx = R_i(\omega) - j X_i(\omega) \\ &= A_i(\omega) \cdot \exp[-j\phi_i(\omega)] \quad (6) \end{aligned}$$

ここで、 $A_i(\omega) = \sqrt{R_i^2(\omega) + X_i^2(\omega)}$,
 $\phi_i(\omega) = \tan^{-1} \frac{X_i(\omega)}{R_i(\omega)}$, $\omega = 2\pi\nu$
 ν : 空間周波数 (本/mm)

また、合成のフーリエ変換 $F_{1, 2, \dots}(\omega)$ は次式で示される。

$$\begin{aligned} F_{1, 2, \dots}(\omega) &= F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \dots = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \dots \cdot \exp\{-j[\phi_1(\omega) + \phi_2(\omega) + \dots]\} \\ &= A_{1, 2, \dots}(\omega) \cdot \exp[-j\phi_{1, 2, \dots}(\omega)] \end{aligned}$$

ここで、 $A_{1, 2, \dots}(\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \dots$, $\phi_{1, 2, \dots}(\omega) = \phi_1(\omega) + \phi_2(\omega) + \dots$, $F_1(\omega)$, $F_2(\omega)$: 構成要素のフーリエ変換

また、合成のエッチ像濃度曲線は次式で得るフーリエ逆変換の結果 $f_{1, 2, \dots}(x)$ を積分することにより得られる。

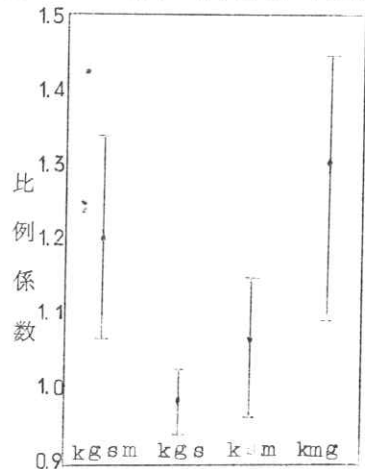


図2 実験による比例係数の平均値とバラツキ

$$\begin{aligned}
 f_{1,2}(x) &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} F_{1,2} \dots (\omega) e^{j\omega x} d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1,2} \dots (\omega) [\cos \phi_{1,2} \dots (\omega) - j \sin \phi_{1,2} \dots \\
 &\quad (\omega)] (\cos \omega x + j \sin \omega x) d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1,2} \dots (\omega) [\cos \omega x \cdot \cos \phi_{1,2} \dots (\omega) + \sin \omega x \cdot \sin \phi_{1,2} \dots \\
 &\quad (\omega)] d\omega \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_{1,2} \dots (\omega) \cdot \cos[\omega x - \phi_{1,2} \dots (\omega)] d\omega \quad (7)
 \end{aligned}$$

ここで、Re : 実数部を取ることを意味する。

さらに、 $f_i(x)$ が $f_i(x) = f_i(-x)$ であれば、(7)式は簡単に

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{1,2} \dots (\omega) \cdot \cos \omega x d\omega \quad (8)$$

となる。そこで、計算を簡単にするために、表1の(1)~(7)の合成について、構成要素の微分形としてフィルム特性曲線を用いて対称化したもの(図3, 4, 5)を使い(8)式の計算を行なった。計算結果の積分から求められるエッジ像濃度曲線を図6に示す。これより求めた不鋭特数を使って(5)式の比例定数を求めた結果を

表1 計算例および結果

	構成要素			エッジ像濃度曲線	比例係数
	焦点	増感紙	運動		
(1)	b=140mm	MS	$U_m = 0.761mm$	図6-(1)	0.971
(2)	140	MS		図6-(2)	1.017
(3)		MS	0.761	≠図6-(1)	0.976
(4)	140		0.761	図6-(4)	0.995
(5)	140	FS	0.209	≠図6-(2)	1.048
(6)	140	FS	0.761	≠図6-(1)	1.03
(7)	140	FS	1.313	図6-(7)	1.00
(8)	300	FS	0.354	図8	0.96

b : フィルム・被写体間距離

U_m : 撮影中の移動距離

前表に示す。この結果によれば、比例定数はほぼ1.0である。

この値が対称化によるものであるかチェックするために、対称化する以前の構成要素について表1の(8)に示す合成を(7)式による計算で行なった。構成要素のエッジ像濃度曲線と微分形を図7に、フーリエ逆変換の結果とそのエッジ像濃度曲線を図8に示す。前回と同様に比例係数を求めたところ、表1の(8)に示すように0.96でほぼ1.0となった。

以上のように、比例係数は実験結果のバラツキ、計算結果がほぼ1.0であることを考慮すれば、1.0と考

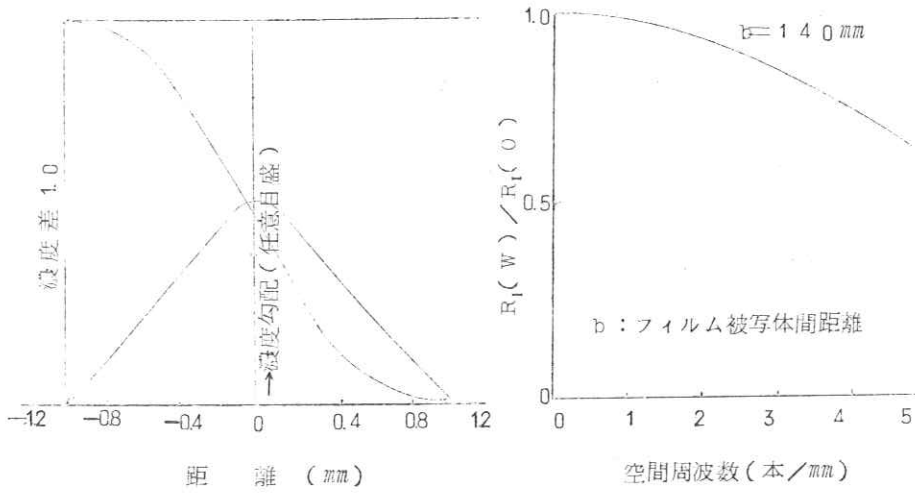


図3 X線管焦点

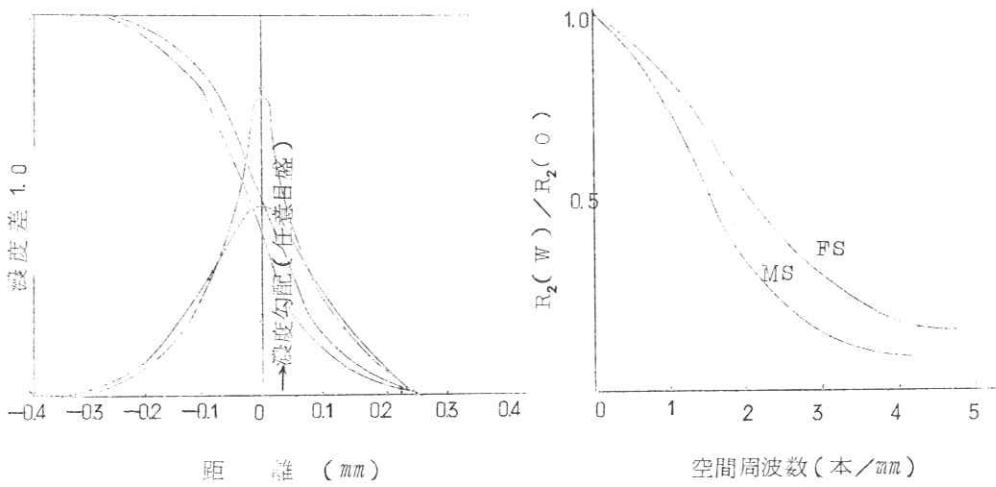


図4 増感紙

えることができよう。

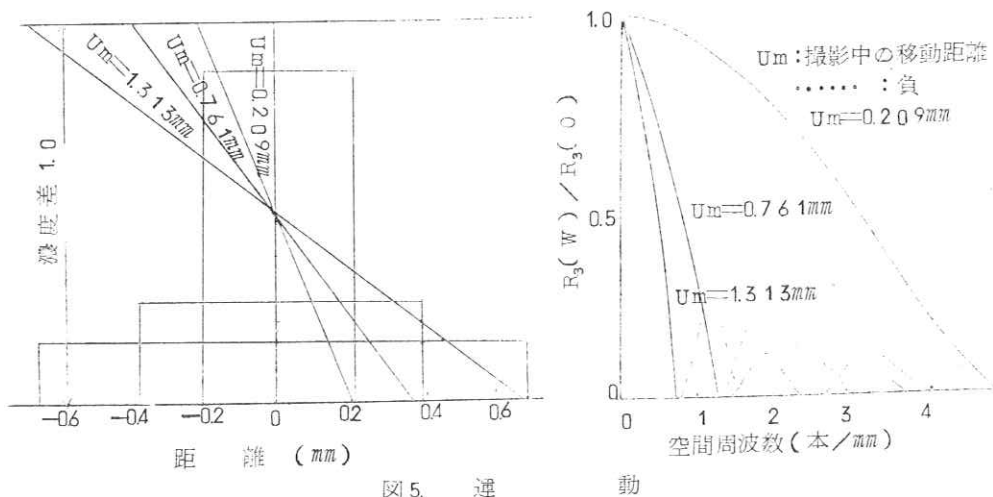


図5. 運動

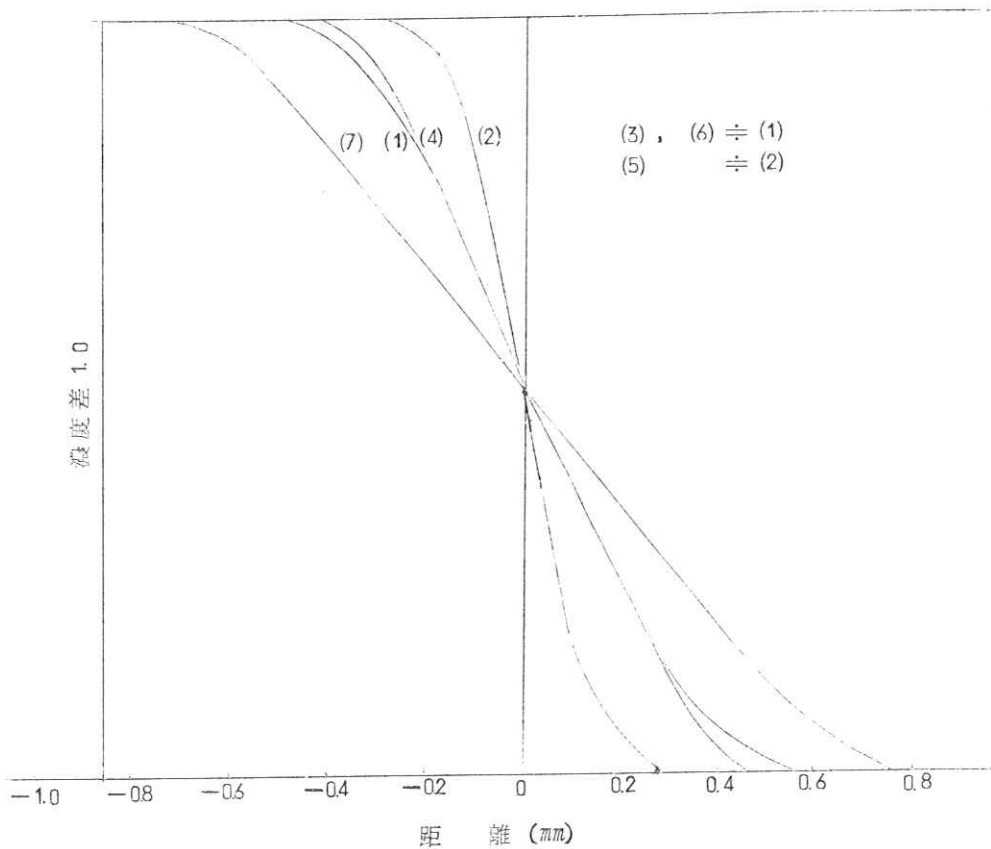


図6 合成のエッジ像濃度曲線

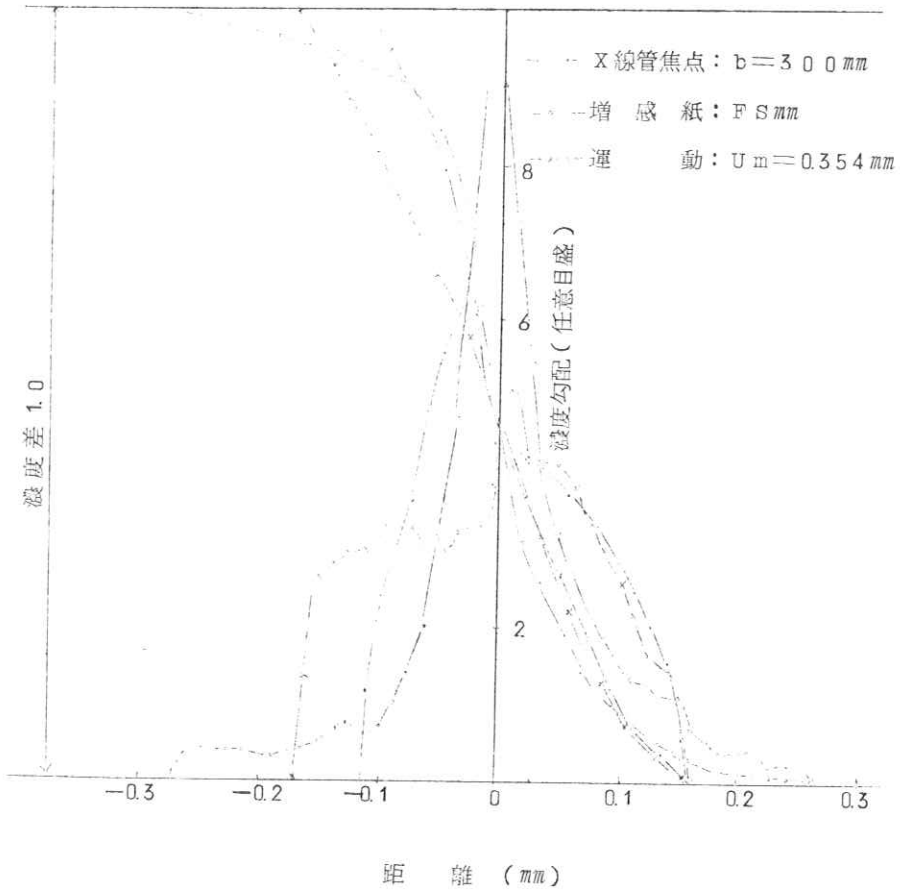


図7 エッジ像濃度曲線とその微分形

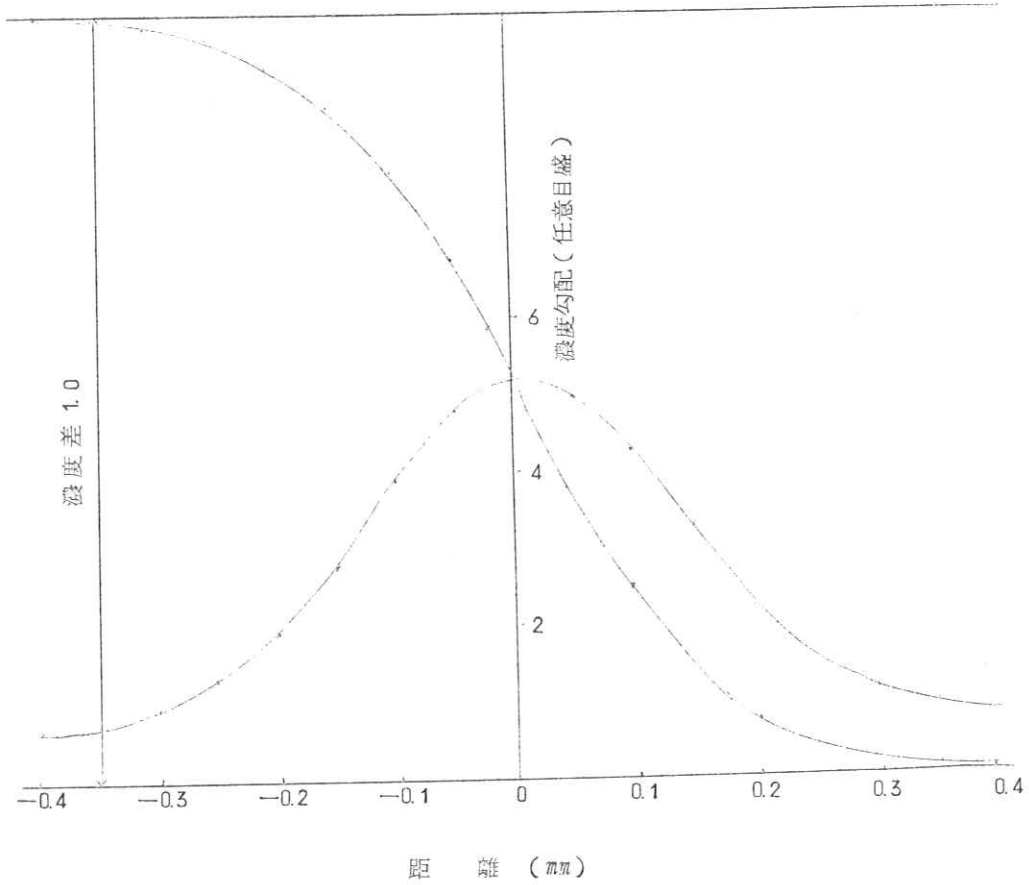


図8 合成のフーリエ逆変換の結果とそのエッジ像濃度曲線

4. 参考文献

- (1) 大上：電気学会予稿集，S9-5，15（昭和41年）
- (2) 野田：応物学会予稿集，295（昭和40年）
- (3) A. Papoulis: The Fourier Integral and its Applications, 11 (McGraw-Hill)

