

# 第 3 編 被写体と散乱線

第 1 章	解 説	竹 中 栄 一	1 頁
第 2 章	被写体のスペクトル	竹 中 栄 一	3
	( 1 1 - 3 )	木 下 幸 次 郎	
	( 1 3 - 2 )	井 内 昭 一	
	( 1 5 - 4 )	中 島 緑 彦	
第 3 章	被写体散乱線の写真効果のレスポンス 関数による評価 ( 1 4 - 2 )	土 井 邦 雄	1 8
第 4 章	散乱線のレスポンス ( 1 5 - 5 )	木 下 幸 次 郎	2 7
		滝 口 隆	
		井 内 昭 一	
		鏑 晃 一	
		竹 中 栄 一	
		中 島 緑 彦	

### 第3編 被写体と散乱線

#### 第1章 解 説

東大医学部放射線医学教室 竹 中 榮 一

放射線医学の領域において、レスポンス関数の概念が取入れられてから既に久しい。現在X線撮影系（XTVも含めて）の構成要素や系の解析が行なわれている。構成要素の内X線フィルムについては普通写真材料とほぼ同一と考えてよいので早くから、そのレスポンス関数やウィナーズベクトルなどが求められている。ついでX線線源、増感紙、蛍光板、両面フィルム、増感紙フィルム合成系、XTV、X-cine系などへ広範に応用されている。従来迄の対象は放射線医学の対象たる人体X線像については殆んど見るべき研究がない。この放線像イメージ・インフォメーション研究会が放射線医学へ情報理論的研究結果を仲介することを目的として発足したことを考えると甚だ遺憾である。

臨床的に我々が胸部X線写真や体内の血管撮影などにおいて体の微小病変を問題として診断するとき、対象とする影が血管なのか組織の重なりなのか、または noise の重なりなのか、artifact なのか迷うことが多い。胆嚢撮影でも肥胖した人では砂粒位の胆石は判定がむづかしく、指趾末梢以外の骨撮影では骨梁構造の不規則性について迷うことが多い。このときこれらの被写体の周波数特性とその撮影系でどこ迄X線像として示視されているかという点が不明であるからである。X線系や、XTV系、X-cine系では個々の要素及び系自体のS/Nや周波数特性は分かっているが、最終像面でのX線像の情報量には被写体の情報が分っていないければ求められないし、被写体の情報量とのバランスで、個々の要素や系のS/Nや周波数特性も選択される。この点からも被写体のスペクトルは極めて大切である。

X線系では、衆知のように一般的な像の強度分布  $i(x, y, z)$  は point image function を  $\varphi(x, y, z)$  とすると被写体  $f(x, y, z)$  との convolution で示される。

$$i(x', y', z') = \iiint f(x, y, z) \varphi(x' - x, y' - y, z' - z) dx dy dz \quad 1)$$

二次元のときは

$$i(x', y') = \iint f(x, y) \varphi(x' - x, y' - y) dx dy \quad 1')$$

ここで

$i(x', y')$ ,  $f(x, y)$ ,  $\varphi(x, y)$  のフーリエ変換を  $I(l, m)$ ,  $F(l, m)$ ,  $\Phi(l, m)$  とすると

$$I(l, m) = F(l, m) \cdot \Phi(l, m) \quad 2)$$

さらに

$$f(x, y) = F^{-1} [ I(l, m) / \Phi(l, m) ] \quad 3)$$

$F^{-1}$  は逆フーリエ変換である。被写体強度分布を求めるには3)式を用いたり、1)の積分方程式を解いて行なわれる。具体的には系の noise や積分区間が問題となる。

実際の対象は三次元であるが、X線系では像面で二次元に再生されている。1) は平面被写体を対象として之が二次元に写像されているから、 $f(x, y, z)$ 内の倍率の異なる点が凡て像面に投影されており、三次元被写体の $z$ 方向の平均強度または平均スペクトルを表わしていると考えてよい。

更に距離の自乗方則に基く、X線量の減少、焦点の画角特性、X線の入射角、被写体による吸収などを考えねばならぬがこれらは二次元なら一応計算的に考慮に入れられるが、散乱線の影響はむずかしい。

このように考えると実際の被写体の強度分布は求められなくなる。X線系の焦点、倍率、フィルム、線量などを選んで  $H(l, m)$ を極めて帯域巾を広くとることができるので、そのときのスペクトルを被写体のスペクトルと考えてよい。後述のRI系では  $H(l, m)$ を広くできないので  $i(x', y')$  と  $\varphi(x, y)$ から、 $f(x, y)$ を求めることが行なわれている。

このようなX線像から強度分布を求めてフーリエ変換すれば被写体の一般的なスペクトルが求められる。このとき被写体(A)にとって、我々をして(A)と認識させるスペクトルが大事である。それ以外の空間スペクトルは同一範囲に写像されている他の対象かノイズか、(A)のスペクトルの高次元のスペクトルである。(A)に特異スペクトルがあればこれで診断ができて臨床家として非常に有難い。併し実際のX線像では観察対象が有限の大きさであり、情報量も少く診断に有利なスペクトルをえる事が仲々むずかしい。

本論第1章では以上のいみで被写体スペクトルの中被写体を被写体たらしめる最低の空間周波数を求めて報告してある。

第2章では散乱線のX線像の画質に及ぼす影響を理論的に解析してある。

第3章では骨の代りに  $Ca_3(PO_4)_2$ を用いて散乱線のレスポンス関数に及ぼす影響を  $\exp(-\alpha x)$ で表わせることを示し、種々な電圧のときの物質の $\alpha$ を求めている。

## 第 2 章 被写体のスペクトル

東大医学部放射線医学教室 竹 中 栄 一  
 芝電気基礎研究所 木下幸次郎, 井内昭一  
 NHK放送科学基礎研究所 中 島 緑 彦

## § 1. 序 言

映像伝達系の1つと考えられるX-TV系の伝達可能な最大情報量は、その系を構成するX線管、撮像管、I. I. TV系の $S/N$ と、それらの周波数特性で左右される。ここでX-TV系に必要とする情報量の決定は、被写体を考慮に入れなくてはならない。しかし観察対象たる被写体についての情報が不十分なため求められていない。従って合理的にはX-TV系を設計又は使用するためには、被写体の周波数特性が最も必要であり大事である。さらに具体的にいえば、情報量をうるには被写体の中の観察対象の形状、大きさ、コントラスト、 $S/N$ などの物理量と、視覚系で定まる心理的量(統計的な主観的評価、たとえば識別域値など)を測定し、両者の対応づけから算出した物理的な尺度が必要となる。

いま観察対象の空間スペクトル帯域巾が十分大とすれば、その系の伝達可能な情報量は

① この系における $S/N$ すなわち観察対象を遮蔽する雑音の比許容量と、この系で観察対象を識別観察するときの識別域値との関係

② この系の伝達特性を示す空間周波数特性と各対象の識別域値との関係  
 によって与えられる。

現在X線撮影における被写体の空間スペクトルは殆んど測定されておらず、外国<sup>1)</sup>ではX線像の一方向の強度分布から求めた数例のスペクトルがあるのみである。これは我々のデータとは多少異なり、且被写体の情報量を決定するには不十分である。

本論文ではX線撮影系の類似系を用い、観察対象の空間スペクトルの帯域巾をどれだけ制限したら(どれだけボケた像で)対象が見えなくなるか? という点から対象の空間スペクトルの識別域値を遮断空間周波数として求めた。

## § 2. 視覚的遮断空間周波数の測定

— 光学的帯域巾制限像を用いる方法 —

被写体のもつ最大情報量を求めるために、先ず第一に観察対象の空間スペクトルを求めねばならない。このためにはX線像の複雑な対象のスペクトルは平面的強度分布のフーリエ変換から求めるのがオーソドックスである。しかし結局は被写体のもつ医学的に必要な最大周波数を求める事になるから次に述べるような方法で視覚的に遮断空間周波数を求めた。すなわち光学的帯域巾制限像(これは、写真学的なピンボケ像に相当する)に対する医師の観察能から、各観察対象の空間スペクトルの視覚的遮断周波数または識別域値を求めた。これは極めて複雑なX線像の対象についても求められる点と視覚心理的要素も含んでいるので物理的に測定計算したスペクトルより実際的な利点がある。

## 2-1. 実験方法及び遮断空間周波数の計算

本実験では光学的シミュレーションとして以下に述べる様な方法に基いて作成した4~5段階、又は4~5通りの光学的帯域巾制限像(丁度結像した鮮鋭な像から種々の程度に焦点ボカシをしたボケ像)を作った。これを10人の放射線医に観察させ、「対象を観察しうる」「観察し得ない」「観察しうると思う」の3種の返答を求めた。30秒以上でも判読できないときは観察し得ないものとした。

各被写体毎に作った光学的帯域巾制限像群(Fig. 1)について、各医師の観察可能な像の番号をきめ80%返答率の対応番号を求めた。ついで各番号の写真については、同時に撮影されたシーメンスのスペクトル分布  $F_s(m, n)$  の遮断周波数  $(m_c, n_c)$  (実際には  $F_s(m_c, 0)$  または  $F_s(0, n_c)$  の  $m_c, n_c$ ) を容易に求められる。このことはすなわち被写体のスペクトル  $F(m, n)$  のうち、被写体として認識しうる範囲の重要な空間スペクトル  $F_1(m, n)$  の遮断空間周波数が  $m_c, n_c$  なることが求められたことである。ここに  $m, n$  は  $x$  軸及び  $y$  軸の空間周波数である。添字  $C$  は遮断周波数を示す。これは、被写体の強度分布  $f(x, y)$  の識別範囲の強度分布  $f_1(x, y)$  に対応するスペクトル中の識別域値の  $m_c, n_c$  である。(第一表)