〔 質問 討論 〕

土井：F M D - 0 の所の値はフィルムによるのではないか。

矢仲：それ以外に実験装置の要因もある。

土井：解像力の方で自乗の和より、自乗の和の逆数を考えた方がいいのではないか。

高野：シェードがアキュタンスを提案したがレスポンス関数と結びつかず消えたがこのKはレスポンス関数とどのように結びつくか。

矢仲：いまそこまで考えていないが図3からみられるように、当然関係あると思われる。

土井：エッチレースをするとき透過度分布をとられたと思われるが、Nitkaは濃度差1.0のところを決めたが1.0をどのようにとられたか。

矢仲：ある程度の誤差は許した。例えば0.3~1.3, 0.5~1.5等えらび方があるので。

金森：濃度を一定にするための撮影条件は、

矢仲：時間で加減した。

内田：焦点のX線強度分布がよりの方がよいようになっているが、レスポンス関数から言って反対ではないか。

矢仲：の方がよい。内田の論文と合っている。

竹中：不鋭特数の定義について？

野田：不鋭特数Kは $K = (S_1 + S_2) / 100 \ell (mm)$

竹中：エッチのとき非対称性があるが、どう思うか。

野田：明確な決め方はない。

佐々木：管球とエッチをどうして動かされるか。

野田：ギヤ・モーターを利用する。

内田：微分は何でしたか。何点微分か。

野田：手計算で行なった。三点微分法で。

内田：手計算では精度が悪い。良い方法はラグランジュの5点微分法を使えばよい。または曲線を横軸方向にわずかずらして縦軸を読めばよい。

竹中：正確な濃度分布はむずかしいのではないか。

土井：強度になおして微分したのか。

野田：非対称は微分できないと考えた。

土井：初めにO T Fを出してそれからNitkaを出したのか。

野田：8番は前と同じエッチそのままの濃度特性である。

土井：1~7番はKを求めたのか。

野田：増感紙の場合実験とほぼ一致した。

土井：線像強度分布からKを出して、O T Fカーブと計算の部分はどのように出したのか。

野田：1~7番は対称化した。グラフより出した。8番は実験の結果そのままである。

伊藤：具体的にどうしたのか説明してほしい。

野田：グラフで説明。

土井：それは実験からのdataか。

野田：そうではない。

土井：合成エッチ像濃度曲線は計算か。

野田：そのとおり。

土井：多重積分をしたのか、OTFを結合させておいてLSFを出したのか。

野田：そのとおり。

土井：徐々にまがるがその差について

野田：図で説明

竹中：Vmは？

野田：撮影中の移動距離。

竹中：図の説明を。

野田：フィルム特性は等X線量をグラフに書いた。

内田：図4、図5、図7のもとのエッチは同じものでないか。

野田：おのおののかけ算は図4に出ている。図7は合成されたもの。

木下：運動の速度は。

野田： 1 m/min

竹中：エッチに対して垂直か、斜めにきるのではないか。

野田： 2 m も離れているので影響は少ない。

土井：再現性についてはどうか。

野田：1～8番は1回の値である。

土井：ボケの定義は成りたったのか。

内田：不鋭特数は黒化度でやることか。

内田：空間周波数特性も不鋭特数も結果は同じか。

土井：ボケの定義、ボケの結果が簡単に出てくるのが良いが。

野田：二乗和が1になるところまで。

津田：OTFに変換して不鋭特数に出して行なえばよいのではないか。Convolution 積分で不鋭特数を出した方がよいのではないか。

内田：運動の効果が支配的なdataがある。

竹中：工業的にNitkaは使われているのか。

津田：大々的には使っていない。

内田：間接撮影について見たことがあるが。

伊藤：解像力からレスポンスへ更にNitka法へときているようだ。

津田：これを続けていけばよい。

竹中：理論的に計算できるのではないか。

第7章 X線撮影系の画像の解析 (1)

東大医学部放射線医学教室

講師 竹 中 栄 一

工業技術院機械試験所

故 高 橋 照 彦

故高橋照彦氏は数年来大動脈弁症並高血圧症に罹患されていましたが、昭和40年1月25日
仏暁御急逝されました。X線撮影系の画像解析(I~V)を御霊前に捧げ、御冥福をお祈ります。

§ 1. 序 言

X線診断が医学上の診断の上に果す役割は極めて重要なものである。撮影技術の進歩に伴ない、XTVやVideo Tapeによる透視診断も可能となった。病変を探るとき、病変の種類と体内の位置によって大きさコントラストが異なるので夫々の場合に応じてX線の波長(管電圧)X線強度(主として管電流)、焦点の大きさ、曝射時間、撮影方向を変えて利用されている。近来被曝量は出来るだけ減少させる事が望まれている。この点からと診断に必要なX線像質の点から最適条件を検討する事が必要と思われる。

§ 2. 理論的考察

光学系では任意の形状の物体の像面における強度分布はその系におけるImpulsive ResponseのFourier変換と物体の強度分布のFourier変換との積をFourier逆変換したものに等しい。またX線撮影系において最終像は必ず可視像として判別されねばならない。さらにX線写真は物体のコントラストを忠実に再現している必要はなく、多くの場合コントラストの低いものが多いから最終の可視像ではむしろコントラストの強調された像がのぞましく、像のコントラストの勾配がX線撮影の画像の解析上有効な物理量になると考えられる。最終的な可視像はX線像の強度分布を直接結びつくものである。光学系のImpulsive ResponseはImpulseの紋りによる回折像であるが、X線撮影系では波長が非常に短いため、殆んど回折現象を考えに入れる必要はない。従って今散乱を無視しうるとすれば、吸収を考えに入れて幾何学的関係からX線の像面における強度分布を計算により求めることができる。

今sharp cutなTest pieceを物体とするときの物体の透過率と位置関係から求めたフィルムに面の強度分布と黒化度分布の計算値と実験値を比較した。

§ 3. 理論的計算式

3-1 X線強度分布及び黒化度分布の一般式

X線波長強度分布にはKulenkampff⁽⁸⁾, Kramer⁽⁹⁾があり、減弱曲線の仮定式から^{(2),(5),(6),(7),(14),(21)}, その分解から^{(12),(25)}又scintillation spectrometer⁽¹⁾⁽¹⁷⁾⁽²⁵⁾などで求められているが、連続X線の複雑性から確定的な式はない。又Edge像の分布⁽¹¹⁾⁽¹³⁾や黒化能率⁽³⁾⁽¹⁶⁾⁽¹⁸⁾⁽²³⁾についても計算値や測定値がある。我々はX線撮影系の画像の解析を行なう上に必要な情報を得るためにこれを総合した式を導いた。

今現象を一次元で取扱うとしてX線管焦点の強度分布を $f(u)$ 、物体の強度分布を $F(x')$ 、像面における強度分布を $\Psi(x)$ 及び黒化度分布を $K(X)$ とすると次の式が成立する。

$$\Psi(X) = \int_u \int_\lambda \int_\vartheta I(\lambda, \vartheta) f(u) F(x') du d\lambda d\vartheta \dots (1)$$

$$K(X) = \int_u \int_\lambda \int_\vartheta I(\lambda, \vartheta) f(u) F(x') S(\lambda, V_s) du d\lambda d\vartheta \dots (2)$$

但し $I(\lambda, \vartheta)$ は波長及びX線束が主線軸となす角 ϑ の関数である。 ϑ を一定とすれば λ のみの関数と考えてよい。 $S(\lambda, V_s)$ は黒化能率の波長と電圧 V_s の関係を示す関数である。計算を簡便に行なうために焦点を単峰性単位高矩形波分布 $(-\rho, \rho)$ を考え、Knife edge の被写体のときは $F(x')$ として $e^{-\mu(\lambda)t(x')}$ を考えれば良い。但し μ は線吸収係数でX線の波長 λ の関数であり、 t はEdgeをX線束の通過する長さである。(1)(2)を書きかえると

$$\Psi(X) = \int_{-\rho}^{\rho} \int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\{-\mu(\lambda)t(x')\} du d\lambda \dots (3)$$

$$K(X) = \int_{-\rho}^{\rho} \int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\{-\mu(\lambda)t(x')\} S(\lambda, V_s) du d\lambda \dots (4)$$

3-2 X線強度分布とアルミ及び銅の減弱係数

焦点からのX線強度分布を $I_0(\lambda, \vartheta)$ そのうち、波長 λ から $\lambda + d\lambda$ の間のX線強度を $d\lambda$ が十分小さくして $I_0(\lambda, \vartheta) d\lambda$ 、厚さ d の吸収層を通過した後の減弱された強度を $I_a(\lambda, \vartheta)$ とする。我々の実験では厚さ 1.4mm のアルミニウムの当価固定フィルターがあり、被写体として銅板厚さ 1mm が挿入されている。減弱の程度を表わす全減弱係数は光電効果による吸収と散乱に基因する(本実験の範囲で)。この係数を μ とすると μ は物質に固有な量で波長と原子番号 Z の関数であり、いろいろの関係式が出されている。⁸⁾

アルミでは 0.25 \AA より短い短波長側では両対数グラフの直線にのらず、これは散乱による効果が大きいことを示す。 $0.25 \text{ \AA} \sim 4 \text{ \AA}$ の範囲では完全に直線にのり⁽¹⁰⁾、 $\mu/\rho = 1.41 \lambda^{2.87}$ となる。

本実験では使用X線の限界波長が 0.225 \AA であり、 $0.225 \text{ \AA} \sim 0.25 \text{ \AA}$ の間の非直線性の効果は問題とならない。銅では 0.15 \AA 以下では散乱の効果が目立ち始めるが、限界波長以下で問題とならない。又銅では $1.29 \text{ \AA} \sim 1.5 \text{ \AA}$ の間に選択吸収があるか⁽¹⁰⁾、 1.4 \AA 以上の長波長を除けば、 $\mu/\rho = 1.33 \lambda^{2.85}$

の関係が成立する。Al と Cu について μ を波長 λ の関数として表わすと、(Fig 1, Fig 2)

$$\left. \begin{aligned} \mu_{Al} &= 37.93 \lambda^{2.87} & (\rho = 2.69) \\ \mu_{Cu} &= 1187.69 \lambda^{2.85} & (\rho = 8.93) \end{aligned} \right\} (5)$$

又 $I_0(\lambda)$ については Kulemka mpf⁽⁸⁾ の与えた式が本実験の電圧の範囲内でも該当するとすれば

$$\begin{aligned} I_\lambda &= k c^2 z \left[\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0 \lambda^3} + a z \right] \dots (6)' \\ &= k c^2 z \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0 \lambda^3} \dots (6) \end{aligned}$$

Z : 原子番号, λ_0 : 限界波長, k : 数, C : 光速度である。

又 Duane-Hunt の実験式⁽⁴⁾から限界波長 λ_0 と使用電圧の波高値 V_s (単位 kV) の間には

$$\lambda_0 = \frac{12.4}{V_s} \dots (7)$$

の関係がある。

3-3 X線の黒化能率

(2)(4)式における $S(\lambda, V_s)$ についてはX線フィルムでは感光乳剤としては $AgBr$ が大部分で、数%の Ag さを含んでいるといわれるが、 Ag と Br の原子の吸収端が 0.4845 \AA と 0.9181 \AA にあって選

吸収係数がおこり、波長と電圧の関係については多くの測定結果がある。高橋の値⁽²³⁾を対数グラフにプロットして見ると (Fig. 3)

$$\begin{aligned} 0.4845 \text{ \AA} > \lambda > 0.2 \text{ \AA} & \quad S(\lambda) = 0.17 \times 10^{-2.14\lambda} \\ 0.9181 \text{ \AA} > \lambda > 0.4845 \text{ \AA} & \quad S(\lambda) = 0.25 \times 10^{-1.39\lambda} \\ \lambda > 0.9181 \text{ \AA} & \quad S(\lambda) = 0.34 \times 10^{-1.03\lambda} \end{aligned}$$

これらの式から今 $V_s = 55 \text{ kVp}$ の場合を考えると限界波長 $\lambda_0 = 0.225 \text{ \AA}$ であり、またこの範囲の電圧では有効波長は高々 1.4 \AA 程度迄考えればよい。Ag と Br の吸収飛躍の起るのは 0.4845 \AA と 0.9181 \AA であるから 0.3 \AA と 1.4 \AA の範囲を有効にカバーする様な近似曲線として

$$S(\lambda) = 0.55 \times 10^{-0.89\lambda} \quad 1.4 \text{ \AA} > \lambda > 0.3 \text{ \AA}$$

即ち
$$= \exp(2.05\lambda - 0.598) \dots \dots \dots (8)$$

をとる。

3-4. 被写体-焦点-フィルムの幾何学的関係

これらの関係を第4図の様に次の如くとする。

V_0 : 焦点あり物体迄の X 線主軸上の距離

t : テストピースの厚さ

Y_0 : 物体からフィルム(像面)迄の距離

L : 焦点から主 X 線軸上フィルム迄の距離

X_0 : X 線主軸上から物体迄の距離

更に焦点 $AB(2\ell)$, テスト板の一端の前後を CD とし, AD, AC, BD, BC が夫々フィルム面と交る点を X_1, X_2, X_3, X_4 とするとこれらは次の様になる (Fig 4)

$$\begin{aligned} X_1 &= (Lx_0 - \ell Y_0) / (V_0 + t), & X_2 &= \{ Lx_0 - (Y_0 + t)\ell \} / V_0 \\ X_3 &= (Lx_0 + \ell Y_0) / (V_0 + t), & X_4 &= \{ Lx_0 + (Y_0 + t)\ell \} / V_0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$L = Y_0 + t + V_0$$

(8)式から Knife edge の影の作るフィルム上の黒化度の変化を次の様にする。

① $x_0 \geq \ell$ ならば X_1 から X_4 間で, ② $\ell \geq x_0 \geq -\ell$ ならば X_2 から X_4 の間で, ③ $x_0 \leq -\ell$ ならば X_2 から X_3 の間にかけてフィルム上の黒化度が夫々の始めの点から段々減少する。①②③のとき黒化度の減少し始める X_1, X_2, X_3 を夫々 α とする。

3-5-a $X < \alpha$ Edge の影にないとき又はフィルターのときの減弱曲線及び黒化度分布

焦点 AB からの X 線は遮ぎられることなくフィルムに到達する。その強度は

$$I(\alpha) = \int_0^\infty \int_{\theta(u=-\ell)}^{\theta(u=\ell)} I(\theta, \lambda) d\theta d\lambda, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{X_0 - u}{V_0 + t} \quad (10)$$

$I(\theta, \lambda)$ は主 X 線軸と X 線の照射方向とのなす角 θ の関数であり, $I(\theta)$ についてはデータがある⁽²⁰⁾。

(3)式から銅及びアルミによる減弱は固定フィルターアルミ $d_0 \text{ cm}$, 銅又はアルミの厚さを $d \text{ cm}$ とすると

$$Cu : \Psi(x) = \int_{-\rho}^{\rho} \int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\{-\mu_{Al}(\lambda)d_0 - \mu_{Cu}(\lambda)d\} d\lambda du \dots (11)$$

$$Al : \Psi(x) = \int_{-\rho}^{\rho} \int_0^{\infty} I(\lambda) \exp\{-\mu_{Al}(\lambda)d_0 - \mu_{Al}(\lambda)d\} d\lambda du \dots (12)$$

黒化度分布のときは(11), (12) = (8)式の
 $\exp\{2.05\lambda - 0.598\}$ をかければ良い。

$x_0 = 0$ の範囲で $V_s = 55 \text{ kVp}$, $\lambda, \rho = 1 \text{ mm}$, Al の厚さ 1.4 mm , $\lambda = 0.225 \text{ \AA} \sim 1.4 \text{ \AA}$ について
 黒化度分布を求めると(11) に(5)(6)(7)(8)を代入して

$$K(X) = 2 \times \text{const} \int_{0.225}^{1.4} \frac{55\lambda - 124}{124\lambda^3} \exp\{-0.14 \times 37.93\lambda^{2.87} + 2.05\lambda - 0.598\} d\lambda \dots (13)$$

厚さ 1 mm の Cu 板が λ と

$$K(X) = 2 \times \text{const} \int_{0.225}^{1.4} \frac{55\lambda - 124}{124\lambda^3} \exp\{-0.14 \times 37.93\lambda^{2.87} - 1187.69 \times 0.1 \times \lambda^{2.85} + 2.05\lambda - 0.598\} d\lambda \dots (14)$$

銅及びアルミの厚さをかえて $\exp\{2.05\lambda - 0.598\}$ を除く即ち(11)(12)式から銅及びアルミの
 減弱曲線を容易に得る。

波長強度分布で $\text{waug}^{(17)}$ 0.6 \AA 以下 (50 kVp), 金森⁽²²⁾ 0.6 \AA 以下 ($80 \sim 120 \text{ kVp}$),
 Bell⁽²⁾ 0.5 \AA 以下 (100 kVp), Greening⁽⁵⁾ 0.9 \AA 以下 (90 kVp), 松沢⁽²⁵⁾ 1 \AA 以下 (50
 kVp) Jeuning⁽⁷⁾ 2 \AA 以下といろいろあるが, 1.4 \AA 迄とれば十分である。

3-5-b $X > \alpha$ のとき

X 線束の一部分は物体中を斜めに横切り吸収をうけて減弱する。物体中の光路長を Fig 5 の如く, y_a ,
 y_b とし, これとフィルム上の X と焦点 u との関係は (Fig 2)

$$y_a = t \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{X-u}{L} \right)^2 \right]$$

$$X > x_0 \quad y_b = \left[\left(\frac{X-x_0}{X-u} \right) L - Y_0 \right] \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{X-u}{L} \right)^2 \right)$$

$$X < x_0 \quad y_b = \left[\left(\frac{u-x_0}{u-X} \right) L - V_0 \right] \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{X-u}{L} \right)^2 \right) \dots (15)$$

又は

$$y_b = \left[\left(\frac{x_0-u}{X-u} \right) L + Y_0 + t \right] \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{X-u}{L} \right)^2 \right)$$

また X と c , X と D を連ねる直線が u 軸を切る点を u_c , u_D とすれば

$$u_c = X - \frac{L}{Y_0 + t} (X - x_0) = \frac{Lx_0 - V_0 X}{Y_0 + t} \dots (16)$$

$$u_D = X - \frac{L}{Y_0} (X - x_0) = \frac{Lx_0 - (V_0 + t)X}{Y_0}$$

となる。そのときのフィルム上の強度分布は次の様になる。

1) $X \geq x_0, \ell \geq u_c \leq u_D$

$$\begin{aligned}
 I(X) = & \int_{u_c}^{\ell} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0 - \mu_c u(\lambda) y_a(X)\} d\lambda du \\
 & + \int_{u_D}^{u_c} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0 - \mu_c u(\lambda) y_b(X)\} d\lambda du \\
 & + \int_{-\ell}^{u_D} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0\} d\lambda du \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

2) $X \leq x_0, \ell \geq u_D \leq u_c$

$$\begin{aligned}
 I(X) = & \int_{u_D}^{\ell} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0 - \mu_c u(\lambda) y_a(X)\} d\lambda du \\
 & + \int_{u_c}^{u_D} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0 - \mu_c u(\lambda) y_b(X)\} d\lambda du \\
 & + \int_{-\ell}^{u_c} \int_{\lambda_0}^{\lambda_1} I_0(\lambda) \exp\{-\mu_A \rho(\lambda) d_0\} d\lambda du \dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

アルミは焦点に近く且、 $V_0 = 80\text{cm} \sim 160\text{cm}$ 故 $d_0 = \text{一定}$ と考えてよい。フィルム上の黒化度分布(ベース濃度を引いた)は $\exp\{2.05\lambda - 0.598\}$ をかければよい。

§ 4 計算結果及び考察

1) 減弱曲線について (Fig 6, 7, 8, 9)

銅及びアルミニウムの減弱曲線を診断領域の電圧 55 kVp, 85 kVp, 110 kVp について計算した。管電圧 55 kVp では非常に良く一致する。10% 減弱で 2% 位差がある。85 kVp, 110 kVp では計算値が高くでてくる。散乱を考慮に入れてないためであろう。何れも限界波長から計算したが、アルミニウムするとき 85 kVp で 0.22 \AA , 110 kVp のとき 0.18 \AA , 銅のとき 85 kVp で 0.21 \AA , 110 kVp のとき 0.21 \AA から積分すると良く一致する。

積分範囲の一定値変更という操作で実測値に近似する事ができる。連続 X 線の波長強度分布として Kulem kampf の式を使ったが、減弱曲線の実測値から計算したり(松沢ら), Greeming や Jones や江藤らの求めた方法などあるが、我々は減弱式を用い、更に Cu-Edge の強度分布や黒化度分布を求めるために前者の式を使用した。減弱曲線に標準といわれるもの⁽¹⁵⁾もあるが、我々の装置に関する実測値と比較した。

2) Edge 像の場合の黒化度分布及び強度分布

電圧 55 kVp, 焦点 2×2 , 拡大率 $\times 1, \times 1.35, \times 2$ の場合の計算値と実測値を示す。密着しないときはほぼ一致する黒化度分布も Relative なものである。密着のときは実測は両面フィルムによるものであり、計算の方が sharp になっている。

§5. 結 論

Knife edge 銅のフィルム面の強度分布及び黒化度分布を計算により求めて実測値と比較したがより一致を得た。又銅及びアルミニウムの減弱曲線も55kVpで実測とよく一致し、高圧では積分範囲の変更でより一致を得た。

- | | | | |
|--|--------------------|-----------|-------|
| 1. Cormack, D. V., et al. | Brit. J. Radiol. | 28: 605, | 1955. |
| 2. Bell, G. E. | Brit. J. Radiol. | 9: 680, | 1936. |
| 3. Bouwers, A. | Acta Radiol. | 4: 368, | 1933. |
| 4. Duane, W., and Hunt, F. L. | Phys. Rev. | 6: 166, | 1915. |
| 5. Gneening, J. R. | Brit. J. Radiol. | 20: 71, | 1947. |
| 6. Jones, D. E. A. | Brit. J. Radiol. | 13: 95, | 1940. |
| 7. Jennings, W. A. | Brit. J. Radiol. | 26: 193, | 1953. |
| 8. Kulenkampff, H. | Ann. der Phys. | 69: 548, | 1922. |
| 9. Kramer, H. A. | Phil. Mag. | 46: 836, | 1923. |
| 10. Landolt-Börnstein. Zahlenwerte und Funktionen 1 Band 1 Teil
Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1950. | | | |
| 11. Morgan, R. H. | Am. J. Roentgenol. | 62: 870, | 1949. |
| 12. Neboschew, A. F. | Strahlen Therapie | 92: 449, | 1953. |
| 13. Rossmann, K. | Am. J. Roentgenol. | 87: 387, | 1962. |
| 14. Silberstein, L. | Phil. Mag. | 15: 401, | 1918. |
| 15. Taylor, L. S., and Singer, G. | Radiology. | 22: 445, | 1934. |
| 16. Wagner, E. | Ann. der Phys. | 46: 868, | 1915. |
| 17. Wang, P. K. S. | Brit. J. Radiol. | 30: 70, | 1957. |
| 18. Hine, G. J., and Brownell, G. L. Radiation Dosimetry. Academic Press
Inc. New York, 1956. | | | |
| 19. 江藤秀雄ら編集 | 放射線医学, 医学書院 | | 1959. |
| 20. 江藤秀雄, 土屋武彦 | 日医放誌 | 14: 460, | 1953. |
| 21. 江藤秀雄 | " | 15: 617, | 1955. |
| 22. 金森仁志 | " | 23: 565, | 1963. |
| 23. 高橋喜久雄 | X線物理実験法 丸善書店 | | 1931. |
| 24. 竹井 力 | 日医放誌 | 19: 1266, | 1959. |
| 25. 松沢秀夫 | " | 13: 492, | 1953. |

Fig.1 X-ray Wave-length versus Mass Absorption Coefficient for Copper

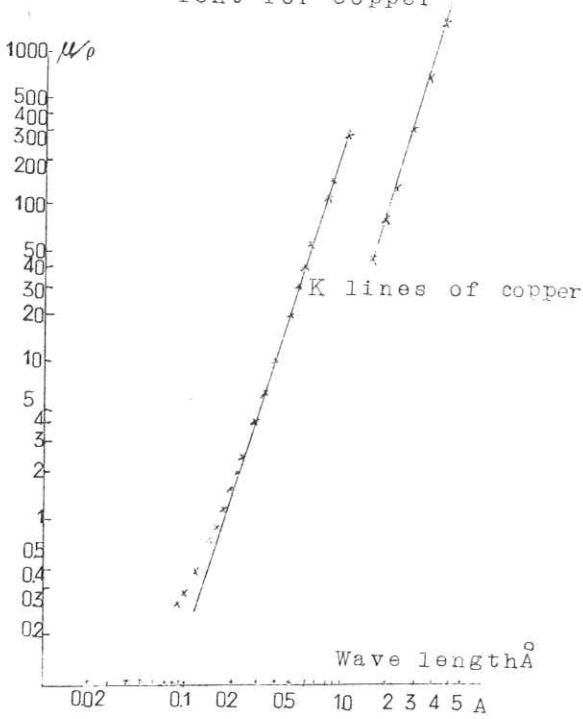


Fig.2 X-ray Wave-length versus Mass Absorption Coefficient for Alminum

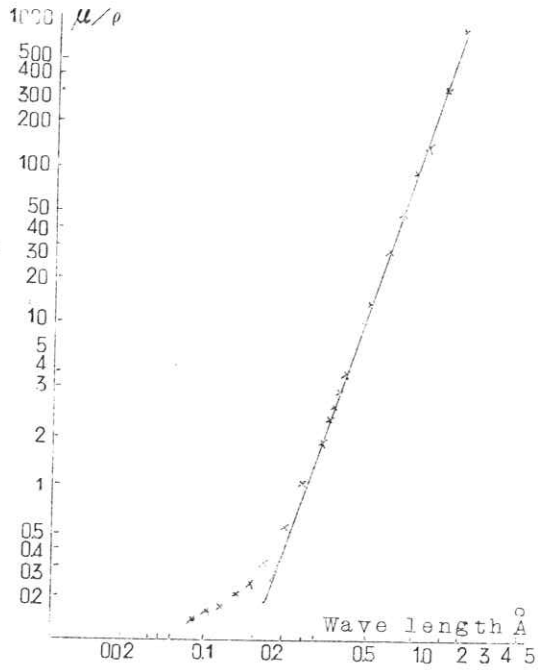


Fig.3 Relative Sensitivity Curve Photographic Emulsion for Monoenergetic X-ray
 --- Approximated curve from $\lambda=0.3\text{Å}$ to $\lambda=1.4\text{Å}$

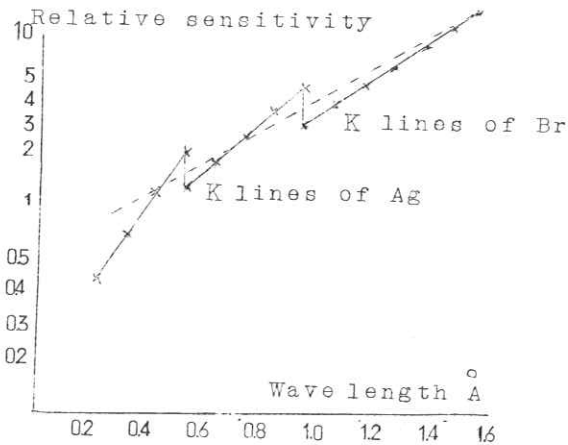


Fig.4 Geometric Relations between Focus, Object and Film Plane

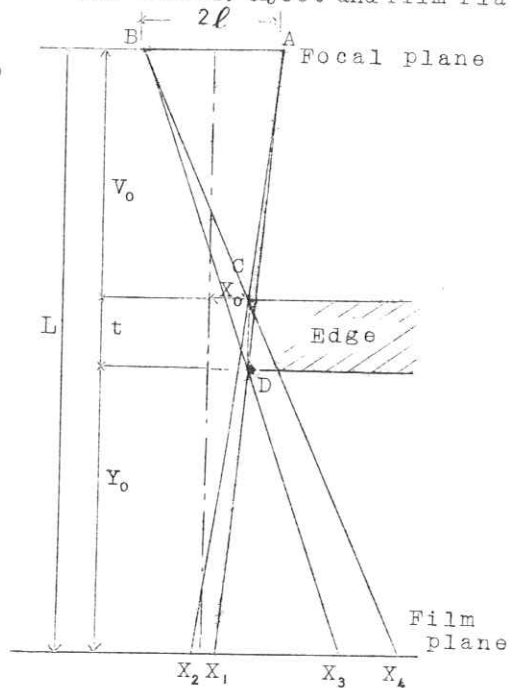


Fig5 Geometric Relations between Focus and Absorption path in Copper-Edge

Fig6 Absorption Curves of Aluminum for 55KVp X-ray

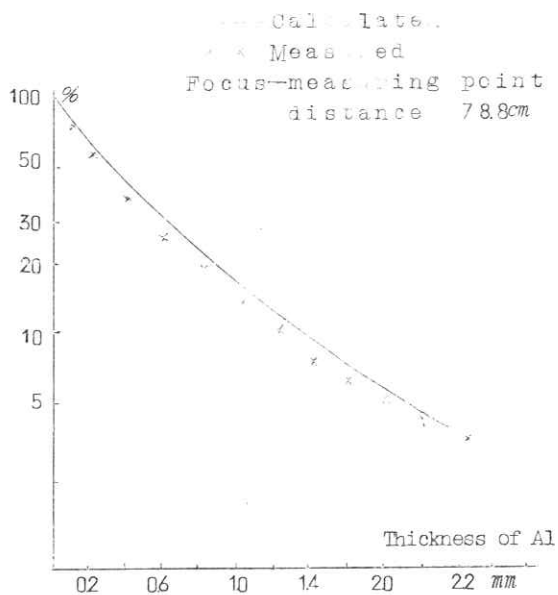
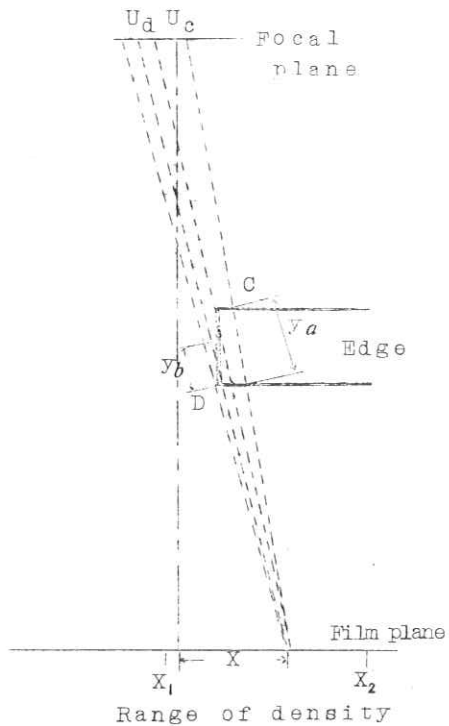


Fig7 Absorption Curves of Aluminum for 110 KVP X-ray

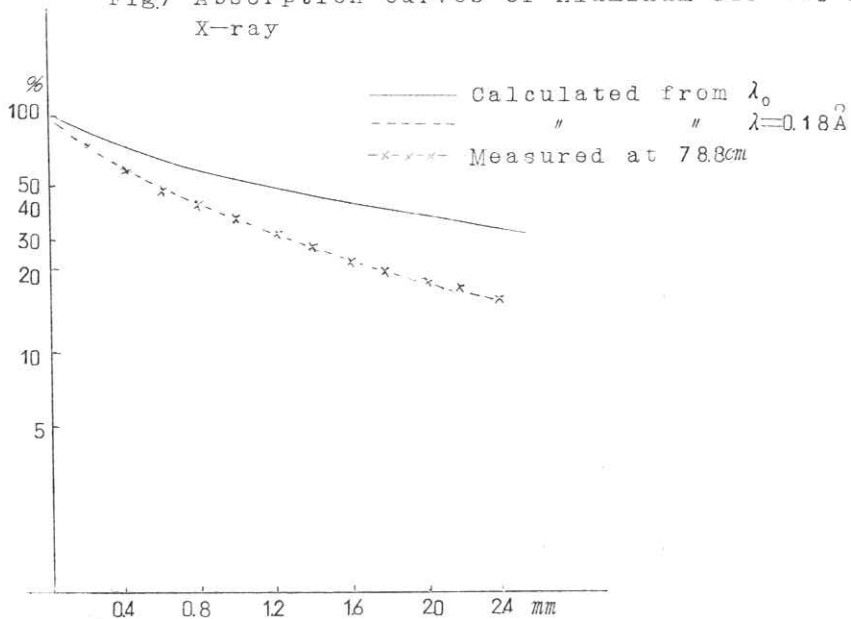


Fig8 Absorption Curves of Copper for 55KVP X-ray

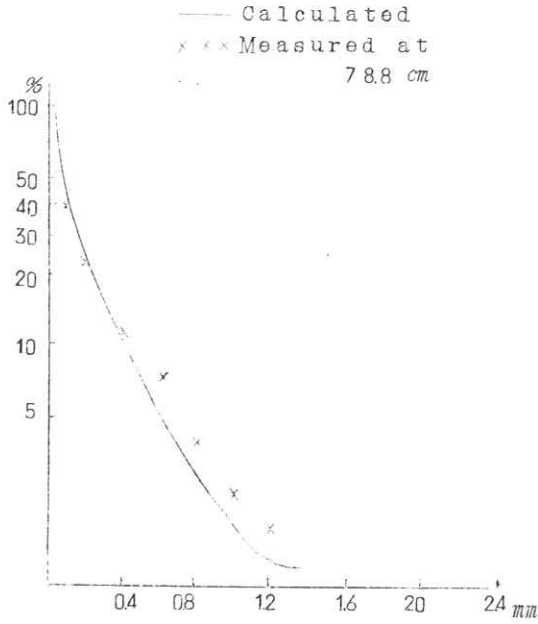


Fig9 Absorption Curves of Copper for 110KVP X-ray

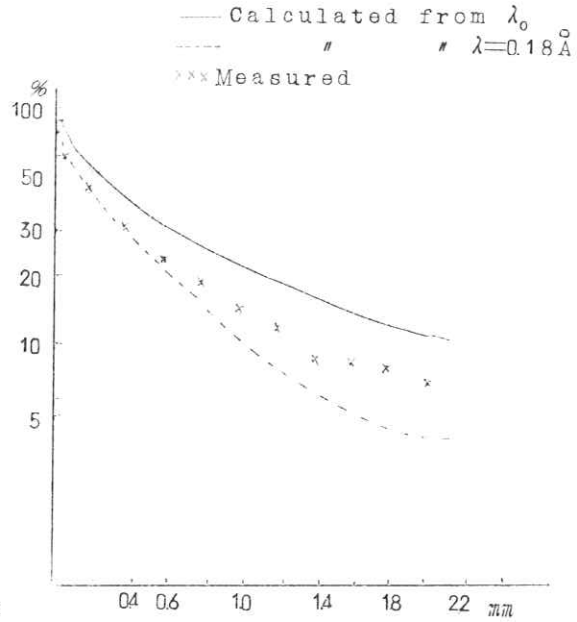


Fig.10 Film Density and X-ray Intensity Distribution of Knife Edge

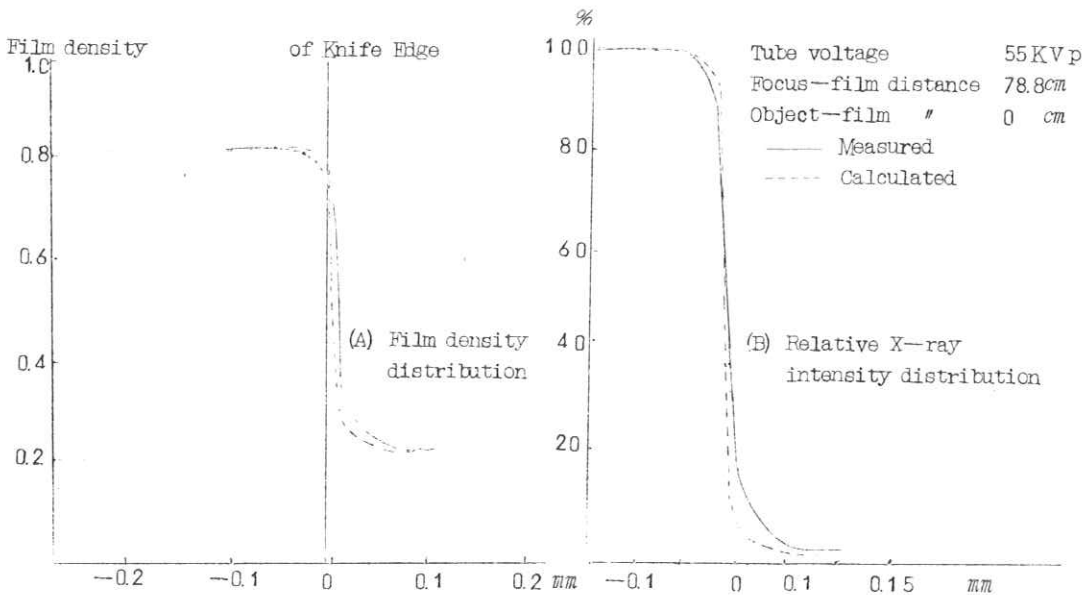


Fig.11 Film Density and X-ray Intensity Distribution of Knife Edge

Tube voltage 55 KVP
Focus-film distance 120 cm
Object-film " 31 cm
—— Measured
----- Calculated