## 2-2. 実験試料

使用した骨X線像は次のような条件で撮影したので普通の人体撮影のX線写真と比べると極めて鮮鋭な写真であると考えられる。

被写体として屍体骨髄標本の頭蓋骨、腰椎大腿骨を Kodak AA (工業用ノンスクリーンフィルム) を用い、X線管電圧70 kVp, X線管電流約100 mA, 焦点フィルム間距離100 cm, 曝射時間1.5秒で撮影し、コニール現像液で20°C, 5分現像し第1原試料フィルムとした。これをネオパンF35mmフィルムに縮少し、バンドール現像液20°C, 7分現像し、これからキャビネ判月光V3号印画紙に、頭蓋骨で  $1/2$ , 腰椎と大腿骨は  $1/1$  に焼付し、バンドール現像20°C, 1.5分現像し第2原試料印画紙とした。次にこの試料の中心と4隅にシーメンス・スターを貼布し、この5つのシーメンス・スターを解像力(遮断周波数)の目安として、いろいろの程度の焦点外れ像(これは光学的に帯域巾を制限した像と言ってよい)を作る。つきにその中心のシーメンス・スターを除き、ネオパンF35mmフィルムに複写し、バンドール現像液で20°C, 7分処理し、ネガ試料を作った。さらに再びキャビネ判月光V3号印画紙に焼付し、バンドール現像液で20°C, 1.5分処理した写真をB5判の台紙に貼布したものを観察対象のX線像とした。以上の試料作成及び視覚実験の手順と関連するスペクトル計算等の流れ図を第二図に示してある。

## 2-3. 観察対象

第2表の通りで解剖学的に分り易く、かつ正常像で結像させたとき誤認することはないと思われるものを選んである。それは頭蓋骨10, 大腿骨8, 腰椎7の25項目である。

## 2-4. 観察者

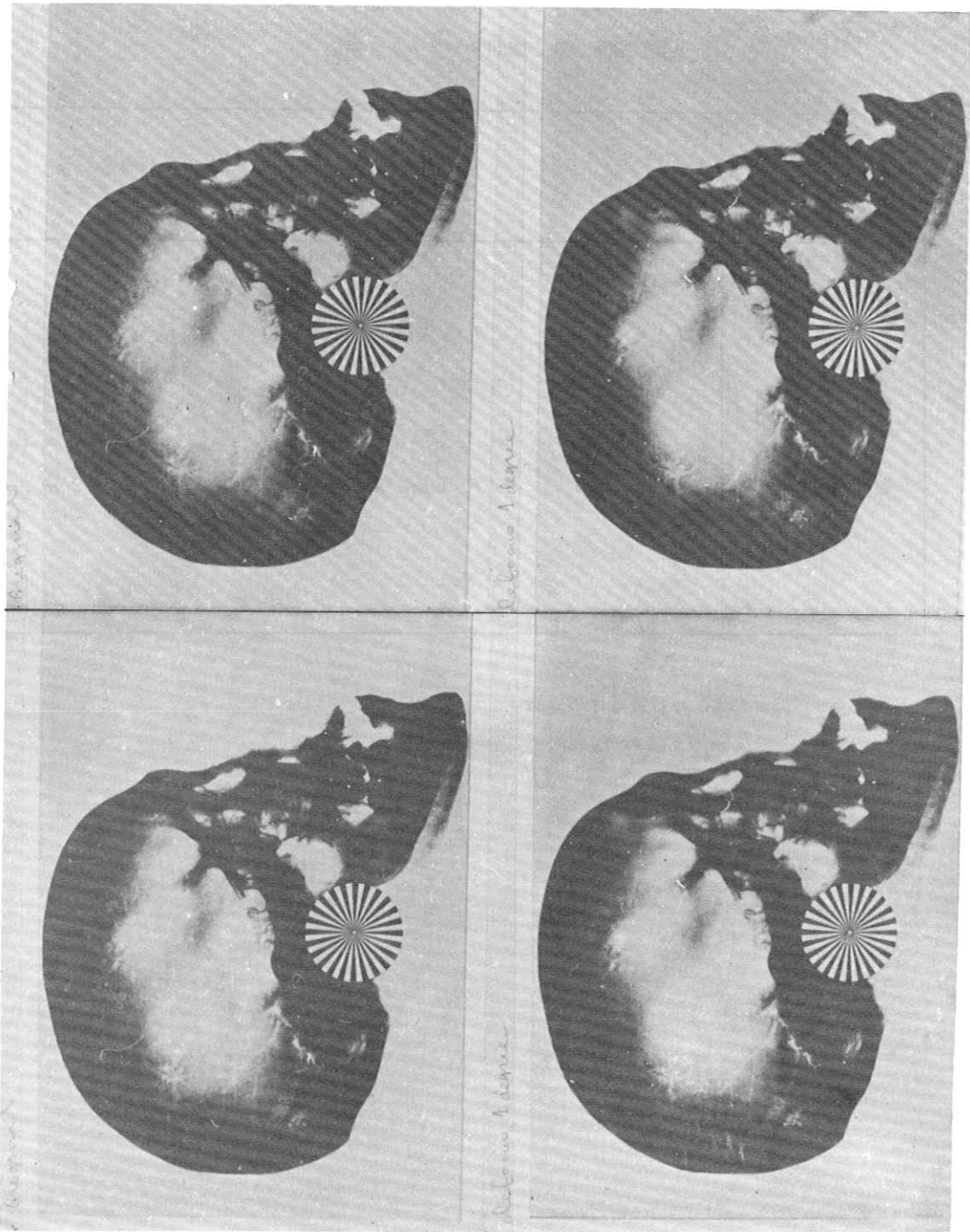
放射線医10人。

## 2-5. 観察条件

普通の部屋(照度約200 lx)で観察距離は約25 cm以上で、各人の見易い距離で観察させた。これは普通医師で診断のとき対象により、見易い距離で診断しているからである。

## 2-6. 測定精度

上記の観察条件から観察者の視覚の空間周波数特性は無視出来る。シーメンス・スターは5本/mm解像

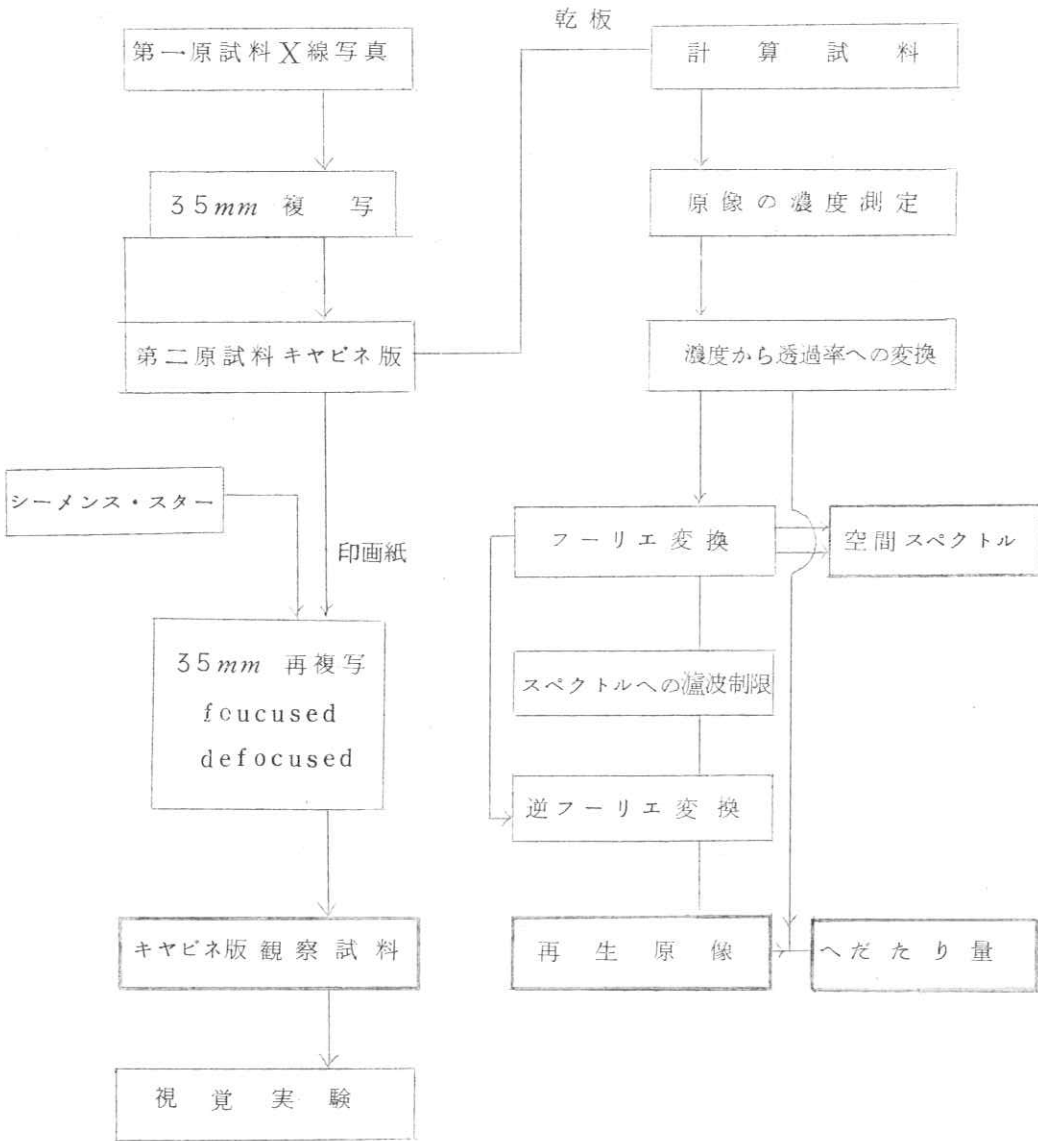


第1图 光学的に帯域巾制限法像群

第1表 被写体と標準シーメンス・スターとの  
強度分布と空間スペクトルの対応

	被写体	被写体の 観察領域	標準シーメ ンススター
強度分布	$f(x, y)$	$f_1(x, y)$	$f_s(x, y)$
空間スペクトル	$F(m, n)$	$F_1(m, n; m_c, n_c)$	$F_s(m, n; m_c, n_c)$