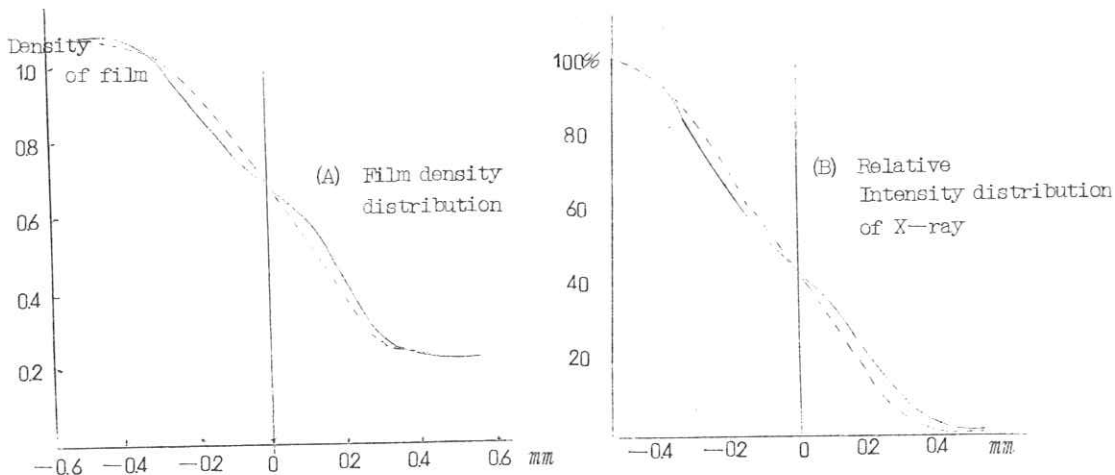


Fig.12 Film Density and X-ray Intensity Distribution of Knife Edge

Tube voltage 55 KVP
Film-focus distance 161.5 cm
Object-film " 41 cm
—— Measured
----- Calculated

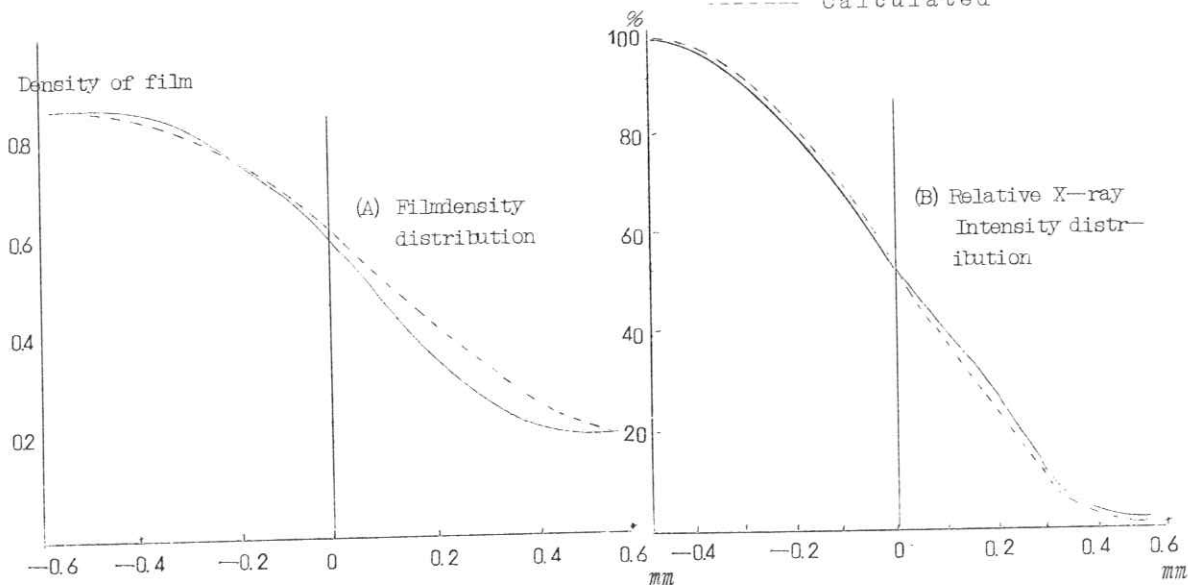
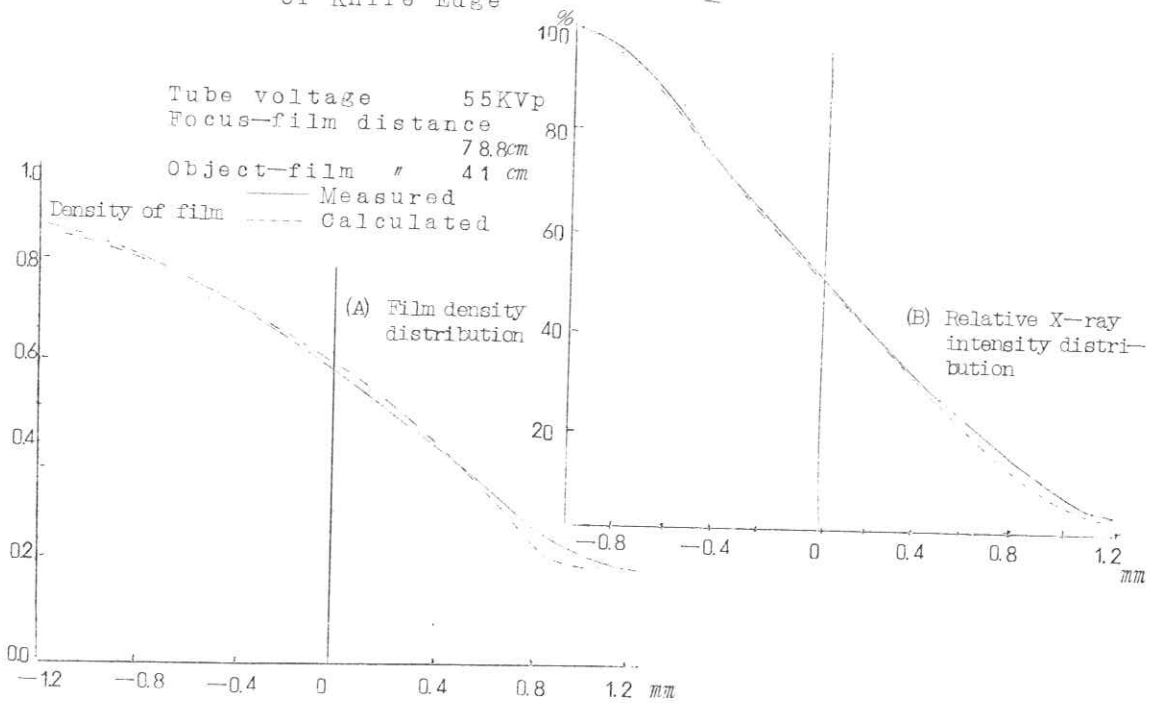


Fig.13 Film Density and X-ray Intensity Distribution of Knife Edge



質問討論

内田：Kulenkampff の実験式を使って物質透過後のエネルギーを計算したことがある。指数関数の項を展開し積分した。散乱項は如何されたか。トムソン並びにコンプトン散乱による吸収である。

高橋：コンプトン散乱は55kVp程度ならばほとんど問題にならないので無視した。

内田：エッチの線量強度分布であるが、焦点の傾きによる距離の逆二乗則は考慮されたか。私は計算してみた所エネルギーに下連続はなく連続したカーブになった。

高橋：影響がほとんどないと考えて無視した。

内田：この様な理論的な計算においてはやはり実際上の影響よりも身のまわりの考え得る因子のすべてを考慮すべきである。

金森：Kulenkampff の式は7~12kVのX線に対して得られた実験式であって、Self-hardening effect を現わす第2項は定数項で表現されている。これを診断領域のX線エネルギー(50~150kV)に対してそのまま適用すると、第2項は無視されてしまうので、Self-hardening effect が表現されなくなる。その結果、実用上で重要な硬線成分の割合が実際の値よりも小さく計算されて、大きな誤差を生ずるので注意を要する。(金森：日本医学放射線学会雑誌23巻、5号、565頁の論文の4、5章を参照されたい)

第8章 X線像の像質について

島津製作所

津田元久

要 旨

X線像は、けい光板やイメージアンプリファイアで見ることができるわけであるが、可視像に変換された像は、理想的な像にくらべてぼけたものになっている。このボケについては、かなりくわしくしらべてみた。また、量子雑音が像の質におよぼす効果、および、バックグラウンドがはいることによるコントラストの低下が像の質におよぼす効果についても簡単にふれた。

I 概 論

1. X線像の成立

X線像は一般の光学像と異なり、その本質はいわゆる“影絵”に近いものである。すなわち、X線管焦点から放射される一様なX線束が、その進路中におかれた物体に吸収されるために、透過X線束は一様でなくなり、影を作る。この影のできぐあいによって物体の性質・形状などを知ることができる。実際には、X線は単に物質に吸収されるだけでなく散乱をも受ける。この散乱されたX線はすべての方向に出るので、X線束の分布に一様なバックグラウンドとして付加される。X線は目で見ることができないから、なんらかの方法でX線を可視像に変換しなければ見ることができない。この変換の手段として現在採用されているものには、

1. X線像を写真フィルムに撮影して可視像にする方法
2. けい光板で可視像に変換する方法
3. イメージアンプリファイアなどを使う方法

などがあげられる。これらの手段のいずれかを用いて、はじめてX線の分布をX線像として観察することができることになる。X線像は、いろいろの原因から像の質が理想状態に比べて多かれ少なかれ劣化しているものである。像質を劣化させる要因のうちおもなものをあげてみると、つぎのようである。

1. X線管焦点が有限な大キサをもっているために、“影絵”としてのX線像に半影すなわちボケを生ずること。
2. X線が物体によって散乱されるためにおこるバックグラウンドの出現。
3. 変換手段に特有なボケおよびバックグラウンドが付加されること。
4. X線量子、光量子、電子など、X線像を観察する過程に含まれる量子が時間的および空間的に統計的な変動をしているために、像の質が落ちること。

ここでは主として1. と3. について検討し、4. については簡単にふれることにする。

2. ボケ

いま、例をけい光板にとってボケについて考えてみることにする。けい光板に鉛板を重ねてX線を照射したとき、鉛板の縁辺部のけい光強度は、もしボケがなければ第1図のAのようになるはずであるが、実際に

は第1図のBのようになる。本来AでなければならないものがBのようになったことを“ぼけた”というわけである。ぼけるということは、断面積が無限に小さいX線束をけい光板に当てたときにも、ある有限の大キサをもった面積の部分が発光することを意味し(第2図)、これがボケの原因をなしている。実際にX線像として問題にされる像は第1図のように単純な像ではなく、より微細な構造をもったものばかりである。したがって、ボケを単独に取り出して論じてあまり意味がないのであって、このようなボケが重畳しあって像の解像度およびコントラストにどのように影響を与えるかを調べようとするわけである。またX線像にはいつてくるボケはこのほかにX線管焦点によるボケもあって、これらの異種のボケが合成されて出てくる総合のボケが最終像にどのように影響するかという問題も重要である。イメージ アンプリアイアではボケがその各段階で起ってくるため、さらに複雑なボケについて考えなければならぬ。

従来のX線像では解像度を調べるのに平行銅線群を用いてきた。平行銅線群とは、断面が円形の銅線をその直径と等しい間隔で数本並べたものをいい、識別可能な最小の銅線群の直径で解像度を表現してきた。ここでは、上述の意味での解像度とボケの関係を中心にして話を進めることにする。

II ボケとその効果

1. 概 論

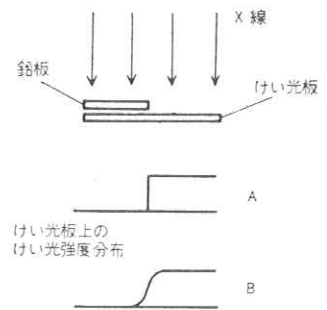
ボケについての概念を理解する意味でつぎのようなモデルを考える。平面状の変換系があって、その1点を刺激し、その点を原点としていま考えている平面上に直交座標系 x 軸, y 軸をとったとき、変換系のレスポンスを $f(x, y)$ とする。いまこの系に $S(x, y)$ で表わされるような刺激を与えたときの系のレスポンスを $R(x, y)$ とすると、上述の座標軸上で (ξ, η) の点での刺激は $S(\xi, \eta)$ 、この刺激が点 (x, y) に与えるレスポンスの成分は、

$$S(\xi, \eta) f(x-\xi, y-\eta) d\xi d\eta$$

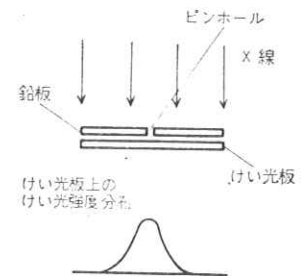
であるから、これを ξ, η の全体について積分すると点 (x, y) でのレスポンスが求められる。

$$R(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi, y-\eta) S(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (1)$$

すなわち、この変換系により $S(x, y) \rightarrow R(x, y)$ の変換が行なわれたことになる。この変換で $S(x, y)$ が原形をどの程度とどめているかによって、ボケが小さいとか大きいとかいわれることになる。とくに、 $S(x, y)$ が1次元的で $S(x, y) = S_0(x)$ で示される場合は、



第1図 けい光板による鉛板縁辺のX線像のボケ
Blurring of X-ray image corresponding to the edge of lead plate caused by fluorescent screen



第2図 けい光板による鉛板のピンホールのX線像
X-ray image of pinhole bored on lead plate by fluorescent screen

$$R(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi, y-\eta) S_0(\xi) d\xi d\eta \quad (2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_0(x-\xi) S_0(\xi) d\xi = R_0(x)$$

ここで、 $f_0(x) \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$ (3)

すなわち、レスポンスも1次元的で $S_0(x) \rightarrow R_0(x)$ の変換が行なわれる。平行銅線群の場合は、このよ
うな1次元の問題として扱うことができる。このような変換は電気工学でもよく出てくるもので、たとえば、
電気回路にユニットインパルス信号を加えたときの出力信号が t を時間の変数として $f(t)$ であったと
すると、 $S_0(t)$ なる入力を加えたときの出力は、

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) S_0(\tau) d\tau \quad (4)$$

で与えられるのとまったく相似である。すなわち、いま考えている系について、ボケは、ちょうど電気回路
を通したときに生ずる波形ヒズミとまったく同等と考えられる。ボケというものが本来このような性格のも
のであってみれば、ボケの表示も電気回路と同様にユニットインパルス関数 $\delta(x)$ に対するレスポンス f_0
(x) またはユニットステップ関数 $U(x)$ に対するレスポンス、すなわち、

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(x-\xi) U(\xi) d\xi = \int_0^{\infty} f_0(x-\xi) d\xi$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) dx \quad (5)$$

で示すのが適当と考えられる。従来、ボケを単に寸法で示している例があるが正確ではない。また、それぞ
れ

$$F(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) dx}, \quad f(x) = \frac{f_0(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} f_0(x) dx}, \quad S(x) = \frac{S_0(x)}{S_0(\infty)} \quad (6)$$

のように正規化した $F(x)$, $f(x)$ を取り扱うと比較の上で便利である。(2)式は、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi) S(\xi) d\xi \quad (7)$$

となり、 $R(\infty) = 1$ になる。(7)式で変数変換 $x-\xi = X$ を行なって、さらに X を ξ と書き換えれば、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi) S(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) S(x-\xi) d\xi \quad (7)'$$

(6)式の実験的な意味は、それぞれごく細いスリットを通しての入力に対するレスポンス、および、しゃへ
い板の直線状縁辺を通しての入力に対するレスポンスであるから、このいずれかの方法で(6)式の関数を決定
することができる。

2. X線管焦点によるボケの発生

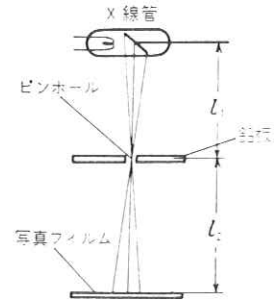
I. 1で述べたように、X線管焦点が面積をもっているのでX線像に半影を生ずるわけであるが、このた

めのボケについて考えてみる。第3図に示す状態でX線を照射すると、写真フィルム上にはX線管焦点のピンホール写真が得られる(ただし、鉛板はX線を完全にしゃへいするものとする)。現像された写真像の各点の光に対する吸収は露光量に比例するから、上のピンホール写真の各点の光に対する吸収を測定すれば、焦点上のX線強度分布を知ることができる。一方、このピンホール写真は(1)式の $f(x, y)$ に相当している。厳密には写真フィルム自体のボケが重畳されていることになるが、後にも述べるように、写真フィルムのボケは焦点ボケに比べて無視できるほど小さい。さらに、ピンホールの大きさを十分小さくしてフィルム上の焦点の像の大きさに比べて無視できるようにしておけば、ピンホールの大きさが有限であるための誤差も無視できる。また、露光量と現像された像の光の吸収との比例関係は、低濃度で近似的に成り立つものである。いま焦点上のX線強度分布を $h(x, y)$ とすると、第3図で任意の l_1, l_2 の値に対してはフィルム上のX線強度分布は $h(\frac{l_1}{l_2}x, \frac{l_1}{l_2}y)$ になる。1次元的な問題に対しては(3)式で示すように y について積分し、

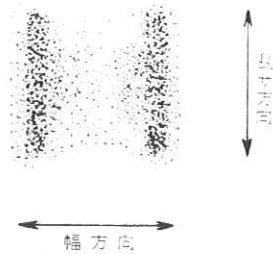
$$h_0(\frac{l_1}{l_2}x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\frac{l_1}{l_2}x, \frac{l_1}{l_2}y) dy \quad (8)$$

として扱えばよいことになる。 $h_0(\frac{l_1}{l_2}x)$ は第3図のピンホールをスリットに置き換えたときの像としても得られる。この関数は解析的な表示をすることができない。一般にX線管焦点は実効的にほぼく(矩)形の面積をもっていて、そのX線強度分布は第4図のようなものである。第4図からもわかるように、焦点の中心に関してほぼ点対称である。また、 x 軸のとり方によって、 $f(x)$ の形は著しく変わるばかりでなく、 $f(x)$ の存在範囲も変わってくる。したがって、X線管焦点によるボケは焦点の向きによって大きく変わることになる。ここでは典型的な場合として $l_1 = l_2$ 、第4図の幅方向および長さ方向を x 軸の方向としてみると、

$$f(x) \frac{h_0(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) dx} \quad \text{および} \quad F(x) = \frac{\int_{-\infty}^x h_0(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) dx}$$



第3図 鉛板ピンホールによるX線管焦点の撮影
Radiography of focal spot of X-ray tube by pinhole bored on lead plate



第4図 X線管焦点のピンホール写真
Radiogram of focal spot of X-ray tube by pinhole bored on lead plate

は第5図のようになる。第5図の場合 $h_0(x)$ の存在範囲は $|x| < 1.3$ で、 $F(x)$ の分子の積分範囲も $-1.3 \leq x \leq 1.3$ でよいわけである。

このような $h_0(x)$ の存在範囲を焦点寸法とよぶ。

任意の l_1, l_2 の値に対してボケを考える上では、

$$\frac{h_0\left(\frac{l_1 x}{l_2}\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} h_0\left(\frac{l_1 x}{l_2}\right) dx} = \frac{l_1 f\left(\frac{l_1 x}{l_2}\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{l_1 x}{l_2}\right) dx} = F\left(\frac{l_1 x}{l_2}\right) \quad (9)$$