但し  $x, y$  は被写体の座標  
 $m, n$  は  $x, y$  に対する空間周波数



第 2 図 試料の作成方法、視覚実験とスペクトル計算手順



第二表 骨X線像に対するS/Nの識別閾値，遮断空間周波数，振巾成分及びへだたり表

	S/N 識別 閾 値		遮断空間 周波数の 識別閾値 本/mm	空間スペク トルの成分 %	へだたり 量 %	
	物理的 S/N dB	有 効 S/N dB				
頭 蓋 骨	1.脳下垂体窩	0	7.3	0.15	20~60	11~12
	2. " の計測	5.7	5.7	-	-	-
	3. " の後壁突起	2.9	2.9	0.15~0.24	-	-
	4.蝶形骨大翼後頂部近傍の骨縫合	-0.4	9.6	0.5~0.7	4~8	5~5.5
	5.中硬脳膜動静脈の圧痕	-2.6	4.7	0.5~0.7	3~12	5~6
	6.乳突蜂巣の蜂巣性	-0.6	3.6	0.3~0.6	-	4~5
	7.蝶形骨洞	0.6	0.6	0.1~0.16	-	-
	8.上顎洞	-3.8	0.2	-	-	-
	9.上顎骨の上顎枝	-	(5.8)	-	-	-
	10. " の骨梁	-	-	1.2	2~5	2.5~3
大 腿 骨	11.大腿骨体	-	(10.5)	0.18	-	-
	12.内外両側	1.5	3.0	0.2~0.3	8~30	9~12
	13.中央部の骨皮質と髄質の境界	2.5	2.5	0.2~0.3	-	7.5~9.5
	14.顆上部の骨皮質と髄質の境界	5.2	5.2	0.2~0.3	9~70	11~12
	15.中央部の骨梁構造	-	-	0.5~1.0	-	5.5~7.5
	16.顆上部の "	6.1	6.1	0.5~0.7	13~60	8~9.5
	17.膝蓋骨と重なった部分の骨梁構造	-	-	0.5~0.8	10~40	5.5~9.5
	18.膝蓋骨	-2.5	1.3	0.3	-	-
第 二 腰 椎	19.第2腰椎★体	-	(6.9)	0.18	35~100	6~10
	20.第1, 第2腰椎間腔	-0.6	3.1	0.18	15~90	11~12
	21.椎弓根	-4.9	-2.5	0.7~1.7	-	-
	22.横突起	-2.3	2.6	0.18	-	-
	23.上関節突起	2.6	2.6	0.25~0.5	-	-
	24.椎体の骨梁構造	-	-	0.5~0.7	15~60	7~9
25.横突起と重なった部分の骨梁構造	-	-	1.0~1.7	1~20	3.5~5.5	

注 1. 空間スペクトルの振巾成分とへだたり量は遮断空間周波の識別閾値点での値である。

2. スペクトル成分は零周波数近傍の最大値を100としたときの値

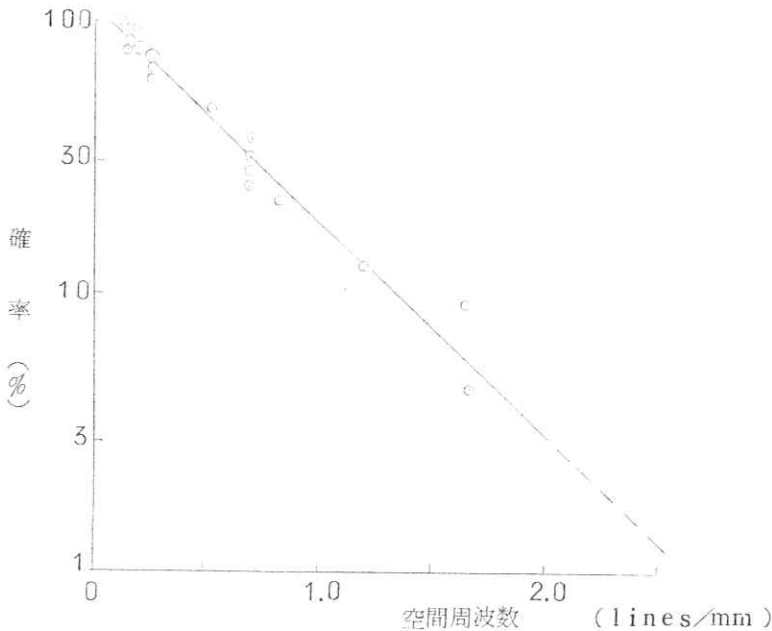
しうる様に作り、 $1/8$ に縮小したので、最終試料で $40$ 本/ $mm$ の最少解像度を有する。かつネオハンFフィルム<sup>1</sup>の公称解像力は $100$ 本以上/ $mm$ 故<sup>2</sup>、測定した空間周波数の補正をしないで十分である。

§ 3. 測定結果及び考案

得られた視覚的遮断空間周波数は別表(第2)の通りで $0.1 \sim 0.7$ 本/ $mm$ で割合低いものである。(平均 $0.5$ 本/ $mm$ )構造の大きなものすなわち、大腿骨、腰椎椎体、腰椎横突起、蝶形骨洞などは $0.1 \sim 0.15$ 本/ $mm$ であり、sharp cutな形状をしている脳下垂体窩と椎間腔も同じように低い。遮断空間周波数の割合高いものは頭蓋骨の骨縫合、中硬脳膜動静脈の圧痕、大腿骨の骨梁構造、腰椎の骨梁構造など $0.5 \sim 1.7$ 本/ $mm$ である。臨床的に骨梁構造は同一スペクトルと思えるが、このように差のあるのはbackgroundのためかと思われる。腰椎の椎弓根が割に高い遮断空間周波数を有するのはS/N制限実験でも異常値を示したのと同様何らかの原因がある<sup>3)</sup>。

以上の遮断空間周波数の値は一般的に小さい構造のものが比較的高い周波数成分を有している。

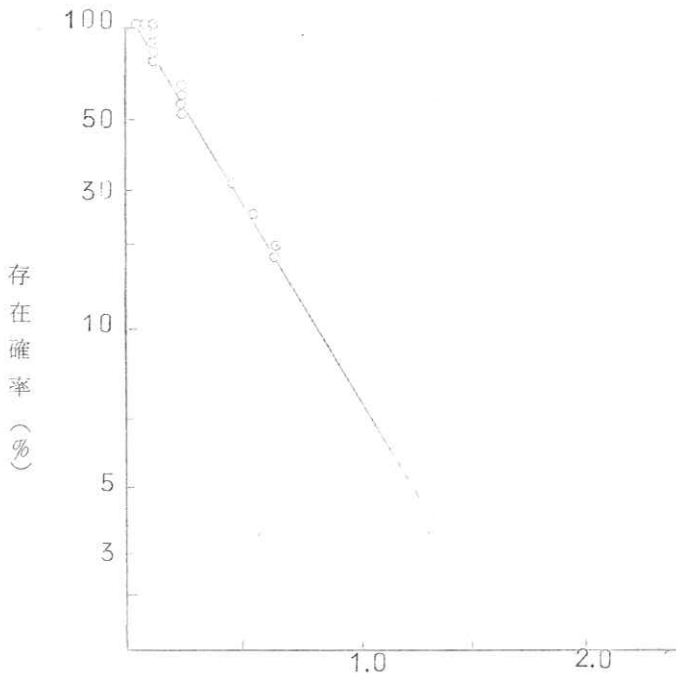
次に以上の視覚的遮断空間周波数について帯域巾を狭くして行くと、すなわちだんだん焦点外れにすると高い周波数成分を有する観察対象から識別できなくなる。このとき識別出来なくなる累積百分率を、この空間周波数識別域値に対してプロットすると第3 a 図のように対数的に直線的減少を示す。すなわち帯域幅を広げると観察対象が多数識別できるようになる<sup>注1</sup> 換言すれば、観察対象を見誤る確率が減少するが、



第3図a 帯域制限で誤診する確率(全対象)

注1 表2の値の上限の値を使用した。

図から考えると見誤まる確率が0になる帯域巾は物理的に実現不可能である。確率1%, 5%, 10%に対する帯域巾は大凡3本/mm, 2本/mm, 1.4本/mmである。これらの値は普通X線写真のときの誤診に対する空間周波数と考えてよい。特に手指骨, 趾骨, 頭部, 歯などでは0.1%誤診率として4本/mmを必要とするが, リンパ管造影, 血管撮影ではやや低い値でもよからうと思う。これに対してX-TVでは現在使用している応用範囲から考えて, 骨梁構造を対象として使用していることはないので, 第3-b図のように, 骨梁構造を除いた誤診確率から考えて0.3%, 1%, 5%として大凡そ2本/mm, 1.6本/mm, 1本/mmであるということになる。実際X-TV使用上本論文のような対象を見誤るようでは困るので, 1.6本/mm以上が望ましい。現在使用中のX-TVでは解像力1.2~1.5~(2.0)本/mmであり<sup>4)</sup>, 骨梁構造を対象としていないとしても以上の点から不十分である。普通TVのように70.7%振巾の帯域巾<sup>5)</sup>をとるとすると, 現在のX-TV系では極めて苦しい立場となる。TV系だけから考えると, 以上は像倍率を一定とした場合なので, X-TVでは被写体の解像力を上げるには, 小焦点にして拡大透視する必要性を示すものである。



第3図b 帯域制限で誤診する確率(骨梁構造を除く)

#### § 4. 空間スペクトルの計算

上述の光学的に帯域巾制限した像について遮断空間周波数を測定したとき, 一寸焦点外れしただけで観察し得なくなる対象と十分焦点外れさせたとき始めて観察し得なくなる対象とがある。これはS/N制限と観察能の実験においても同様であった。これは観察対象の有する空間スペクトルと関係があると思われる。