を使わなければならない。上に述べたように、いま考えている $f(x)$ は偶関数である。一般に $f(x)$ が偶関数であるとき、

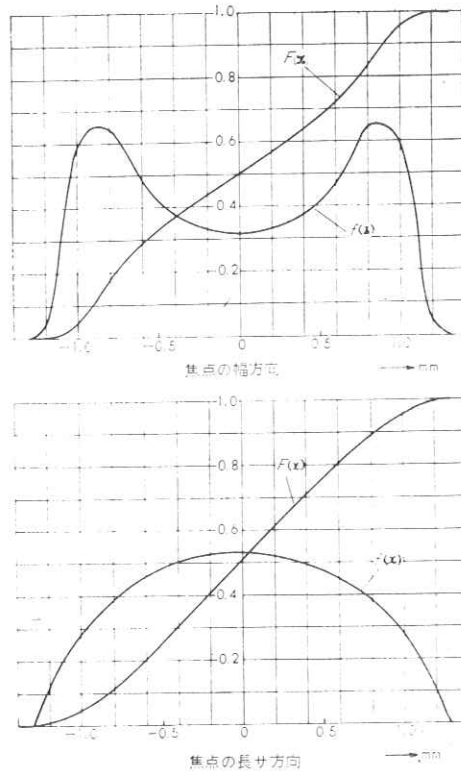
$$F(0) = \frac{\int_{-\infty}^0 h_0(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) dx} = 0.5 \quad (10)$$

また、 $F(x) = 1 - F(-x)$ (10') なる関係が成立する。つぎに、第6図に示すような物体のX線像を考えてみる。物体は断面く(矩)形の棒群で、その幅を w 、棒の間隔を g とする。棒の厚さは l_1 、および l_2 に比べて十分小さいものとし、問題とする平面上に x 軸をとる。焦点の中心から棒群を射影した位置の座標をそれぞれ X_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) とすると、 X_i と g, w の間にはつぎの関係がある。 i を整数とすると、

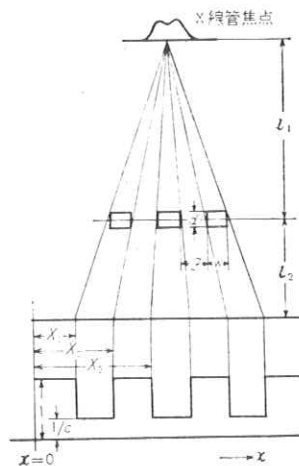
$$X_{2i} - X_{2i-1} = w \frac{l_1 + l_2}{l_1} = mw$$

$$X_{2i+1} - X_{2i} = g \frac{l_1 + l_2}{l_2} = mg$$

(ただし、 m : 像の拡大率) (11)



第5図 X線管焦点によるボケ
Blurring caused by a focal spot of an X-ray tube



第6図 (矩)形断面平行棒群のX線像
X-ray image of a group of parallel bars, the cross sections of which are rectangles

棒を通過してきたX線の強度は通過しないX線の強度の $1/c$ であるとする、完全な点状焦点から放射されたX線は、この棒群によって第6図の下の図のように変調される。これを数式的に表示すれば、

$$\begin{aligned}
 S(x) = & 1 - \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_1) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_2) \\
 & - \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_3) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_4) - \dots \\
 & - \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_{2n-1}) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(x - X_{2n})
 \end{aligned} \tag{12}$$

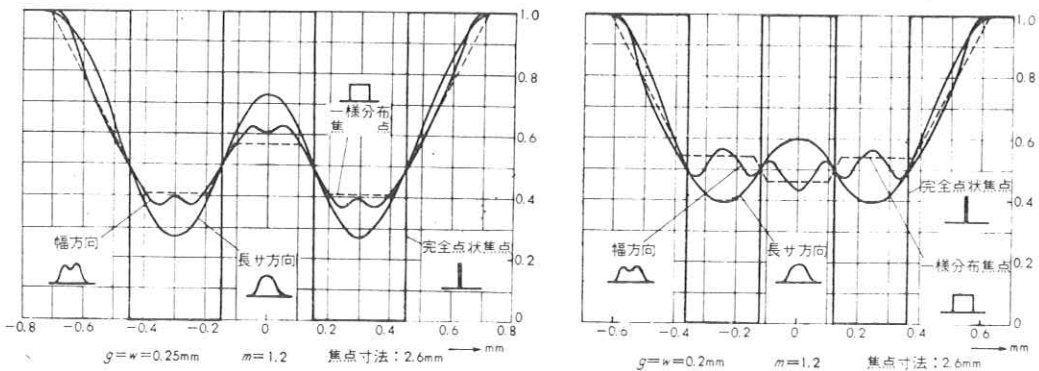
このような場合のX線像を求めるには、(7)式に(9)式および(12)式を代入して、

$$\begin{aligned}
 R(x) = & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{l_1}{l_2} f\left\{\frac{l_1}{l_2}(x - \xi)\right\} \left\{1 - \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(\xi - X_1)\right. \\
 & + \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(\xi - X_2) - \dots - \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(\xi - X_{2n-1}) \\
 & \left. + \left(1 - \frac{1}{c}\right) U(\xi - X_{2n})\right\} d\xi
 \end{aligned} \tag{13}$$

(13) 式を演算すれば、

$$\begin{aligned}
 R(x) = & 1 - \left(1 - \frac{1}{c}\right) F\left\{\frac{l_1}{l_2}(x - X_1)\right\} + \left(1 - \frac{1}{c}\right) F\left\{\frac{l_1}{l_2}(x - X_2)\right\} \\
 & - \dots - \left(1 - \frac{1}{c}\right) F\left\{\frac{l_1}{l_2}(x - X_{2n-1})\right\} \\
 & + \left(1 - \frac{1}{c}\right) F\left\{\frac{l_1}{l_2}(x - X_{2n})\right\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

を得る。第5図の $F(x)$ の値を用いて焦点寸法 2.6mm の場合、 $m = (l_1 + l_2) / l_1 = 1.2$ 、 $g = w$ で棒が2本あるとしたとき、焦点の幅方向および長さ方向、さらに参考までに、一様分布の理想的な焦点について、X線強度分布をプロットしたのが第7図である。第7図にみられるように、焦点のX線強度分布 h_0



第7図 2本のく(矩)形断面平行棒の各種焦点によるX線像
 X-ray images of two parallel bars, the cross sections of which are rectangles, by various focal spots

(x)の形によって、像のボケぐあい、解像のぐあいが大きく変わることがわかる。一様分布がもっともボケが大きく、幅方向、長さ方向の順に少なくなる。単にボケがもっとも小さいという条件だけなら、焦点のX線強度分布は $\delta(x)$ がよい。この場合、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - \xi) S(\xi) d\xi = S(x) \tag{15}$$

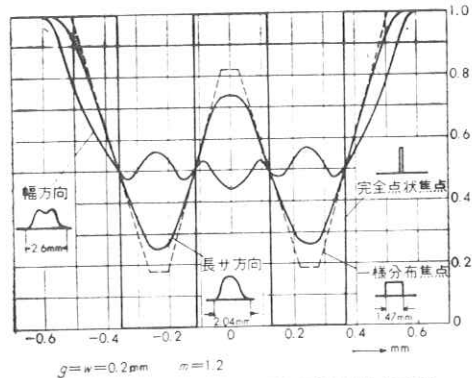
となり、なんらボケを生じない。これは完全点状焦点(大キサ零)を意味し、現実には存在しないが物体の面内ではこの状態になる。すなわち、物体に密着して写真フィルムを置き、十分遠方からX線を照射したときに得られるX線写真では、X線焦点によるボケはまったくない。しかし実際には、多かれ少なかれ、 l_2 は有限の値をもち、焦点も有限の寸法をもつことになるから、ボケができるわけである。 $\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) dx$ を考えると、これは焦点から出る全X線量、したがってX線管焦点への電気的入力に比例する。いま $\{h_0(x)\}_{max}$ が焦点の最高温度を決めるとすると(正確にはそうならないが)、第7図にあげたような焦点分布について、

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) dx = \text{一定}, \quad \{h_0(x)\}_{max} = \text{一定}$$

になるようにすると、同一のX線量を出したときの焦点の最高温度が同じになる。この場合それぞれの分布で焦点寸法を決めると、焦点の幅方向の寸法2.6mmを基準とすれば、幅方向2.6mm、長さ方向2.04mm、一様分布焦点1.47mmになる。このような焦点について、第7図と同じ条件でレスポンスのX線強度分布をプロットしてみると第8図のようになる。結局このような見方からすれば一様分布焦点がもっともボケが少ないことになり、長さ方向、幅方向の順に大きくなる。事実、以前から焦点の幅方向より長さ方向の解像度がよいということが知られている(1)。つきに平行銅線群について考えてみる。まず第9図のような配置で $S(x)$ を求めてみる。銅に対するX線の吸収係数を μ とし、像面上 x の位置と焦点中心を結んだ線上の銅線の肉厚を ρ とすると、

$$S(x) = \begin{cases} e^{-\mu\rho} & |x| < \{(l_1 + l_2) / l_1\} r \\ 1 & |x| \geq \{(l_1 + l_2) / l_1\} r \end{cases} \tag{16}$$

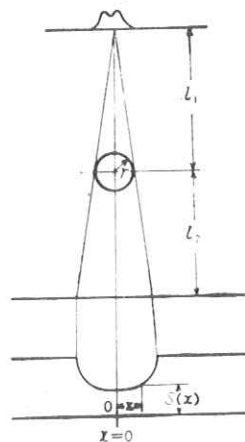
ここで、 $\rho = \sqrt{r^2 - \{l_1 / (l_1 + l_2)\}^2 x^2}$ であって $r \ll l_1, l_2$ であれば成立する。平行銅線群については焦点中心からの各銅線中心の射影の座標を X_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) とし半径を r とすれば、直径と線の間隔が等しく $(l_1 + l_2) /$



焦点寸法は、焦点への電気的入力と焦点の最高温度が等しくなるようにえらんである。

第8図 同一の電気的入力に対し焦点の最高温度が等しくなるように焦点寸法を選んだときの各種焦点に対する2本のく(矩)形断面平行棒のX線像

X-ray images of two bars, the cross sections of which are rectangles, by various focal spots, where the focal sizes are determined that the maximum temperature of the focal spots may be equal for the same electrical input



第9図 円形断面棒のX線像
X-ray image of a wire, the cross section of which is circle

$l_1 = m$ であることを考慮して,

$$S(x) = \begin{cases} e^{-\mu \rho} & |x - X_i| \leq m r \\ 1 & m r \leq |x - X_i| \leq 2 m r \end{cases} \quad (17)$$

$$X_i = X_{i-1} + 4 m r$$

ここで,
$$\rho = \sqrt{r^2 - \frac{(x - X_i)^2}{m^2}}$$

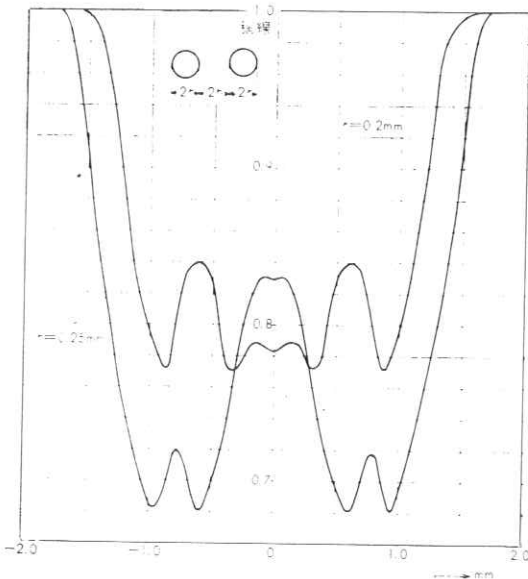
まず(16)式についてレスポンスを求めるために(7)式に(9)式および(16)式を代入して,

$$\begin{aligned} R(x) &= \int_{-\infty}^{-m r} f \left\{ \frac{l_1}{l_2} (x - \xi) \right\} d\xi + \int_{-m r}^{m r} f \left\{ \frac{l_1}{l_2} (x - \xi) \right\} e^{-\mu \rho(\xi)} d\xi \\ &\quad + \int_{m r}^{\infty} f \left\{ \frac{l_1}{l_2} (x - \xi) \right\} d\xi \\ &= 1 - \int_{-m r}^{m r} f \left\{ \frac{l_1}{l_2} (x - \xi) \right\} \{ 1 - e^{-\mu \rho(\xi)} \} d\xi \end{aligned} \quad (18)$$

したがって(17)式に対するレスポンス $R_T(x)$ は,

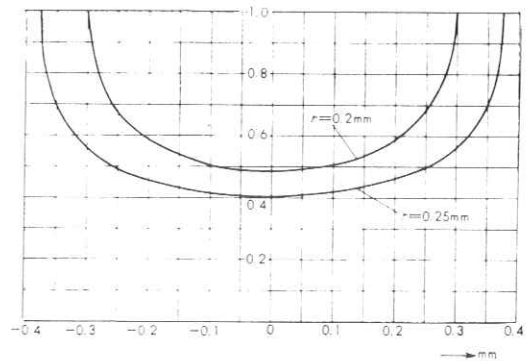
$$R_T(x) = 1 - \sum_{i=1}^n \int_{X_i - m r}^{X_i + m r} f \left[\frac{l_1}{l_2} \left\{ x - (\xi - X_i) \right\} \right] \{ 1 - e^{-\mu \rho(\xi - X_i)} \} d\xi \quad (19)$$

とくに, $r = 0.25 \text{ mm}$ および 0.2 mm で, 銅線が2本の場合について, $m = 1.5$, 焦点寸法 2.6 mm の焦点の幅方向を使った場合のX線像を第10図に示す。この場合 μ としては, 波長 0.2 \AA のX線に対する値として 18 cm^{-1} をとった。第11図は, $r = 0.25 \text{ mm}$ の場合の $e^{-\mu \rho(x)}$ の形を示す。第10図を求めるには, 第11図および第5図の数値を使って(18)式および(19)式を数値積分しなければならない。第10図で $r = 0.2 \text{ mm}$ の場合は, 2本の銅線を識別することはできないはずであるが, 実際に第10図の条件でX線写真をとってみると, $r = 0.2 \text{ mm}$ の銅線は解像しなかった。



拡大率: 1.5 焦点: 2.6mm (幅方向) X線エネルギー: 60kV

第10図 2本の円形断面平行棒の2.6mm焦点(幅方向)によるX線像
X-ray images of two parallel wires, the cross sections of which are circles, by a 2.6mm focal spot (width)

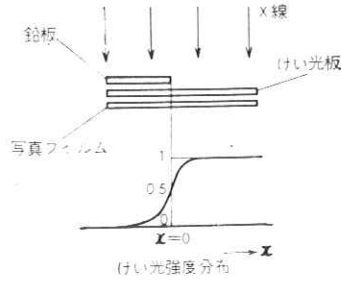


棒の材質: 銅 拡大率: 1.5 X線エネルギー: 60kV

第11図 円形断面棒の完全点状焦点によるX線像
X-ray images of wires, the cross sections of which are circles, by an ideal point focal spot

3. けい光板によるボケの発生

第12図のような配置で写真をとる。このようにして得られたフィルムについて測微濃度計を用いて各点に対する吸収を求めると、第12図の下のような曲線が得られる。写真濃度を十分低くおさえておけば、この吸収曲線はけい光強度の分布曲線と考えてよい。これはまた(6)式の $F(x)$ に相当するものである。第12図の曲線は、厳密に言えば写真フィルムのボケを含んでいる。そこで写真フィルムのボケを取り出してみるために、第12図でけい光板を取り除きX線焦点のかわりに可視光線の光源をおいて写真をとると、同様に写真フィルムのボケについて $F(x)$ が求められる。このフィルムの吸収曲線のボケの範囲は、けい光板の場合に比べて圧倒的に小さく、無視できる程度である。



第12図 けい光板のボケの測定
Method for estimating the blurring of fluorescent screen

けい光板についてこのようなボケがあることは以前から知られており、 $f(x)$ としてガウス分布を適用している例もある(2)。ガウス分布を適用することは、いかにも直観的で受け入れやすい。そこで、いま述べたけい光板の発光分布と $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\xi^2/2\sigma^2} d\xi$ とが適当な σ の値をとればよく一致するか否かを

調べてみたが、適合しなかった。そこで従来から写真の方でよく知られているように(3)，

$$f(x, y) = e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} \tag{20}$$

を適用してみると、(6)式から

$$F(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx} \tag{21}$$

$$f(x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx}$$

(21)式 の $f(x)$ ， $F(x)$ の分母は極座標に変換して、

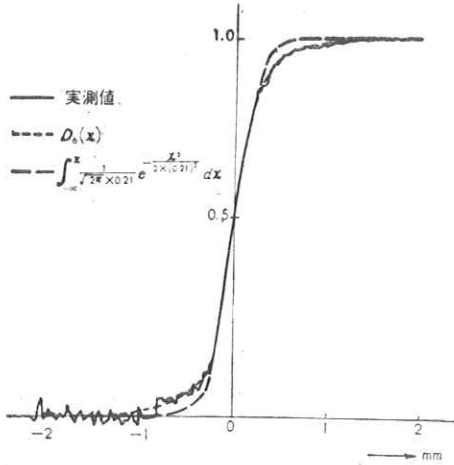
$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} r e^{-kr} dr d\theta \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} r e^{-kr} dr \\ &= 2\pi \left\{ \left| -\frac{r}{k} e^{-kr} \right|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{1}{k} e^{-kr} dr \right\} \\ &= 2\pi / k^2 \end{aligned} \tag{22}$$

適当な k の値を選べば、けい光板の発光分布とかなりよい一致が得られた。その様子を第13図に示す。実験に用いたけい光板では $k=6$ であった。また上に述べた写真フィルムについて k の値を調べたところ $k=40$ 程度を得た。以後の便宜のため、(21)式を k をパラメータとしてそれぞれ

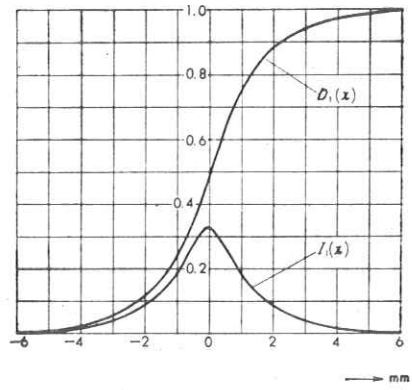
$$D_k(x) = \frac{k^2}{2\pi} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx$$

$$I_k(x) = \frac{k^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy \tag{23}$$