最大情報量の計算には被写体の空間スペクトルを求めることは極めて大切である。そのためには空間的な

広がり(又線強度分布の広がり)をフーリエ変換すればよい。実際のX線像は2次元であるが計算の便宜上1次元で計算した。又この方向はS/Nを制御して観察域値を求めた実験のときに、X線像信号振巾を測定したのと同方向である。

#### 4-1. 空間スペクトル計算用X線像試料

前述の第一試料ネガX線像をFuji A1乾板(キャビネ判)に焼付し、バンドール現像液で20°C、5分処理したものを使用した。

濃度測定はナルミ製250型マイクロフォトメーターを20μ×20μの走査アパーチャでおこない、濃度特性曲線に基き、相対透過率に変換した。濃度測定試料の拡大率は原X線フィルムに対して頭蓋骨で1/2、大腿骨及び腰椎で1/4なので、マイクロフォトメーターのアパーチャは夫々40×40μ<sup>2</sup>、20×20μ<sup>2</sup>で原X線フィルムを走査したことになる。

#### 4-2. 空間スペクトル

観察対象の強度分布を一次元で考えて  $f(x)$  とすれば、その空間スペクトルは次式で与えられる

$$F(n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2n\pi x i) dx \quad (1)$$

但し、 $n$ は空間周波数で、単位は本/単位長である。この計算を実行するには、 $f(x)$  はとびとびの  $x_i$  における  $f_i$  として与えられる。また(1)の積分は無限積分であるが、実際には必ず有限積分の形で計算しなければならない。結局(1)のフーリエ変換は次の積分を行なうのに等しい。

$$F(n) = \int_a^b f(x) \exp(-2n\pi x i) dx \\ = \sum_{r=1}^m \int_{x_{2r-2}}^{x_{2r}} f(x) \exp(-2n\pi x i) dx \quad (2)$$

ここに積分区間  $[a, b]$  を  $2m$  等分し、各分点を  $x_i$  とする。  $x_0 = a$ 、  $x_{2m} = b$  である。

#### 4-3. 空間スペクトルからの再生原像

次にこれらの空間スペクトルを逆フーリエ変換を用いた入力データを再生した。すなわち再生原像  $f_{r,s}(x)$  は次式で与えられる。

$$f_{r,s}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(n) \exp(2n\pi i x) dn \quad (3)$$

これは被写体が無限の帯域巾を有する伝達系を通った後の像に対応する。実際には計算機の演算中に生ずる雑音による誤差があるが、本論文の計算で有効桁数8桁の下2桁位である。

#### 4-4. 帯域制限像

次に光学的帯域制限像についての実験と類似な計算として、(1)で計算した空間スペクトルに戸波関数  $(\sin n/g)/n/g$  ( $g$ は定数で帯域巾制限を定めるためである)をかけた空間スペクトルを計算し、ついでこれを逆フーリエ変換して帯域制限像  $f_{r,s}(x)$  を作った。

$$f_{f,i}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(n) \cdot \frac{\sin n/g}{n/g} \cdot \exp(-2n\pi i x) \cdot dx \quad (4)$$

(B) の  $f_{r,g}(x)$  に対して、 $f_{f,i}(x)$  は有限の帯域巾  $(\sin n/g)/n/g$  を有する系を通過した後の像を表わしている。戸波関数の形として Gauss 分布、矩形、 $(\sin n)/n$  などがあるが、視覚実験のシーメンス・スターの defocuss 像に反転像が存在することを考え、同じような周波数で反転が生ずる関数として、また計算の簡便も考え  $(\sin n)/n$  をとった。

#### 4-5. へだたり量

つぎに再生原像  $f_{r,g}(x)$  と、帯域制限像  $f_{f,i}(x)$  との差の絶対平均値  $\Delta S$  をとり、「へだたり量」を定義した。(第二表)すなわち

$$\Delta S = \frac{1}{a-b} \int_a^b |f_{f,i}(x) - f_{r,g}(x)| dx \quad (5)$$

または

$$\Delta S = \frac{1}{n \Delta x} \sum^n |f_{f,i}(x) - f_{r,g}(x)| \Delta x$$

と表わせる。スカラー的な量になる。

#### 4-6. 測定精度

マイクロフオトメーターのアーチャ  $20 \times 20 \mu^2$  は原X線フィルム上に直すと、頭蓋骨で  $40 \times 40 \mu^2$ 、腰椎、大腿骨で  $20 \times 20 \mu^2$  となる。これは cutoff frequency で 1.25 本/mm、と 2.5 本/mm となる。この値は視覚実験で得られた各観察対象の遮断空間周波数と比べると十分大きく、マイクロフオトメーターによる MTF の補正はしなくとも十分である。

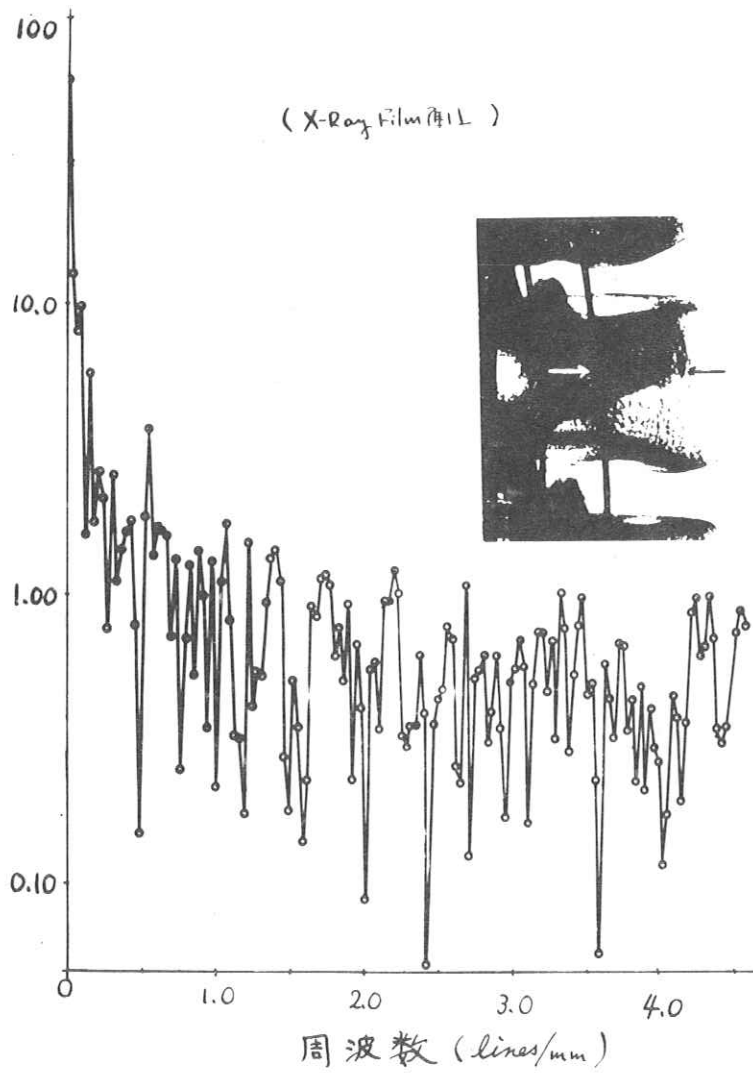
ついでノンスクリーンフィルムの遮断空間周波数は 200 本/mm 以上故<sup>5)</sup>、これも得られた観察対象のスペクトルと比べると十分大きく補正しなくとも十分である。

観察対象の濃度曲線から濃度を読みとったときの標本点間隔は原X線フィルム上 0.1 mm 間隔であり、標本化定理で定まる空間周波数帯域巾は 5 本/mm となる。普通X線写真では増感紙を用いているので、このときの解像力の濃度は 2~5 本/mm<sup>4)</sup> と考えてよいので、この標本点間隔で求めた値は普通X線写真に対しても、妥当すると考えた。普通X-TV系では、1.2~1.8 本/cm 故<sup>4)</sup>、これに対しては問題はない。

### § 5. 計算結果及び考案

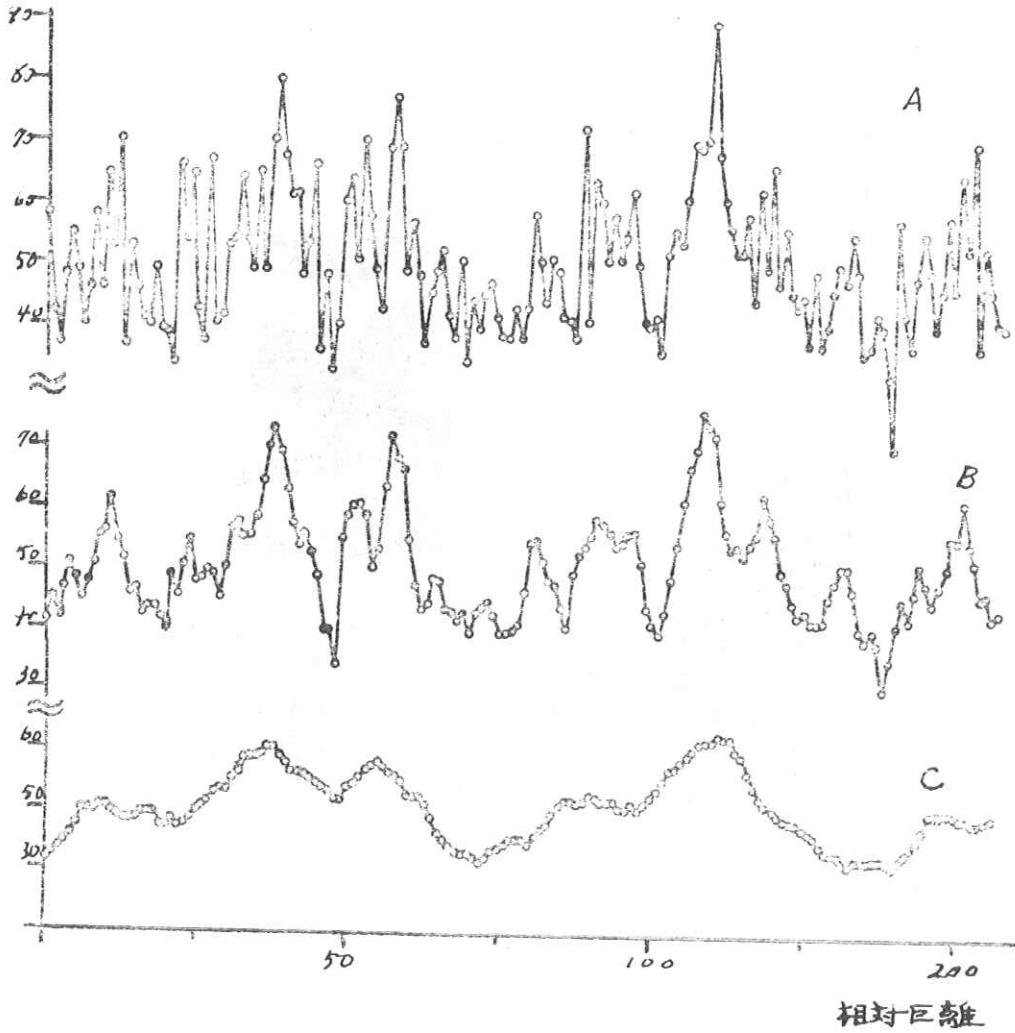
骨X線像について観察対象の空間スペクトルを 3.23 本/mm、0.6 本/mm 以下に帯域制限したとき(即ちある  $g$  を与えたときの再生原像)の例を第5図に示す。また帯域制限像と原像とのへだたり量の一例を第6図に示す。

つぎに帯域制限しない空間スペクトルと、帯域制限した空間スペクトルを、先にのべた光学的帯域制限X線像に関する視覚実験と対させると、後者の識別域値は観察対象が判読できるスペクトルの最小限を示す。



第4図 腰椎骨横突起上の骨梁構造のスペクトル

相对透過率 %



- A : 原 像
- B : 带域制限 3.23本/mm
- C : " 0.64本/mm

第5図 腰椎骨の原像と再生原像

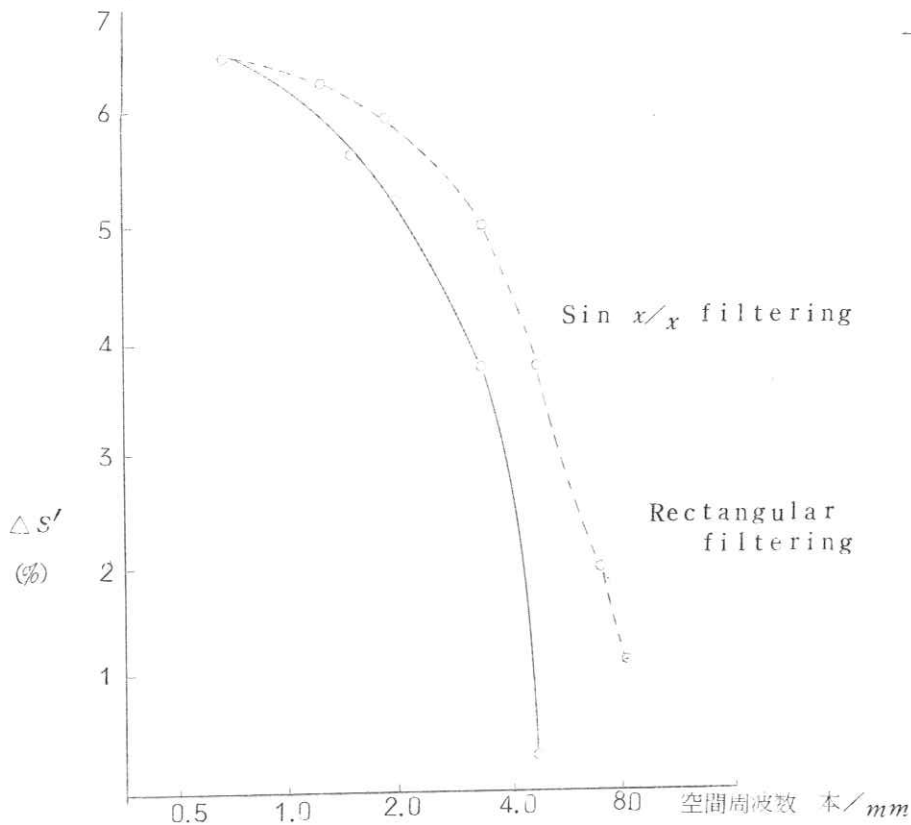


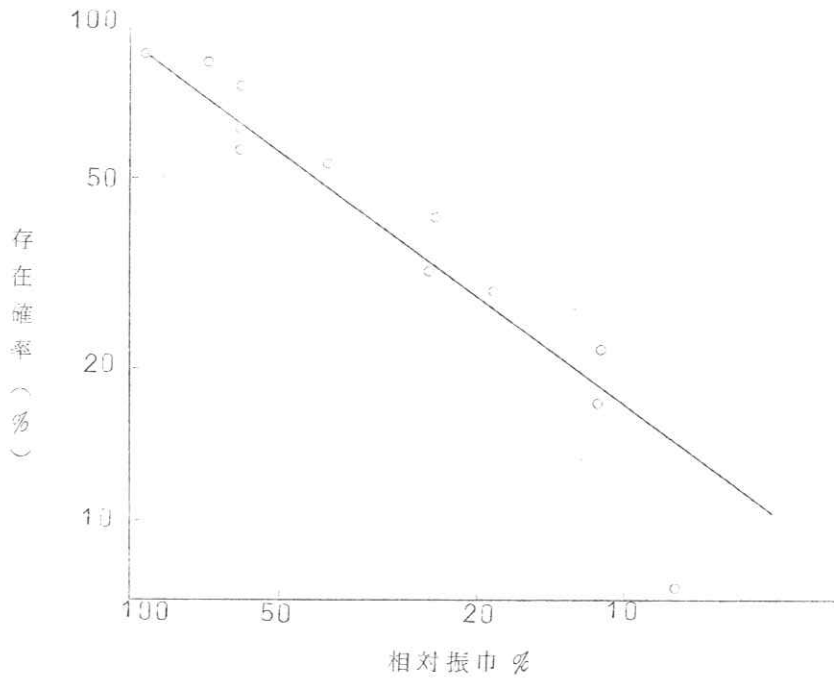
Fig. 6 腰椎骨梁構のへだたり量

このことは空間スペクトルと領域で考えると、この観察対象を構成する空間スペクトルは、この識別域値で定めた帯域中の近傍に存在することを示す。第5図で分るように、帯域制限したために原像の細かい部分はなくなり丸められる。これは光学的帯域巾制限像についても同様である。実際に観察対象を観察しているときも同様に像を丸めて観察していると考えられる。その量は明確ではないが、5式で求められた「へだたり量」などは、一応の指標を与えられられる。第二表に、へだたり量と遮断空間周波数における空間スペクトルの振巾成分を示す。後者の振巾成分は直流成分(零周波数点)を100としたのではなく、直流成分近傍点の最大値を100として求めた。全観察対象について、光学的帯域巾制限像で求めた遮断空間周波数における振巾成分が、一定値以下に存在する確率を第7図に示す<sup>注2</sup>。平均振巾は50%であり、遮断空間周波数が大きくなると振巾が減少する。

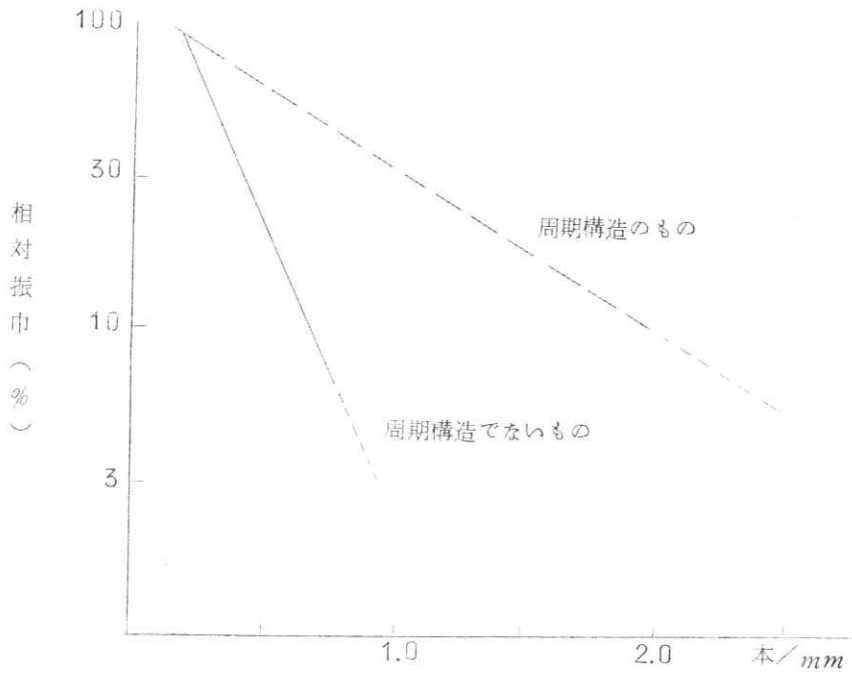
また、遮断空間周波数と相対振巾の関係は第3図の如くであり<sup>注2</sup>、周期構造と非周期構造と比べると、前者がゆっくり減衰するという特長がある。

注2 Fig. 7, 8は夫々表2の上限の値を使用





第7図 夫々の遮断周波数における振巾が一定振巾以下に存在する確率



第8図 遮断空間周波数を振巾の関係

## § 6. 結 論

本論文においては、被写体（骨X線像）の25観察項目について、X線撮影系の情報量を求めるために必要な次の結果を得た。

- ① 光学的帯域巾制限像を用いて、視覚心理的に遮断空間周波数を求めた。遮断空間周波数は、0.1～1.7本/mmであり、平均0.5本/mmで、1%誤診率のとき3本/mmを必要とする。
- ② 次にデジタル計算機で空間スペクトルを計算し、遮断空間周波数における平均相対振巾を求めると50%であり、相対振巾は遮断周波数が高くなると減少するが、周期構造のものは減衰がおそい。