と書くことにすると、これがけい光板のボケを示すことになる(これは写真フィルムにも適用できるはずである)。 $I_k(x)$ 、 $D_k(x)$ の性質について調べてみると、



第13図 けい光板のボケの測定値と $D_k(x)$ の比較
Comparison between experimental value and theoretical value of blurring caused by fluorescent screen



第14図 けい光板のボケ
Blurring caused by fluorescent screen

$$I_k(x) = \frac{k^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy = \frac{k^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k} e^{-\sqrt{\frac{k^2}{2} x^2 + y^2}} dY$$

$$= k I_1(kx)$$

$$D_k(x) = \frac{k^2}{2\pi} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k\sqrt{x^2+y^2}} dy dx = \int_{-\infty}^x k I_1(kx) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{kx} I_1(X) dX = D_1(kx) \tag{24}$$

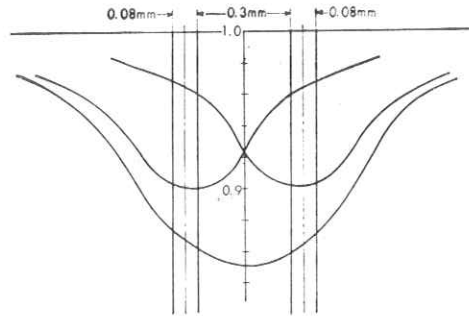
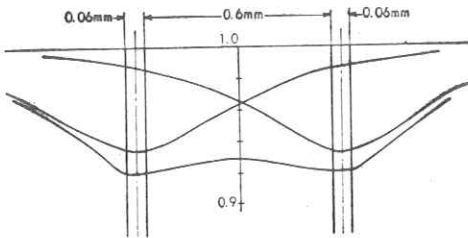
(24)式からわかるように $I_1(x)$ 、 $D_1(x)$ がわかっていれば、 $I_k(x)$ 、 $D_k(x)$ は簡単に求めることができる。第14図に $I_1(x)$ 、 $D_1(x)$ を示す。いまⅡ. 2の項で取り扱った断面く(矩)形の棒群をけい光板に密着させてX線焦点のボケが出ないようにしてX線を照射した場合のけい光像のボケぐあいを調べてみることにする。(13)式とまったく同様にして、

$$R(x) = 1 - \left(1 - \frac{1}{c}\right) D_k(x - X_1) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) D_k(x - X_2)$$

$$-\left(1 - \frac{1}{c}\right) D_k(x - X_3) + \left(1 - \frac{1}{c}\right) D_k(x - X_4) + \dots \dots \dots (25)$$

$$\begin{aligned} X_{2i} - X_{2i-1} &= w \\ X_{2i+1} - X_{2i} &= g \end{aligned} \quad (26)$$

が得られる。医療用のX線撮影や透視に用いられるリスホルム グリッドは、く(矩)形断面の鉛棒群を形成している。 $w=0.06\text{mm}$, $g=0.6\text{mm}$ および $w=0.08\text{mm}$, $g=0.3\text{mm}$ の二つのリスホルム グリッドについて、それぞれ棒を2本とし、鉛はX線を通さないとして、けい光板に密着した場合の $R(x)$ を求めてみると、第15図のようになる。ここで $k=6$ とした。前者は解像するが、後者は解像しない。実際にけい光板でリスホルム グリッドをX線で透視した場合も同様の結果を得た。以上の結果からみれば、(20)式あるいは(22)式をけい光板に適用することは妥当であると考えられる。第15図で



第16図 リスホルム グリッドのけい光板によるX線透視像
An X-ray fluoroscopic image of a Lysholm grid by a fluorescent screen

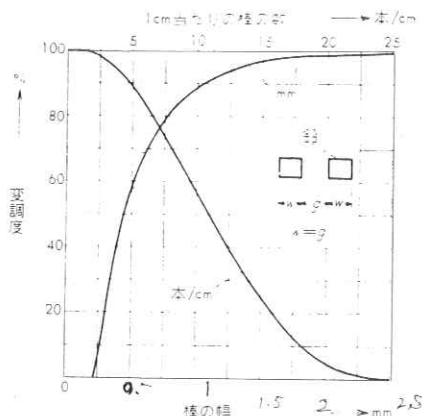
$$\frac{\{R(x)\}_{\max} - \{R(x)\}_{\min}}{1 - \{R(x)\}_{\min}} = M \quad (27)$$

なる M を変調度と呼ぶことにすると、この M は2本の棒が2本として識別される程度を示すことになる。いま(25)式で $k=6$, $g=w$, $1/c=0$, 棒を2本とし、 w の大きさを変えたときの M の値をプロットしたものを第16図に示す。第16図で気づくことは、 $w=0.2\text{mm}$ ($g=0.2\text{mm}$)で解像しなくなるが、第15図の例ではもっと細い棒($w=0.06$, $g=0.6$)が見える。すなわち、解像するかしないかは、 w の寸法だけでなく w と g との関係で決まってくる。上にあげた二つの場合を比較するには、棒の中心間距離を等しくするのがよい。第15図の例は第16図で $(g+w)/2=0.33$ に相当するわけで、このときの M の値は約22%, 第15図では約30%となって、棒の中心間距離が同じであれば、棒の幅は細い方が変調度、したがって解像度がよくなることを示す。しかし、棒の幅がさらに細くなればやはり見にくくなっていく。このことは焦点ボケについてもまったく同様になるのであって、(25)式の $R(x)$ をプロットする過程を考えるとさらに理解しやすい。

まず $1 - D_k(x) = D_k(-x)$ であることを考慮して単独の棒の像を $R_1(x)$ と考えると、

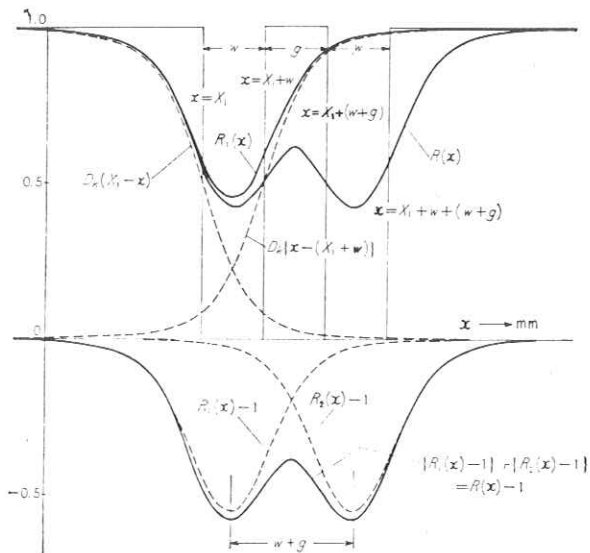
$$R_i(x) = D_k(X_i - x) + D_k \{ x - (X_i - w) \} \tag{28}$$

これは第17図のように書ける。さらに*i*本目の棒の像 $R_i(x)$ は、



X線に対する鉛の吸収率が ∞ とした場合
第16図 2本のく(矩)形断面平行棒を幅と等しい間隔で並べたものをけい光板で透視したときの棒の幅と変調度の関係

Variation in modulation with width of bar in the fluoroscopic image of two parallel bars, the cross sections of which are rectangles



第17図 く(矩)形断面平行棒群のけい光板透視像の作図法

Method for plotting the fluoroscopic image of a group of parallel bars, the cross sections of which are rectangles

$$R_i(x) = R_1 \{ x - i(w + g) \} \tag{29}$$

になる。 $x \rightarrow \infty$ で $R(x) = 1$ であることを考慮して、

$$R(x) = \sum_{i=1}^n \{ R_i(x) - 1 \} + 1 \tag{30}$$

結局、像の形を問題にする上では $R_i(x) - 1$ を考えてこれを $g + w$ ずつ平行移動して加えてやればよいことになる。第17図には $n = 2$ の場合を示した。また(24)式の拡張として

$$D_{k_1}(x) = D_{k_2} \left(\frac{k_1}{k_2} x \right) \tag{31}$$

が成立するから、(28)、(30)式からつぎのことがいえる。ボケが $I_{k_1}(x)$ で示されるようなけい光板で、幅 w 、間隔 g の断面く(矩)形の棒群をけい光板に密着して透視したときの変調度が、 $M\%$ であったとすると、ボケが $I_{k_2}(x)$ であるようなけい光板で $M\%$ を示す棒群の幅および間隔はそれぞれ $\frac{k_1}{k_2} w$ 、 $\frac{k_1}{k_2} g$ である。

つぎに平行銅線群について考える。焦点によるボケがはいってこないように、平行銅線群をけい光板に密着させる。したがって、 $m = 1$ 、 $l_2 = 0$ としてX線焦点の場合と同様に(18)式にならって、

$$R(x) = 1 - \sum_{i=1}^n \int_{X_i - r}^{X_i + r} I_k \{ x - (\xi - X_i) \} \{ 1 - e^{-\mu \rho(\xi)} \} d\xi \tag{32}$$

$$X_i = X_{i-1} + 4r$$

で表わされる。

Ⅲ ボケの組み合わせ効果

1. ボケの組み合わせの物理的意味

ボケの特性がそれぞれ $f_1(x)$, $f_2(x)$ で表わされるような二つの変換系を直列に並べて $S(x)$ なる入力を加えたときのレスポンスを $R(x)$ とすると,

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x-\xi) T(\xi) d\xi$$

ただし, $T(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x-\xi) S(\xi) d\xi$

これは, 最初の系のレスポンスが2番目の系への入力であるとする方法である。書き換えれば,

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x-\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi-\eta) S(\eta) d\eta \right\} d\xi \quad (34)$$

一般に n 個の系を直列に並べた場合は,

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x-X_1) \cdots f_2(X_{n-2}-X_{n-1}) \\ \times f_1(X_{n-1}-X_n) S(X_n) dX_n \cdots dX_2 dX_1 \quad (35)$$

で示され, これを逐次積分していけばよいことになる。このやり方は, i 番目の系の出力が $(i+1)$ 番目の系への入力であるとして $(i+1)$ 番目の系の出力を求めていくことに相当している。一方, (35)式で $S(X_n) = \delta(X_n)$ としたときのレスポンスを $f_T(x)$ とすれば,

$$f_T(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} f_n(x-X_1) \cdots f_2(x_{n-2}-X) \\ \times f_1(X_{n-1}) dX_{n-1} \cdots dX_2 dX_1 \quad (36)$$

この $f_T(x)$ を使えば, (35)式は(37)式の形に書くことができる。

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_T(x-\xi) S(\xi) d\xi \quad (37)$$

この $f_T(x)$ がこの系の組み合わせに対するボケになる。

このような $f_T(x)$ は, 一般には解析的な表現ができないのがふつうである。しかし, $f_i(x)$ が特殊な関数であるときには(36)式の表現が可能になる。 $n=2$ の場合について例をあげると,

1. $f_i(x)$ がすべてガウスの正規分布関数であるとき

(34)式で $S(\eta) = \delta(\eta)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ をそれぞれ $\phi_{\sigma_1}(x)$, $\phi_{\sigma_2}(x)$ としたときの出力は単独の系における $f(x)$ と同等であるから $f_T(x)$ と書き, $\phi_{\sigma_1}(x)$ および $\phi_{\sigma_2}(x)$ をそれぞれ標準偏面が σ_1 , σ_2 であるような正規分布関数とすると,

$$f_T(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\sigma_2}(x-\xi) \phi_{\sigma_1}(\xi) d\xi \quad (38)$$

が得られる。(37)式を演算すれば,

$$f_T(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_2^2}} \\ = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{x^2}{2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\sigma_1^2+\sigma_2^2)(\xi-\frac{\sigma_1^2 x}{\sigma_1^2+\sigma_2^2})^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}} d\xi$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}} e^{-\frac{x^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}} = \phi_{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}(x) \quad (39)$$

(38)式の結果から、一般に n 個の系が直列にあってそのおのおののボケの特性が $\phi_{\sigma_i}(x)$ で示されるときは、

$$f_T(x) = \phi_{\sigma_T}(x) \quad \sigma_T = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad (40)$$

$f_T(x)$ の発生過程からみて、系の配置順序が入れかわっても $f_T(x)$ の形は変わらないことがわかる。このような組み合わせは、テレビジョン系統のボケに現われる。

2. $f_i(x)$ がすべて (23) 式 の $I_k(x)$ であるとしたとき
数値積分を行なってみると、

$$f_T(x) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} I_{k_2}(x-\xi) I_{k_1}(\xi) d\xi = I_{k_3}(x)$$

ただし、 $\frac{1}{k_3} = \sqrt{\frac{1}{k_1^2} + \frac{1}{k_2^2}}$ (41)

(41)式 がかなりよい近似を示すようである。この場合も系の配置順序が変わっても $f_T(x)$ の形は変わらない。第18図には、

$$F_T(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_2(x-\xi) I_1(\xi-\eta) U(\eta) d\eta d\xi \quad (42)$$

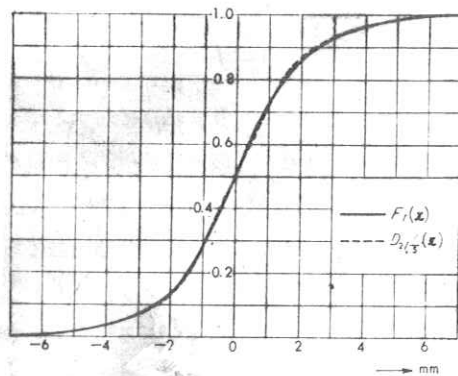
$$D_2/\sqrt{5} = \int_{-\infty}^{\infty} I_1/\sqrt{\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}}(x-\xi) U(\xi) d\xi \quad (43)$$

の二つの曲線を示す。両者のちがいは x 軸上のすべての点で最高2%であってよく一致する。これからみても、(41)式 の近似がかなりよいことがわかる。ここにあげた例はイメージ インプリファイアのボケの場合に適用される。

いずれにしても、ボケを単に寸法で示しおのおののボケを U_i で示すと総合のボケは $U = \sqrt{\sum U_i^2}$ で示されるとする従来の行き方には根拠もなく正しくもない。

2. 平行銅線群の透視

平行銅線群をけい光板に密着させて透視を行なえば (32) 式 で示されるようなレスポンスが得られるが、焦点によるボケをも考慮に入れるならば、ボケの組み合わせ効果が現われる。そこで、焦点によるボケとけい光板によるボケとを (33) 式 の方法で組み合わせればよい。すなわち、(33) 式 の $T(x)$ に (19) 式 の $R_T(x)$ を代入して、



第18図 (42)式および(43)式のグラフ
Graph of equations (42) and (43)

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I_s(x-\xi) R_T(\xi) d\xi$$

これによって平行銅線群の透視けい光像がえられる。

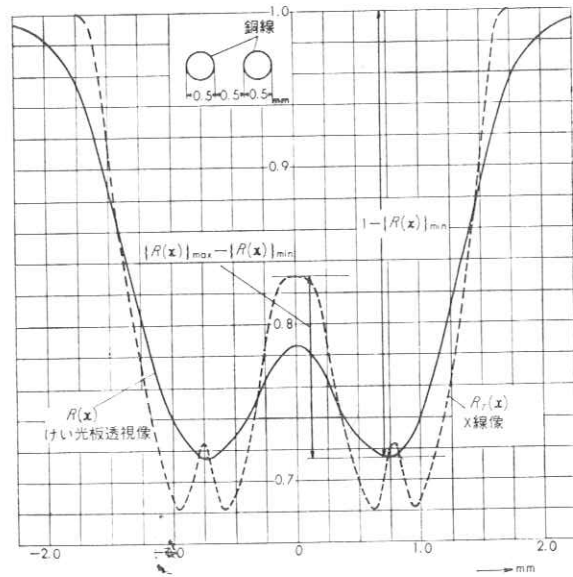
第19図に、2本の平行銅線について銅線半径 $r=0.25\text{ mm}$ 、けい光板のボケ $k=6$ 、像の拡大率 $m=1.5$ 、焦点寸法 2.6 m 幅方向を用いてX線透視を行なったときのけい光像の輝度分布をプロットしたものを示す。これは、第10図の $r=0.25\text{ mm}$ のX線像(第19図に破線で示してある)をけい光像に変換したものである。けい光像では変調度は25%であるが、X線像では変調度は48%もある。いずれの場合でも解像しているにはちがいないがその見えぐあいには大きな差があって、第10図の状態での観察(X線写真による観察)の方がすぐれている。さに、第19図で示す $1 - \{R(x)\}_{\min}$ すなわち波形の谷の深さはけい光像の場合28.5、X線像では31.5%とやはりけい光板透視の方が小さい。

$1 - \{R(x)\}_{\min}$ の値は、銅線の像のコントラストを示している。けい光像の輝度分布は、X線像の分布に比べてかなり長いすそを引いている。結局すべての意味で、像の質はけい光板を通すことで劣化することになる。

IV イメージ アンプライアおよび X線テレビジョンのボケ

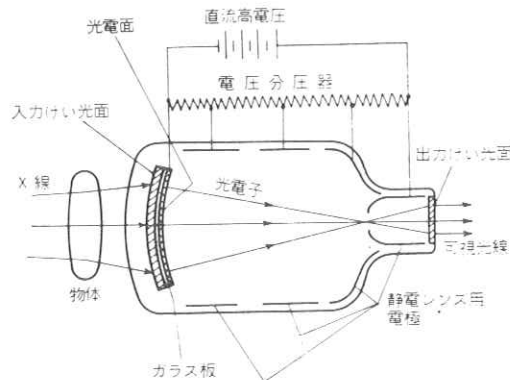
1. 概 論

イメージ アンプライア中には多くのエネルギー変換系が含まれていて、それぞれがボケを発生することになるので、これらの組み合わせ効果としてのボケを考えるには、各変換系のボケをそれぞれ解明しなければならない。イメージ アンプライアの構造は第20図のようなもので⁽⁴⁾、イメージ アンプライアの動作はつぎのよう



焦点: 2.6mm (幅方向) X線エネルギー: 60kV

第19図 2本の円形断面平行棒のけい光板透視像
Fluoroscopic image of two parallel wires, the cross sections of which are circles



第20図 イメージ アンプライア
Diagram of Image Amplifier

なものである。X線によってできた入力けい光面のけい光像に対応する電子流が光電面から放出され、これが静電レンズによって集束され、縮小された電子像を出力けい光面上に作るので、出力けい光面上に可視光線の像が得られる。このとき電子密度の増大と外部から与えられた電気エネルギーのために、出力けい光像は入力けい光像の数百ないし千数百倍の輝度を得ることになる。これらの過程で発生するボケをあげてみると、