1. O. Schott: The X-ray pattern and its Properties as input Parameters in X-ray television

The 3rd Colloquium on Diagnostic Radiologic Instrumentation  
Chicago, April, 1966

2. レンズ性能研究委員会：写真レンズとレスポンス関数：カメラ工業技術研究組合、東京、1962

3. 竹中栄一、木下幸次郎、佐藤英久、中島緑彦：X線像の雑音（II）、日医放誌26：1249, 1966

4. R. D. Moseley and J. H. Rust (ed): Diagnostic Radiologic Instrumentation - Modulation Transfer Function C. C. Thomas, 1965

5. NHK Handbook NHK 東京, 1964

6. K. Rossman and G. Lubberts: Some characteristics of the line Spread-function and modulation transfer function of medical radiographic films Radiology, 86:235, 1966

第3章

# 被写体散乱線の写真効果のレスポンス関数による評価\*

土井邦雄\*\*

## Modulation Transfer Function of Scattered Radiation in Evaluating its Effect on Photographic Image Quality

By

Kunio DOI

*Kyokko Research Laboratories, Dai Nippon Toryo Co., Ltd.*

Some works on the scattered radiation are reviewed relating to photographic image quality. The MTF of the scattered radiation is newly defined as a ratio of the Fourier spectra of input and output images, its value of the MTF being unity at  $\nu=0$  and equivalent to the content of the direct x-rays at  $\nu \neq 0$ . The MTF is therefore simply related to the several factors which have been used in radiography to evaluate the scattered radiations. The relationships among the MTF and some distribution functions, for example, the edge traces are derived in general, and these are calculated in the case where the line spread function is given by exponential approximation, which is verified by experiments. Two comparisons between theories and experiments give good agreements concerning the field size dependency of the scattering factor and the MTF.

### 1. はじめに

放射線写真の画質の中で、鮮鋭度に最も影響を与える因子の1つは被写体散乱線である。工業用放射線写真では、特に散乱線量比が非常に大きく、また医学で用いられる様な散乱線除去グリッドは一般に使用されていないので、現在ではほとんど散乱線で写真フィルムを黒化させていると云っても過言ではない。違う見方をすると、透過度計識別度をもっと向上させ様とするならば、散乱線を除く工夫をするのが一番容易な方法ではないかと考えられる。

最近、画像の鮮鋭度の評価に用いられる様になったレスポンス関数<sup>(1)</sup>は、この散乱線の画像に対する効果を評価するのに格好である。医学放射線写真の分野では、すでに散乱線のレスポンス関数や、他の像変換系を含んだ状態の散乱線の写真効果のレスポンス関数の測定が津田<sup>(2)</sup>、内田<sup>(3)</sup>、滝沢<sup>(4)</sup>等によっていくつか試みられている。しかし、それらは蛍光板、増感紙、あるいはX線管焦点等と類似の考え方や測定法が、形式的に応用されただけで、散乱線特有の問題はまだ充分討議されてはいな

い。そこで“被写体散乱線の写真効果のレスポンス関数による評価”に関して現在考えられる問題点は、(i) 像構造に対する散乱線の写真効果の明確な定義、(ii) 散乱線量比や散乱線含有率等の従来の評価尺度との関係、(iii) 線像やエッジ像等の中で、何を測定するのが最も合理的かという測定法の選択、(iv) データの集積等であろう。この様な問題点が順次明らかにされれば、散乱線の大量に含まれた放射線写真の画質の向上に、レスポンス関数を尺度として用いることが、大いに役立つのではないかと考えられる。

本解説は、上の4つの問題点の解決への幾分なりの寄与をすることを願い、散乱線の写真効果のレスポンス関数による評価について述べる。

### 2. 散乱線の写真効果

レスポンス関数を定義する前に、今までに行なわれている散乱線の写真効果に関する実験結果をいくつかとりあげ、その結論をまとめてみよう。そして、それらをもとにして散乱線のレスポンス関数を次項で定義する。

医学の分野では、散乱線の尺度として散乱線含有率Rが用いられ、藤沢<sup>(5)</sup>の第1表によると最大で約80%にもなっている。工業用非破壊検査では、散乱線量比  $K_s$  が

\* 昭和42年10月5日108小委員会講演

\*\* 大日本塗料(株)

用いられ、一色<sup>(6)</sup>によると60mmのアルミニウムの場合には、170kVで約4程度である。被写体中に微小欠陥がある時、この微小黒化度差  $\Delta D$  は、微小厚さ  $\Delta t$ 、線吸収係数  $\mu$ 、写真フィルムの階調  $\gamma$  から  $\Delta D = 0.43\gamma\mu \Delta t / (1 + K_s)$  として得られる。この時微小欠陥の空間的広がりが小さいと、散乱線の写真効果は  $K_s$  によるコントラストの減少だけである。散乱線の線像強度分布は、精密な測定が困難なため直接実験的に求められた例はごく少ないが、畑中<sup>(7)</sup>は、モンテカルロ法を用いて計算した。その結果によると、60keVの細長いビーム状のX線が20cm厚の水空気ファントムに入射した時、光電効果とコンプトン効果だけを考慮すると、散乱線の広がりは数拾 cm にもおよんでいる。散乱線量比や散乱線含有率の照射野の大きさに依存する特性については、ほとんどの測定結果は一致した傾向を示している。すなわち、照射野が広がると共に  $K$  や  $R$  は単調に増加し、やがて飽和している<sup>(5)(6)(8)</sup>。今までに試みられた数少ないレスポンス関数の実測結果<sup>(3)(4)(9)</sup>は、いずれも空間周波数軸の原点付近で大きく減少し、各空間周波数に対しては一定と見なせる様なコントラストの減少を与えている。この中で内田<sup>(3)</sup>とFenner<sup>(9)</sup>の結果は、それぞれ被写体の厚さと照射野の大きさを変えて散乱線の量を変化させた時に、レスポンス関数曲線が、縦軸を比例的に移動している様子を示している。軟鋼100mm程度の被写体で散乱線をプッキングリッドを用いて除去した場合の富士<sup>(10)</sup>の結果では、透過度計識別度が2%程度から1%以下へと大きく向上している。

以上の結果から散乱線の写真効果としてはっきりしている事実を並べると一般的には次の様なものであろう。

- (i) 散乱線量比は10以下の様で、最高でも4程度である。
- (ii) 微小像構造に対する効果は、コントラスト一様な減少で、周波数軸ではフラットである。
- (iii) 線像強度分布の広がりは欠陥像と比べて  $10^2$  程大きい。
- (iv) 照射野依存性は、単調増加から飽和の傾向である。

### 3. レスポンス関数による評価

はじめにレスポンス関数の定義を与えておこう。

線型で恒常性を満足する光学系に、独立に  $\delta(x')$  および  $f(x')$  の入力があった時の応答をそれぞれ  $r(x)$  および  $g(x)$  とすると、これらの間には次の重ね合わせ積分の関係が成立することが知られている<sup>(1)(11)</sup>。

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')r(x-x')dx'$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x')r(x')dx' \quad (1)$$

ここで、 $f(x')$ 、 $r(x)$  および  $g(x)$  がいずれも孤立関数でフーリエ変換できるとし、そのフーリエ変換\*を

$$R(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x) \exp(-2\pi i\nu x) dx \quad (2)$$

で定義すると、(1)式は

$$G(\nu) = F(\nu) \cdot R(\nu) \quad (3)$$

と書きかえられる。空間周波数  $\nu$  軸の原点でそれぞれが1になる様に正規化\*\*すれば

$$\left[ \frac{G(\nu)}{G(0)} \right] = \left[ \frac{F(\nu)}{F(0)} \right] \cdot \left[ \frac{R(\nu)}{R(0)} \right] \quad (4)$$

となる。この(4)式はレスポンス関数  $[R(\nu)/R(0)]$  の定義とみなすことができる。ここでは、以後入力と出力の関係が(4)式と類似の形で与えられる時、 $[R(\nu)/R(0)]$  に相当する項をその系のレスポンス関数と解釈し、定義する。

#### 3.1 散乱線の写真効果のレスポンス関数の定義

被写体に入射するX線と被写体透過後の直接線や散乱線は、それぞれ波長分布が異なり入出力関係について厳密に線型かどうか疑問がある。しかしここでは、与えられた被写体と幾何学的配置で、直接線と散乱線の写真フィルムへの有効露光量についてだけ考える。すると、簡単に考えて直接線と散乱線を与える入射X線の強度が2倍になった時、直接線と散乱線はやはりそれぞれ近似的にもとの2倍になると考えられる。この時、直接線と散乱線の有効露光量には比例関係があり、兩者共次の受容器系への入力となり、また同じオーダー(2の(i))である。そこで、この3つの理由から散乱線を与える原因をあたかも直接線の様にみなし、これらの中に(1)式の関係を与えよう。

簡単のため1次元で考え、写真フィルム面に  $x$  軸をとり、原点に単位強度のデルタ関数状の直接線を検出する時、散乱線  $t(x)$  を得るとする。ここで、 $t(x)$  はその原因から考えて左右対称の関数とする。次に直接線の分布が  $i_D(x)$  の時、散乱線が  $i_S(x)$  になったとすれば

$$i_S(x) = \int_{-\infty}^{\infty} i_D(x')t(x-x')dx' \quad (5)$$

となり、また全X線強度分布  $i(x)$  は

$$i(x) = i_D(x) + i_S(x) \quad (6)$$

で与えられる。ここで、以後特にことわらないかぎりX線強度とは写真フィルムへの有効露光量の意味で用いる。

次に  $i_D(x)$  の分布によって2つに分けて述べよう。

##### 3.1.1 小さな被写体で広いバックグランドを持たない

\* フーリエ変換された関数は大文字で、原関数は小文字で示す。

\*\*  $\nu=0$  で 1.0 になる様に正規化された関数を [ ] で示す。

場合

この時、(5)と(6)式をそれぞれフーリエ変換すると

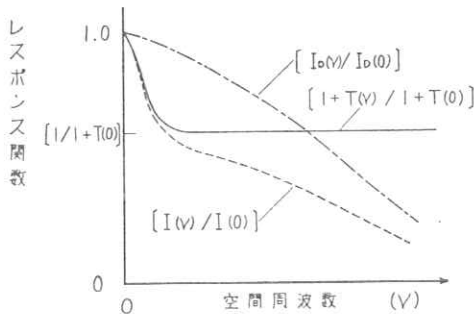
$$I_s(\nu) = I_D(\nu) \cdot T(\nu) \quad (7)$$

$$I(\nu) = I_D(\nu) [1 + T(\nu)] \quad (8)$$

を得る。次に(4)式の様に(8)式を正規化すると

$$\left[ \frac{I(\nu)}{I(0)} \right] = \left[ \frac{I_D(\nu)}{I_D(0)} \right] \cdot \left[ \frac{1+T(\nu)}{1+T(0)} \right] \quad (9)$$

となる。ここで右辺の左側の項は直接線のスペクトルであり、右側の項は散乱線によって生じる不鋭を表わすレスポンス関数と考えることができる。 $t(x)$ は大きな広がりを示すから(2の(iii))、そのフーリエ変換である $T(\nu)$ は $\nu$ が原点から離れて高空間周波数になると直ちに零になってしまう。そこで、高空間周波数では  $[1/(1+T(0))]$  がレスポンス関数として作用することになる。これらの様子を第1図に示す。



第1図 直接線のスペクトルと散乱線のレスポンス関数

このような状態は、スリット像を用いて散乱線の実験をする時に得られ、津田<sup>(2)</sup>の結果は、これに該当する。この時の高空間周波数における散乱線の効果は、直接線の全エネルギーに対する散乱線の全エネルギーの割合で定まり、照射野依存性などは考える必要がなくなる。実用的には、焦点外X線の効果<sup>(1)</sup>はこれであり、類似のものには蛍光増感紙と写真フィルムを組み合わせた系の相互反射<sup>(12)</sup>がある。

3.1.2 広いバックグラウンドを持つ場合

この場合も(5)と(6)式が出发点になるが、この場合には

$$i_D(x) = i_0 + i_d(x) \quad |x| < w \\ = 0 \quad |x| > w \quad (10)$$

の様な幅  $2w$  の広いバックグラウンドに高空間周波数の微細構造を持つ信号  $i_d(x)$  がのっているものとする。ここでまず最初に実用上2つの仮定をする。

- (i) バックグラウンドの全エネルギーに比べて  $i_d(x)$  の全エネルギーは省略できるほど小さく、 $i_d(x)$  は照射野の中央附近におかれている。
- (ii)  $i_d(x)$  は  $t(x)$  に比べてデルタ関数状にみませ(2の(iii))、また照射野の大きさ  $2w$  は  $t(x)$  の広

がりと同程度である。

これらの仮定は、鋼板溶接部に欠陥像が点在する場合や人体中に小さな病巣が含まれている様な時に、その微少な被写体に対する散乱線の効果を求める場合、その状態を近似するものとして行なったものである。

次に、(10)式を(5)式に代入すると

$$i_s(x) = \int_{-w}^w [i_0 + i_d(x')] t(x-x') dx' \quad (11)$$

$$\approx i_0 \int_{x-w}^{x+w} t(u) du \quad (12)$$

となる。ここで(11)式の右辺の第2項は (i) と (ii) の仮定から省略したが、その寄与の大きさは、2の(i)と(iii)から大体数%以下であろう。また  $x-x'=u$  とおいた。次に(12)で与えられる  $i_s(x)$  であるが、これは  $t(x)$  が大きく広がっているので、 $i_d(x)$  と比べると原点附近で非常にゆっくり変化する。そこで、 $i_s(0) \approx i_s(\pm w_e)$  とみなせる  $i_d(x)$  より大きく広がっている領域を  $2w_e (\ll 2w)$  とする。この様な  $w_e$  を考えることは可能である。なぜならば2の(iii)から  $i_d(x)$  と  $t(x)$  の広がりとは2桁程度異なるので、この中間に  $w_e$  を設定することができる。

次に  $i_d(x)$  のスペクトルの変化を求める。上の討論から、散乱線は  $i_d(x)$  の広がり要比べて充分広い領域  $w_e$  に一様に分布することがわかった。そこで  $i_d(x)$  に対する影響は、この  $w_e$  をこえる領域でどの様な変化をしていても一向に差しつかえないから、この  $w_e$  が無限大と見なせる様なものであったと仮定しよう\*。すると直接線の分布は

$$i_D(x) = i_0 + i_d(x) \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (13)$$

である。このフーリエ変換と原点における値は

$$I_D(\nu) = i_0 \delta(\nu) + I_d(\nu) \quad (14)$$

$$I_D(0) = i_0 \delta(0) + I_d(0) \quad (15)$$

となる。そこで、これから

$$\left[ \frac{I_D(\nu)}{I_D(0)} \right] = \frac{i_0 \delta(\nu) + I_d(\nu)}{i_0 \delta(0) + I_d(0)} \quad (16)$$

を得る。次に散乱線を含んだ全X線強度分布は、(13)式と同様に

$$i(x) = i_0 + i_d(x) + i_s(x) \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (17)$$

とし、上の討論から  $i_s(x) = i_s(0)$  とおく。これをフーリエ変換すると

$$I(\nu) = [i_0 + i_s(0)] \delta(\nu) + I_d(\nu) \quad (18)$$

となり、この原点の値を用いて

$$\left[ \frac{I(\nu)}{I(0)} \right] = \frac{[i_0 + i_s(0)] \delta(\nu) + I_d(\nu)}{[i_0 + i_s(0)] \delta(0) + I_d(0)} \quad (19)$$

とおく。(16)と(19)式は、この系の入力と出力を空間周波数領域で表わしたものであり、これを結びつける空間周波

\* この仮定は、デルタ関数を使って最終結果を簡単な形で得るために行なったものである。もし  $2w_e$  の領域で切断を行ない標準化関数を用いても、結果は物理的には同じことになるが、式が複雑になる。

数特性を  $[S(\nu)/S(0)]$  とし、これらが

$$\left[ \frac{I(\nu)}{I(0)} \right] = \left[ \frac{I_d(\nu)}{I_d(0)} \right] \cdot \left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] \quad (20)$$

で与えられれば、 $[S(\nu)/S(0)]$  はまさに散乱線のレスポンス関数である。そこで(20)式に(16)と(19)式を代入すると

$$\left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] = \frac{i_0 \delta(0) + I_d(0)}{[i_0 + i_s(0)] \delta(0) + I_d(0)} \times \frac{[i_0 + i_s(0)] \delta(\nu) + I_d(\nu)}{i_0 \delta(\nu) + I_d(\nu)} \quad (21)$$

を得る。これは簡単に

$$\left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] = 1 \quad \nu = 0$$

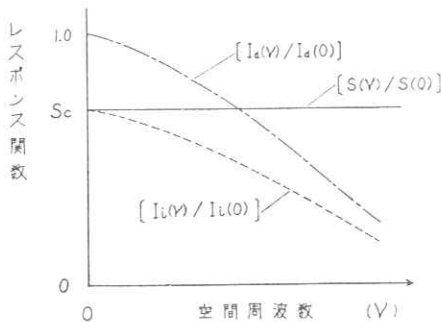
$$= \frac{i_0}{i_0 + i_s(0)} = Sc \quad \nu \neq 0 \quad (22)$$

となる。ここでおいた  $Sc$  は直接線含有率である。この(22)式は、散乱線のレスポンス関数が、原点以外の空間周波数において一定値をとり、直接線含有率に等しいことを示している。これは2の(ii)に対応する結果である。(20)式の関係は、直接線の中にバックグラウンドも含めたものであるが、像構造で今問題にするのは  $i_d(x)$  についてだけである。そこで、この場合には  $i_d(x)$  の出力のスペクトル  $I_i(\nu)$  は、散乱線のレスポンス関数(22)式を用いて

$$\left[ \frac{I_i(\nu)}{I_i(0)} \right] = \left[ \frac{I_d(\nu)}{I_d(0)} \right] \cdot \left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] \quad (23)$$

となる。この様子を第2図に示す。ここで得られた重要な結論は、散乱線の問題をレスポンス関数で取り扱うには、直接線含有率  $Sc$  さえわかればよいということである。

また、通常の撮影で問題になる散乱線の効果は、3.1.1のものではなく、本節のものが一般に該当する。



第2図 広いバックグラウンドを持つ場合の散乱線のレスポンス関数

### 3.2 各種の評価尺度との関係

散乱線の尺度として、今までよく使われていたものには散乱線量比  $K_s$ 、散乱線含有率  $R$ 、再生係数  $B$  等の様であるが、レスポンス関数に現れた直接線含有率  $Sc$  はあまり用いられていない。それらの相互の関係は簡単に

$$Sc = 1 - R = \frac{1}{1 + K_s} = \frac{1}{B} = \frac{i_0}{i_0 + i_s(0)} \quad (24)$$

となる。 $Sc$  を用いれば、2で述べた  $ΔD$  は  $ΔD = 0.43 \gamma \mu Sc \Delta t$  とより簡単な形になる。

線像強度分布等の散乱線の空間的な分布関数との関係を次に求めてゆくが、 $K_s$  が一番それらと簡単な形で結びついているので、以後  $K_s$  を(24)式の中の代表として用いる。

線像強度分布との関係については、 $K_s^*$  を照射野の大きさに依存する形で求めるには、 $K_s$  の定義と(22)式を用いると

$$K_{S-I}(2w) = \frac{i_s(x)}{i_0} \Big|_{x=0} = \int_{-w}^w t(u) du \quad (25)$$