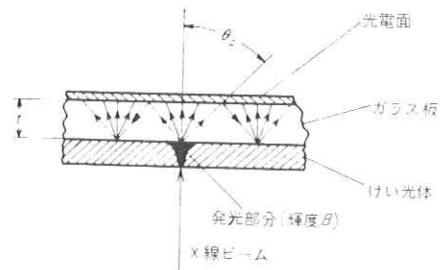
1. イメージ アンプリファイア自体とは関係ないが、X線管からX線を放射する以上X線焦点によるボケが必然的に発生する。
2. 入力けい光面のボケ。
3. 入力けい光面と光電面の間に介在するガラス板によるボケ。
4. 静電レンズ系で発生するボケ。
5. 出力けい光面で発生するボケ。

がある。以上のボケのうち1.に関してはⅡ、2節で述べた。2.についてはⅡ、3節で述べたものとまったく同じと考えてよい。結局、4.、5.のボケがあらたに付け加えられることになる。そこで、島津イメージ アンプリファイアを例にとってこのおのおのについて述べてみる。

2. ガラス板によるボケ

けい光板、ガラス板および光電面の部分の拡大図を第21図に示す。

いま下方からX線のごく細いビームをこの系に入射させると、けい光面上の点状の部分が発光する。この発光部分から出てガラス板にはいった光は一部は光電面内へ進むが、この系の法線方向と光の進行方向とのなす角を θ とするとき、 $\theta \geq \theta_c$ の範囲の光は全反射されてふたたびけい光面にもどる。けい光面を完全拡散面とみるならば、このもどってきた光はふたたび光電面の方に向かって進行し、全体としてバックグラウンドを形成する。これは、Ⅱ、3節で述べたけい光板の場合でも同様である。ここではまずこのような全反射現象がないものとして計算を行なってみる。第21図において、発光点の輝度を B 、ガラス板の厚さを t とし、発光点からの法線とガラス板の他の面との交点を原点として直交座標軸 x 、 y をとると、ガラス板の面上すなわち光電面上の任意の点 (x, y) における照度 $E(x, y)$ はつぎのように書くことができる。



第21図 ガラス板によるボケの発生
Production of blurring by thin glass plate

$$E(x, y) = \frac{B}{t^2 + x^2 + y^2} \cos^2 \theta = \frac{B t^2}{(t^2 + x^2 + y^2)^2} \quad (45)$$

$x^2 + y^2 = r^2$ とおけば,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y) dx dy = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} r \frac{B t^2}{(t^2 + r^2)^2} dr d\theta = \pi B \quad (46)$$

(6)式の定数に従って,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y) dy = \frac{1}{\pi B} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B t^2}{(t^2 + x^2 + y^2)^2} dy \\ &= \frac{t^2}{2(t^2 + x^2)^{3/2}} = g_t(x) \end{aligned} \quad (47)$$

が得られる。ガラスの厚さ t をパラメータとしてこの式を $g_t(x)$ とすると,

$$g_t(x) = \frac{1}{2 \left\{ 1 + \left(\frac{x}{t} \right)^2 \right\}^{3/2}} = \frac{1}{t} g_1 \left(\frac{x}{t} \right) \quad (48)$$

となる。これは(23)式に相当するものである。

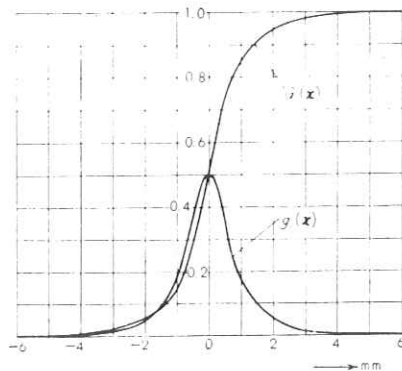
$$\begin{aligned} \text{一方, } F(x) &= \int_{-\infty}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^x \frac{t^2}{2(t^2 + x^2)^{3/2}} dx \\ &= \frac{1}{2} \frac{1 + \frac{(-x/t)}{\sqrt{1 + (x/t)^2}}}{1} = G_t(x) \end{aligned} \quad (49)$$

が得られる。これを $G_t(x)$ と書くことにすると,

$$G_t(x) = G_1 \left(\frac{x}{t} \right) \quad (50)$$

これは(24)式に相当する。

第22図に $G_1(x)$ および $g_1(x)$ を示す。ここで第23図・第24図に示すような実験を行なってみる。第23図はガラスの全反射がない場合に相当して、ガラス板厚に相当する空気間けきをセルロイドマスクをはさむことによって作った。イメージアンプリファイアに用いられるガラス板は 0.2 mm であるから、第23図のセルロイドマスクの厚さも 0.2 mm にした。けい光面はⅡ・3節の実験に使ったものと同じもので、イメージアンプリファイアの入力けい光面と同じである。 $G_{0.2}(x)$ を求めるためには、けい光面の写真フィルム



第22図 空気間けきによるボケ
Blurring caused by air gap

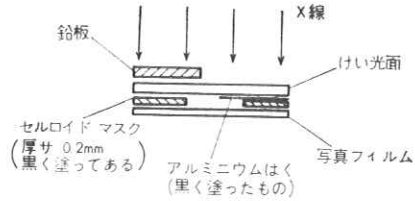
に面している側にアルミニウムはくをはさむ。アルミニウムにはつや消しの黒色塗装を行なって反射を防ぎ、十分うすいものを使用した。第23図の上方からX線を照射すれば、写真フィルム上には鉛板およびアルミニウムはくの縁辺の像がえられる。アルミニウムはくの縁辺の像は $G_{0.2}(x)$ に相当し、鉛板の縁辺の像はけい光板と空気間げき(ガラス板)の組み合わせのボケを与え、セルロイドマスクの縁辺は写真フィルムのボケを与える。第24図の場合はまったくイメージアンプリファイアと同様な構造になるから、全反射の効果も含まれる。写真フィルム上には、アルミニウムはくおよび鉛板の縁辺の像が得られる。いずれの場合にも各層の密着を十分よくして写真をとった。

これらの写真フィルムの可視光に対する吸収曲線をとってみると、

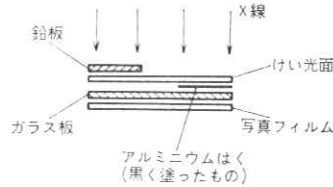
1. 第23図のアルミニウムはくの縁辺像に対する吸収曲線は、 $G_{0.2}(x)$ にほぼ一致した。
2. 第23図の鉛板の縁辺像は $D_{4.2}(x)$ にかなりよく一致する。
3. 第23図のセルロイドマスクの縁辺像は $D_{4.7}(x)$ に近い。
4. 第24図のアルミニウムはくの縁辺像は $G_{0.2}(x)$ によく一致する。
5. 第24図の鉛板の縁辺像は $D_{4.8}(x)$ によく一致する。

第25図・第26図に4.および5.のグラフを示す。

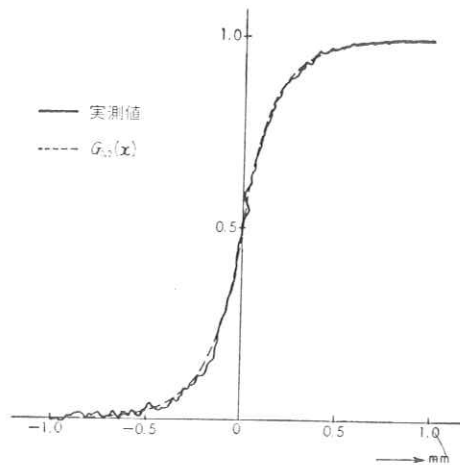
1と4.を比較してみると、全反射効果はないとして計算してもあまり差がないようである。以上の結果からみれば、ガラス板のボケは $g_{0.2}(x)$ 、 $G_{0.2}(x)$ で近似され、ガラス板とけい光面の組み合わせのボケは $D_{4.8}(x)$ で近似されるとき大きな誤りはない。



第23図 空気間げきによるガラス板のボケの近似
Approximation of glass plate with air gap concerning the blurring of X-ray image



第24図 ガラス板のボケの測定
Method for estimating the blurring caused by glass plate



第25図 4.の実験値と $G_{0.2}(x)$ の一致
Coincidence of experimental value of "4." and $G_{0.2}(x)$

一方、もし $g_{0,2}(x) = I_4(x)$ のような近似が可能であれば III. 1 節の 2 で述べたような演算が可能になり、

$$I_{k,8}(x) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} I_6(x-\xi) I_4(\xi) d\xi \quad (51)$$

$$\frac{1}{4.8} = \sqrt{\frac{1}{6^2} + \frac{1}{k^2}} \text{ から } k \doteq 8 \text{ になる。}$$

事実 $D_8(x)$ と本節 4. の曲線とを比較すると、第 27 図のようにかなりよい一致が見られる。この両者の差は各点で最大限 10% 程度である。したがって、ガラス板 (厚さ 0.2 mm) のボケは、 $g_{0,2}(x)$ よりやや低い近似ではあるが $I_8(x)$ でも近似できるといえる。

3. 静電レンズ系で発生するボケ

静電レンズ系で出てくるおもなボケは、光電面から電子が放出されるときにの初速度がある分布をもっているために起こる、いわゆる色収差にもとづくものである。ここでは定性的な話にとどめることにする。

(1) 光電子の初速度

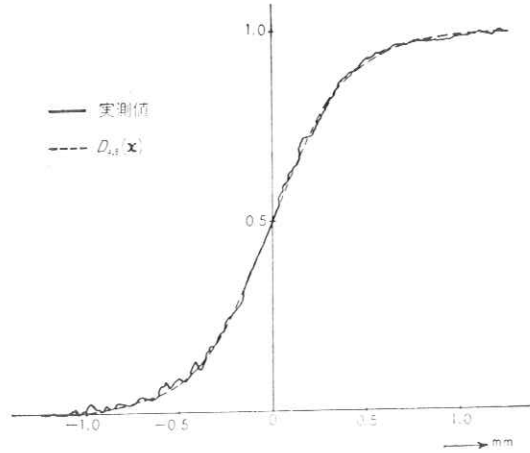
光電子のエネルギーを ϕ_0 とすると

$$\phi_0 = h\nu - W \quad (52)$$

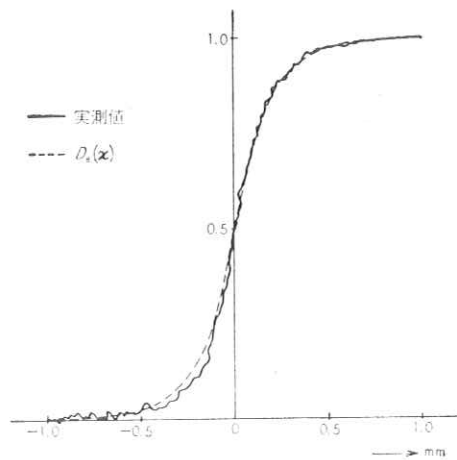
ここで、 h はプランクの常数、 ν は光電面へ入射する光の振動数、 W は光電面の仕事関数とする。 ϕ_0 は、 $\phi_{0\max} = h\nu_{\max} - W$ で定まる $\phi_{0\max}$ と 0 との間に分布していることになる。

(2) 電子の軌道

実際の光電面は収差を小さくするために球面にしてあるが、電子レンズの軸を含む平面についての断面を考え光電面のごく近くを考えれば、光電面は平面であり、光電面付近の電界は一樣電界であると考えてさしつかえない。このような場合の電子軌道を考えてみる。第 28 図で、光電面の法線と θ_0 をなす方向に飛び出した電子について考える。電界強度を



第26図 5. の実験値と $D_{4,8}(x)$ の一致
Coincidence of experimental value of "5." and $D_{4,8}(x)$



第27図 4. の実験値と $D_8(x)$ の一致
Coincidence of experimental value of "4." and $D_8(x)$

E 、電子の質量を m 、電子電荷を e 、時間を t 、電子の初速度を v_0 とすれば、

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \sin \theta_0 \\ y &= v_0 t \cos \theta_0 + \frac{e E}{2 m} t^2 \end{aligned} \quad (53)$$

(53) 式 から t を消去すれば、

$$y = x \cot \theta_0 + \frac{E}{4 \phi_0 \sin^2 \theta_0} x^2 \quad (54)$$

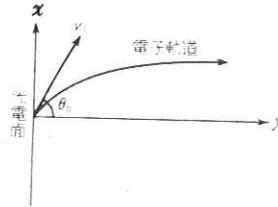
が得られる。(53) 式 で ϕ_0 の値は $\phi_0 \max \sim 0$ 、 θ_0 の値は $90^\circ \sim -90^\circ$ の間にあるから、電子軌道は光電面上の 1 点を通る放物線の集まりになる。このうち電子レンズ固有の値は E だけであるが、 E を大きくするほど放物線の広がり小さくなり、したがって以下に述べるボケも小さくなる。また、電子レンズ中の電子軌道については、電子がポテンシャル ϕ であるような等電位面にその法線と θ をなす角度で入射したときの電子軌道の曲率半径 ρ は、その位置での電界強度を E とすれば、

$$\rho = \frac{2(\phi_0 + \phi)}{E \sin \theta} \quad (55)$$

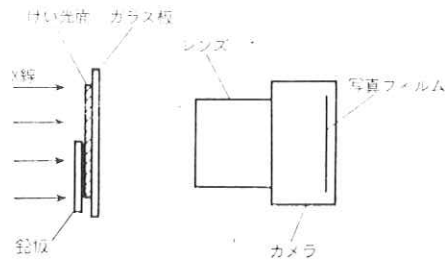
で与えられる。したがって、光電面上の 1 点から (54) 式 のような放物線に沿って飛び出した電子は、その後 (55) 式 の曲率半径の曲線に従って進むことになる。これらの電子軌道が完全に 1 点に集まることは望めない。したがって像面としてはこのように一点から出発した電子ビームがもっとも細くなる位置を選ぶことになり、この像面でのビームの断面中の電子の密度分布が $f(x)$ になるわけである。

4. 出力けい光面のボケ

出力けい光面のボケは、X線発光と電子線発光の差はあっても、だいたい入力けい光面と同じく $I_*(x)$ 、 $D_*(x)$ に従うものと思われる。けい光体中の電子の飛程は X 線に比べて短いから、発光するけい光体の表面



第28図 光電面付近の電子軌道
Electron trajectory near the photosurface



第29図 出力けい光面のボケの測定
Method for estimating the blurring caused by output phosphor screen of Image Amplifier

からの深さは出力けい光面ではかなり少ないと考えられるが、出力けい光面の厚さ自体が非常にうすいから、この点でも差がでないであろう。そこで、出力けい光体のボケを本来なら電子線発光の状態では調べるべきであるが、X線発光の状態では調べることにする。第29図でカメラを用いたのは、出力けい光面がガラス板につけてあるので写真フィルムを密着させることができなかつたためである。また、もともと、出力けい光面のボケがかなり小さいので、写真フィルムのボケが結果に影響を与えるのを極力防ぐ意味で、写真の拡大率を約1.3倍にした。この実験結果から出力けい光面のボケは $I_{21}(x)$ に近いことがわかつた。写真フィルムのボケが $I_{40}(x)$ 程度であるから、出力けい光面のボケは写真フィルムの約2倍とみてよい。イメージアンプリファイアでは出力像はかなり縮小されているのがふつうで、たとえば島津5形イメージアンプリファイア(有効視野12.5mm)では約1/5になっている。したがって、出力けい光面上で $I_{21}(x)$ のボケがあるならば、入力けい光面に換算すると $21/5 \div 4$ すなわち $I_4(x)$ のボケがあることになる。これからみれば、いかに出力けい光面のボケが大きききいてくるかがわかる。入力けい光面のボケが $I_6(x)$ であつたから、出力けい光面のボケの方が入力けい光面より大きいわけである。

5. イメージアンプリファイアによる像

以上の結果を総合すると、X線焦点ボケを除いた島津5形イメージアンプリファイアのボケは、静電レンズによるボケを無視しガラス板のボケを $I_8(x)$ とするならば、Ⅲ・1節の2で述べたように $I_3(x)$ で表わされ、

$$\frac{1}{k} = \sqrt{\frac{1}{(k \text{ 入力けい光面})^2} + \frac{1}{(k \text{ ガラス板})^2} + \frac{1}{(k \text{ 出力けい光面})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{4^2}}$$

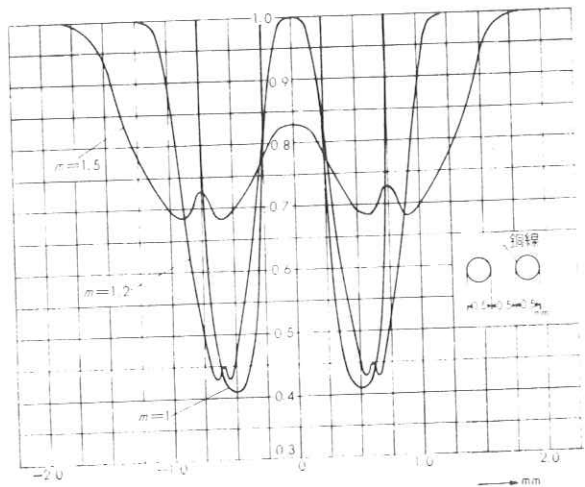
$\therefore k \div 3$

結局 $I_3(x)$ になる。また島津5形イメージアンプリファイアの前に鉛板の縁辺を置いて出力像の写真を第29図の実験と同様にしてボケを測定した結果も、これに近いものになった。この結果を用いて、平行銅線を2.6mmの焦点の幅方向で拡大率 $m=1, 1.2, 1.5$ でイメージアンプリファイア透視を行なつたときの像について考える。

まず、X線像を求める。入力けい光面上に x 座標を考えると(19)式から、

$$T(x) = 1 - \sum_{i=1}^2 \int_{X_i - nr}^{X_i + nr} \left\{ \frac{1}{m-1} \left\{ x - (\xi - X_i) \right\} \left\{ 1 - e^{-\mu \rho (\xi - X_i)} \right\} \right.$$

$d \xi \quad (56)$



焦点: 2.6mm (幅方向) X線エネルギー: 60kV

第30図 2本の円形断面平行線のX線像

X-ray images of two parallel wires, the cross sections of which are circles

ここで、 $\rho(x)$ 、 $f(x)$ はⅡ・2節です
でに出たものと同じである。(56)式で m を
1, 1.2, 1.5としてプロットすると第30
図のようになる。

このときの変調度は、 $m=1$ 、 $m=1.2$ の場
合は100%、 $m=1.5$ では47%程度であ
る。つきにイメージ アンプリアアの像は、

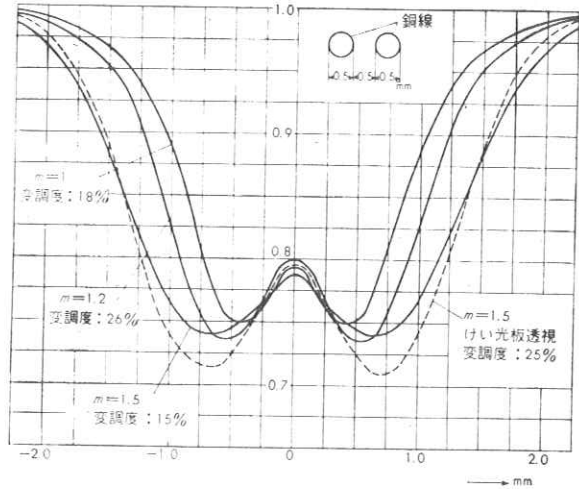
$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I_3(x-\xi) T(\xi) d\xi \quad (57)$$

から求められる。第31図はこれをグラフに
したもので、変調度は $m=1$ で18%、 $m=$
1.2で26%、 $m=1.5$ で15%と変化する。
第30図と第31図を比較すれば、イメージ
アンプリアアでのボケぐあいがよくわか
る。上でのべた条件で実際に透視を行なっ
てみると、第1表に示すようになって計算結果
と一致する。比較のために $m=1.5$ でけい光
板透視を行なったときの像が第31図になら
べて書いてある。

このように拡大率を変えてけい光板透視また
はイメージ アンプリアア透視をすると、
解像度がもっともよい拡大率がある。これは、
像は拡大率に比例して大きくなるが焦点ボケ
は $m-1$ に比例して変化し、イメージ アンプ
リアアのボケは拡大率に無関係というこ
とに原因して、

$$\frac{\text{ボケの寸法}}{\text{像の寸法}} = \text{最小}$$

となる拡大率が存在するということにほかな



焦点: 2.6mm (軸方向) X線エネルギー: 60kV

第31図 2本の円形断面平行棒のイメージ アンプリアア透視像
Fluoroscopic images of two parallel wires, the cross sections
of which are circles, with Image Amplifier

らない。”したがって、透視を行なう場合、事
情のゆるすかぎりこのような拡大率で行なう
ことが有利になってくる。ここにあげた例で
は2.6mmというような大きな焦点を用いたが、
ボケを小さくする意味からできるだけ小さい
焦点を用いることが必要なことはいうまでも
ない。島津5形イメージ アンプリアアの
ボケが $I_3(x)$ および $D_3(x)$ で近似される

第1表 イメージ アンプリアアで平行銅線群を透視
したときの見えぐあい (2.6mm 焦点使用)

Visibility of fluoroscopic image of the group of
parallel copper wires with Image Amplifier
(with 2.6mm focal spot)

拡大率	1	1.2	1.5	2
見えぐあい	0.5mm 解像	0.4mmが やっと見える	0.5mm 解像	0.5mmは 解像しない

ことは上のべたが、けい光板のボケは $I_6(x)$, $D_6(x)$ で示されることを考慮すると(31)式から、

$$D_3(2x) = D_6(x)$$

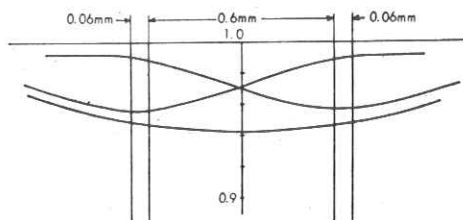
となるから、すべて島津5形イメージアンプリファイアのボケはけい光板のボケの2倍と考えるとよい。このことを利用すると、第16図のヨコ軸の値を2倍に読めばそのまま5形イメージアンプリファイアに適用できることになる(本/cmは1/2に読めばよい)。II. 3節でのべたリスホルムグリッドはどちらも5形イメージアンプリファイア透視で見えない($m=1$ の場合)。 $D_3(x)$ からプロットしてみても第32図のように解像しない。しかし拡大率1.3程度なら解像する。

以上を総合して5形イメージアンプリファイアのボケを $I_3(x)$ とすれば、大略イメージアンプリファイアの像を説明することができる。

6. X線テレビジョンのボケ

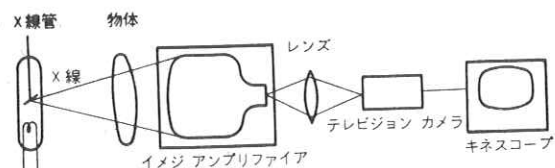
ここで問題にするX線テレビジョンはイメージアンプリファイアの出力像をテレビジョン装置で撮像するものであって、その概略を第33図に示す。この場合のボケの発生過程をあげると、

1. イメージアンプリファイア以前のボケ
2. カメラレンズのボケ
3. 撮像管のターゲットまでのボケ
4. 撮像管の走査電子ビームがある範囲に分布しているためのボケ
5. テレビジョン内の電気回路によるボケ
6. 映像信号をキネスコープで再現するとき、走査ビームがある範囲に分布し



第32図 リスホルムグリッドのイメージアンプリファイアによるX線透視

An X-ray fluoroscopic image of Lysholm grid with Image Amplifier



第33図 X線テレビジョン装置

Diagram of X-ray television apparatus

ているためのボケ

などがある。これらのうち2, 3, 5のボケは十分小さくしてあるとして1, 4, 6について考えることにする。

電子ビーム内の電子密度分布については、ガウス分布で近似できるといわれている⁽⁵⁾。すなわち、ビームの中心を原点として直交座標軸 x, y を考えると、ビーム中の正規化した電子密度を $\Phi(x, y)$ とすれば、

$$\Phi(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (59)$$

1次元にすると、

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x, y) dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (60)$$

ここで、(60)式の変曲点から引いた接線が x 軸と交わる点の間の距離をビームの直径とすると⁽⁵⁾、

$$\text{ビーム直径} = 4\sigma \quad (61)$$

になる。

ここで、撮像管としてビジコンを使う場合を考えそのビーム直径を 0.1mm であるとする、入力信号はターゲット上の電荷像 $S(x)$ になっていて、これを(60)式の $\varphi(x)$ で走査したときの出力信号 $R(x)$ は、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{0.025}(x-\xi) S(\xi) d\xi \quad (62)$$

で与えられる。ただし、 $\varphi_{0.025}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 0.025} e^{-\frac{x^2}{2 \times 0.025^2}}$

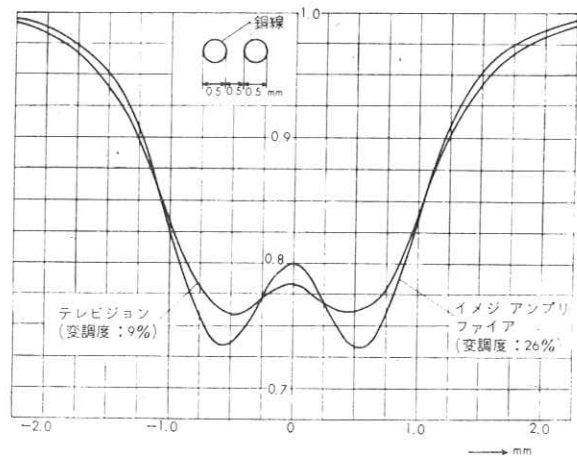
また、キネスコープのビーム直径を d としたときグリッドへの入力信号を $S(x)$ とすれば、同様に、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{d/4}(x-\xi) S(\xi) d\xi \quad (63)$$

になるから、ビジコンターゲット上の像寸法とキネスコープ上の像寸法の比を k とすれば、(40)式により上述の2種のボケを組み合わせたボケは、

$$\sigma = \sqrt{0.1^2 + \left(\frac{d}{4k}\right)^2} \quad (64)$$

で与えられる。 σ を標準偏差とする正規分布関数になる。ここで、 k は14形ブラウン管を使った場合20以上にもなるから $\sigma \approx 0.1$ と考えてよい。したがって、前述の条件のもとでは(62)式がX線テレビジョンの出力像を示すことになる。第34図には、X線テレビジョンの出力像を第31図の $m=1.2$ の場合についてプロットしてある。ヨコ軸は、イメージアンプリファイアの入力側光面に換算した寸法になっている。比較のために第31図の $m=1.2$ のグラフがならべて書いてある。第34図の条件では2本の銅線は解像



第34図 X線テレビジョンの出力像の例

An example of the output image of an X-ray television apparatus

するであろう。ちなみに島津5形イメージアンプリファイアと三菱IT-5形テレビジョン装置を組み合わせたX線テレビジョン装置で透視を行なうと、第34図の条件では2本の銅線を解像する。このX線テレビジョン装置では、周波数帯域幅は $6.5 M_c/s$ となっているから電気回路的なボケはまず無視できる。またテレビジョンについては、そのボケの大部分が走査ビームによるものであるといわれているから、3, 5は十分小さく、ほぼ上にのべたような近似が成立すると思われる。

V X線像の質について

1. 解像度の評価法

けい光板、イメージアンプリファイア、X線テレビジョンなどでそれぞれの程度まで細かいものが見えるかを知る上に、これまで平行銅線群が使われてきた。それは、銅線が手にはいりやすく、しかもその断面はかなり正確な円形であることが保証されているので標準の試料として使いやすかったことが大きな理由であったと思われる。平行銅線群を使えばいろいろの直径の平行銅線群を作りどの寸法のものまで解像するかを実験的に知ることができる。さらに、前述のような方法でたねんに計算すれば直径対変調度の曲線を書くことができる。しかし、このような断面円形の棒のX線像は、数理的な取り扱いが不便であるという難点がある。この意味ではⅡ・3節およびⅣ・5節で述べたような断面く(矩)形の平行棒群は取り扱いが楽になり、第16図のように変調度を棒の幅に対してプロットしておけば、像の様子がよくわかる。一方、透過後のX線強度のx軸上の分布が正弦波をなすような試料を想定すれば、フーリエ変換を使ってつぎのような評価を行なうことができる。しかし、この場合も断面く(矩)形の棒群の場合と同じく試料を作ることが困難で、したがって実験を行なうことがむずかしい。

ボケが $f(x)$ で示されるような変換系に $S(x)$ なる入力を加えたときの出力を $R(x)$ とすると、

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi) S(\xi) d\xi \quad (65)$$

である。 $R(x)$, $f(x)$, $S(x)$ のフーリエ変換をそれぞれ $\bar{R}(\omega)$, $\bar{f}(\omega)$, $\bar{S}(\omega)$ とすると、

$$\bar{R}(\omega) = \bar{f}(\omega) \cdot \bar{S}(\omega) \quad (66)$$

である。ここで $S(x)$ が $\delta(x)$ であるときは、

$$\bar{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-i\omega x} dx = \frac{1}{2\pi} \quad (67)$$

すなわち、 $\delta(x)$ のフーリエ変換は、空間周波数に無関係に $1/2\pi$ の値をとる。このことはあらゆる空間周波数成分を一様に含んでいるということで、このような入力を加えたときの出力信号をフーリエ変換すれば、出力信号の振幅の空間周波数特性を表示することができる。(66)式で $\bar{S}(\omega)$ に(67)式を代入すれば、

$$\bar{R}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \bar{f}(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx \quad (68)$$

(68)式は、 $f(x)$ が偶関数であることを利用するとさらに簡単になって、

$$\bar{R}(\omega) = \frac{2}{4\pi^2} \int_0^{\infty} f(x) \cos \omega x dx \quad (69)$$

になる。ここで $\int_0^{\infty} f(x) dx = 1/2$ であるから、 $\omega=0$ で(69)式の値が1になるように正規化して、

$$\bar{R}_0(\omega) = 2 \int_0^\infty f(x) \cos \omega x dx \quad (70)$$

これが、出力信号の空間周波数に対する振幅特性を示すことになる。(70)式に5形イメージアンプリファイアを適用すれば、 $f(x) = I_3(x)$ として、

$$\bar{R}_0(\omega) = 2 \int_0^\infty I_3(x) \cos \omega x dx \quad (71)$$

これは、試料をイメージアンプリファイア前面に密着した場合に相当する。(71)式をプロットしたものが第35図である。第35図で $\omega = 1.1$ のあたりで0に近い。空間正弦波の半波長の寸法を考えると、

$$\omega D = \pi \quad (72)$$

から定まる D の値は $\omega = 1.1$ に対して約0.3mmである。一方く(矩)形断面の棒群では、変調度が0になるのは第16図によれば0.4程度である。これは、正弦波の場合は実質上リスホルムグリッドの場合のように(棒幅) < (間隔)の関係になって見やすくなるためと思われる。

2. 明ルサと像の質について

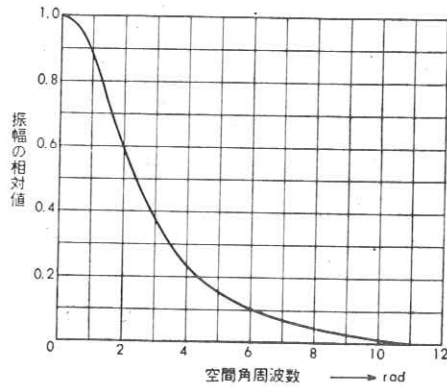
これまで光や電子を連続量として取り扱ってきたが、量子として取り扱ってみることとする⁽⁶⁾。光子、電子・X線量子などの時間・空間的な統計的分布は、ポアソン分布に従うといわれている。たとえば、一樣に発光している面があって、その単位面積から単位時間に放射される光子の数を n 、その平均値を \bar{n} とすると、 n の確率分布・平均値・標準偏差は、それぞれ

$$P(n) = e^{-\bar{n}} \cdot \frac{\bar{n}^n}{n!} \quad (73)$$

$$E(n) = \bar{n} \quad (74)$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{n}} \quad (75)$$

で与えられる。すなわち、 n は平均値 \bar{n} のまわりに $\pm\sqrt{\bar{n}}$ の変動をしているとみられる。すなわち、 $\sqrt{\bar{n}}$ は雑音の実効値とみることができる。いま、一樣に発光している面があってその輝度が B であるとし、この面の一部分に1辺 r の正方形の部分があってその輝度が $B + \Delta B$ であるとする。このような面を目でみる場合を考える。単位時間にこの面の単位面積から出てどう(瞳)孔に入射する光量子の平均値を n とすると、 B と \bar{n} とは比例する。いま、 B に対応して \bar{n} 、 $B + \Delta B$ に対応して $\bar{n} + \Delta \bar{n}$ の光量子がどう(瞳)孔に入射するとし、 n がポアソン分布をすれば、 $B + \Delta B$ の部分が識別できるためにはつきの式が満足されなければならない(r^2 の部分の輝度が B であるとする)、この部分からどう(瞳)孔へ入射する光量子数の標準偏



第35図 イメージアンプリファイアの出力信号振幅の空間周波数特性
Frequency characteristics of output signal amplitude for Image Amplifier

差は $\sqrt{r^2 n}$ であるから、その k 倍以上の入射光子数の平均値の差がなければ識別できない。

$$r^2 \Delta n \geq k \sqrt{r^2 n} \tag{76}$$

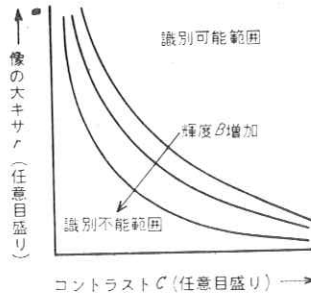
両辺を $r n$ で割ると、

$$\frac{\Delta n}{n} \geq \frac{k}{\sqrt{n}} \tag{77}$$

(77)式で $\Delta n / n = \Delta B / B = C$ で C はコントラストであるから(74)式を変形して、

$$r \cdot C > \frac{k'}{\sqrt{B}} \tag{78}$$

が得られる。この式をグラフで示すと第36図のように一群の双曲線になり、そのパラメータは輝度になる。この曲線の原点側が識別不能、原点の反対側が識別可能の範囲になる。以上からわかるように、輝度が高くなるほどより微細なもの、よりコントラストの低い部分が見えるようになるはずである。イメージアンプリアイアやX線テレビジョンで輝度を増強するのは、このような効果をねらっているのである。IV章までは変調度だけで像の見えぐあいを論じてきたが、(78)式のような効果を考慮に入れると、同じ変調度でも識別できる場合と識別できない場合とができてくる。たとえば第15図で $\{R(x)\}_{\max}$ のピークの幅を d 。銅線の長さを l とし、幅 d の部分が $\{R(x)\}_{\min}$ のバックグラウンドに対して識別できるか否かを検討すると、(76)式で



第36図 識別できる像の大きさとコントラストおよび輝度の関係
Relation between perceptible size, contrast, and brightness of the image

$$r^2 = d \cdot l$$

$$\Delta n = n \left[\{R(x)\}_{\max} - \{R(x)\}_{\min} \right]$$

とすれば、

$$d l n \left[\{R(x)\}_{\max} - \{R(x)\}_{\min} \right] \geq k \sqrt{d l n \{R(x)\}_{\min}} \tag{79}$$

ここで、 $\frac{\left[\{R(x)\}_{\max} - \{R(x)\}_{\min} \right]}{\{R(x)\}_{\min}} = C$

(78)式に対応して、

$$C \sqrt{d l} \geq \frac{k}{\sqrt{n} \cdot \{R(x)\}_{\min}} \tag{80}$$

が得られる。

(80)式によれば、 n がある限界値より大きくなければ2本の銅線が解像されないことがわかる。一方、変換系では一様なバックグラウンドが多かれ少なかれ発生する。このため C が低下するのがふつうである。この場合には、さらに n を大きくしなければ解像しないことになる。また、 l は長いほど解像しやすいことにもなってくる。(75)式で \sqrt{n} が雑音と等価であることを述べたが、X線テレビジョンの場合には、さら

にこのほかにテレビジョン回路内で発生する雑音があってこれが解像度に影響を与えるから、できるだけ低雑音のテレビジョン装置を、できるだけ明るいイメージアンプリファイアと組み合わせて使うことが必要になってくる(7)。

VI むすび

以上、X線像の細部構造と像の質についてのべてきたが、要約すれば、

1. X線像が変換系を通るときにどのようにぼけるかをしらべた。
2. 得られた像の見えぐあいをしらべた。

ということになる。

なお、本稿のⅡ章の一部分は、九州工業大学学生山口勝巳氏の夏季実習中の成果である。また、めんどろな計算と原稿の検討をしていただいた電子管工場技術課平川宗市氏、実験を担当していただいた同課福岡克己氏村田芳之助氏に厚く御礼申し上げます。

文 献

- 1) 田部：X線管およびX線装置の研究，第5号，p 35，X線研究協議会（1961）
- 2) H. Nitka：Zeit. Phys.，39，436（1938）
- 3) 写真技術便覧，p 271，コロナ社（1956）
- 4) 田部・津田・西村・日笠：島津評論，14，313（1957）
- 5) 中山・長谷川：東芝レビュー，15，1017（1960）
- 6) G. A. Hay：Advances in Electronics and Electron Physics，12，363（1960）
- 7) 妻鹿・田部・上田・道家：テレビジョン，15，221（1961）