が得られる。この(25)式の関係は、一般に  $t(u)$  が有限幅の単調減少関数であるので2の(iv)の結果と一致している。

エッチ像  $i_e(x)$  との関係を求めるには

$$i_n(x) = i_0 \quad x > 0$$

$$= 0 \quad x < 0 \quad (26)$$

の直接線を与えたとして、これを(5)と(6)式に代入すると

$$i_e(x) = i_0 + i_0 \int_{-\infty}^x t(u) du \quad x > 0$$

$$= i_0 \int_{-\infty}^x t(u) du \quad x < 0 \quad (27)$$

を得る。これを(25)式の  $K_{S-I}(2w)$  と比べて、 $w=x$  とおき  $t(u) = t(-u)$  であることを用いれば、これらの関係は

$$K_{S-I}(2x) = (2/i_0) [i_e(x) - i_e(0^+)] \quad x > 0$$

$$= (2/i_0) [i_e(0^-) - i_e(x)] \quad x < 0 \quad (28)$$

と求められる。ここで

$$i_e(0^+) = i_0 + i_0 \int_{-\infty}^0 t(u) du$$

$$i_e(0^-) = i_0 \int_{-\infty}^0 t(u) du \quad (29)$$

を用いた。

次に、2次元の場合への拡張について述べよう。ここで1次元と2次元の量をそれぞれ下附記号 I と II で区別する。まず点像強度分布  $t_{II}(x, y)$  と線像強度分布  $t_I(x)$  との関係は

$$t_I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} t_{II}(x, y) dy \quad (30)$$

であり、2次元のフーリエ変換は

$$T_{II}(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_{II}(x, y) \exp \{-2\pi i(\nu x + \tau y)\} dx dy \quad (31)$$

で定義される。普通等方的な現象の時に1次元で用いら

\*  $K_s$  は、1次元と2次元の場合を下附記号 I, II で区別し、照射野の関数とする。変形されたベッセル関数  $K_\nu$  と混同しないために以後2つの下附記号を用いる。

れる  $T_I(\nu)$  は,  $T_I(\nu) = T_{II}(\nu, 0)$  として求められる。それは, (3)式で,  $\tau=0$  とし(3)式を用いると

$$T_{II}(\nu, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-2\pi i \nu x) \int_{-\infty}^{\infty} t_{II}(x, y) dy$$

$$= T_I(\nu) \quad (32)$$

となるからである。次に  $K_{S-I}$  を 2次元に拡張すると

$$K_{S-II}(A) = \iint_A t_{II}(x, y) dx dy \quad (33)$$

となる。積分は照射野の形状Aの範囲で行なう。円形の照射野の場合には, その直径を  $2l$  とすると

$$K_{S-II}(2l) = 2\pi \int_0^l t_{II}(r) r dr \quad (34)$$

となる。ただし,  $t_{II}(r)$  は,  $t_{II}(x, y)$  を極座標で表わしたものであり, 回転対称とする。

### 3.3 線像強度分布の指数関数近似

散乱線の線像強度分布は, 後の4で述べるが, 実験と比べたところ指数関数分布に良く近似している。これを用いて3.2で述べた各種の分布関数と散乱線量比を求めてみよう。

まず, 線像強度分布を

$$t_I(x) = (na/2) \exp(-a|x|) \quad (35)$$

とすると, このフーリエ変換は

$$T_I(\nu) = \frac{na^2}{a^2 + (2\pi\nu)^2} \quad (36)$$

であり, 回転対称の場合の点像強度分布は

$$t_{II}(r) = (na^2/2\pi) K_0(ar) \quad (37)$$

となる<sup>(13)</sup>。ここで  $K_0$  は変形されたベッセル関数を示す。(35)と(37)式は, 全エネルギーが  $n$  になる様に正規化してあり, (38)式は, (36)式を(2)式に代入して得られる。また(37)式を(38)式に代入すると(38)式になる。

エッジ像の分布は, (38)式を(37)式に代入して計算すると

$$i_e(x) = i_0 \{1 + n - (n/2) \exp(-ax)\} \quad x > 0$$

$$= (i_0 n/2) \exp(ax) \quad x < 0 \quad (38)$$

となり, 指数関数の変化を有している。

次に散乱線量比を求める。まず1次元のスリット状照射野に対応する  $K_{S-I}(2w)$  は, (3)式を(3)式に代入して

$$K_{S-I}(2w) = \frac{na}{2} \int_{-w}^w \exp(-a|x|) dx$$

$$= n \{1 - \exp(-aw)\} \quad (39)$$

を得る。円形のグイアフラムの場合には, 直径を  $2l$  とすると, (37)式を(38)式に代入して

$$K_{S-II}(2l) = na^2 \int_0^l K_0(ar) r dr$$

$$= n \int_0^{al} K_0(z) z dz \quad (40)$$

となるが, ここで  $ar = z$  とおいた。次にベッセル関数の公式<sup>(14)</sup>

$$\left(\frac{d}{dz}\right)^n \{z^\nu K_\nu(z)\} = (-1)^n z^{\nu-n} K_{\nu-n}(z) \quad (41)$$

において  $n=1, \nu=1$  としてこれを積分し, また

$$\lim_{z \rightarrow 0} z K_1(z) = 1 \quad (42)$$

であることを使うと(40)式は

$$K_{S-II}(2l) = n \{1 - al K_1(al)\} \quad (43)$$

と計算される。次に長方形の照射野の場合を求める。その照射野が  $2p \times 2q$  に限られていると(3)を(3)式に代入し

$$K_{S-II}(2p, 2q) = \frac{na^2}{2\pi} \int_{-p}^p \int_{-q}^q K_0(a\sqrt{x^2+y^2}) dx dy$$

$$= \frac{na^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(a\sqrt{x^2+y^2}) \text{rect}(x, y) dx dy \quad (44)$$

となる\*。これに2次元のParsevalの等式の一般形を用いて空間周波数領域の積分におきかえると

$$\frac{na^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(a\sqrt{x^2+y^2}) \text{rect}(x, y) dx dy$$

$$= 4na^2 pq \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin c 2\pi p \nu \sin c 2\pi q \tau}{a^2 + 4\pi^2(\nu^2 + \tau^2)} d\nu d\tau \quad (45)$$

を得る\*\*が, この右辺は,  $\nu$  あるいは  $\tau$  に関して積分を求めることができる。それは再び Parseval の等式を使って

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{a'^2}{a'^2 + (2\pi\nu)^2} \sin c 2\pi p \nu d\nu = \frac{a'}{4p} \int_{-p}^p \exp(-a'|x|) dx$$

$$= \frac{1}{2p} \{1 - \exp(-a'p)\} \quad (46)$$

となるので, (45)式の右辺にこれを用いると結局

$$K_{S-II}(2p, 2q) = 2na^2 q \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin c 2\pi q \tau}{a^2 + (2\pi\tau)^2}$$

$$\times \{1 - \exp(-p\sqrt{a^2 + (2\pi\tau)^2})\} d\tau \quad (47)$$

となる。ここで  $p \leq q$  とし,  $q$  が大きいとこの積分は最初の  $\sin c$  関数によって  $\tau$  の原点付近に限られる。すると最後の指数の中の積分にきく範囲の  $\tau$  では,  $aq \gg \pi$  であれば明らかにこれを近似的に  $\exp(-p\sqrt{a^2 + (2\pi\tau)^2}) \approx \exp(-ap)$  とおける。すると(47)式は近似的だが, 簡単な形で

$$K_{S-II}(2p, 2q) \approx 2na^2 q \{1 - \exp(-ap)\} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin c 2\pi q \tau}{a^2 + (2\pi\tau)^2} d\tau$$

$$\approx n \{1 - \exp(-ap)\} \{1 - \exp(-aq)\} \quad (48)$$

と求まる。この結果は, 長方形の2辺の中で1辺さえ充

\*  $\text{rect}(x, y)$  は  $2p \times 2q$  の中で1で, その他で0である様な関数を示す。

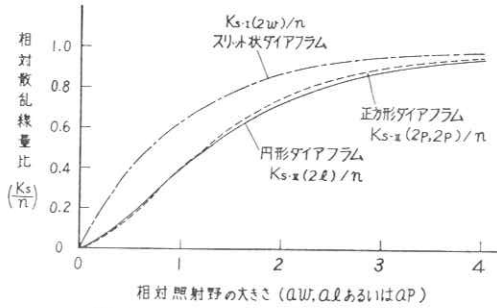
\*\*  $\sin c X = \sin X/X$

分大きければ良い近似で成立する。正方形のダイアフラムの場合には、1辺を  $2p$  とすると、(48)式から

$$K_{s-H}(2p, 2p) \approx n[1 - \exp(-ap)]^2 \quad (49)$$

となる。

1次元スリット状、円形、および正方形ダイアフラムによる散乱線量比の(48)、(49)および(49)式の計算結果を第3図に示す。照射野が小さい時に正方形のものが、円形のものより小さくなっているが、これはこの様な照射野では(48)式の近似が成立しないためだと考えられる。



第3図 散乱線量比の照射野依存性

### 3.4 鮮鋭度と感度の関係

散乱線の効果は、今まで述べた様に鮮鋭度を減少させるが、感度の点では見かけ上、上昇させる。これを同時に評価することを次にとりあげよう。

簡単のため撮影系に含まれる不鋭の因子を増感紙と散乱線だけとし、増感紙の相対感度を  $k$ 、増感紙のレスポンス関数を  $\exp(-A\nu)$  で近似する<sup>(15)</sup>。鮮鋭度の単一評価尺度としてレスポンス関数の積分値  $Q$  をとり、また散乱線がある時の見かけ上の相対感度を  $E$  とすると、それらは

$$Q = \int_0^{\infty} \left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] \exp(-A\nu) d\nu = Sc/A \quad (50)$$

$$E = k/Sc \quad (51)$$

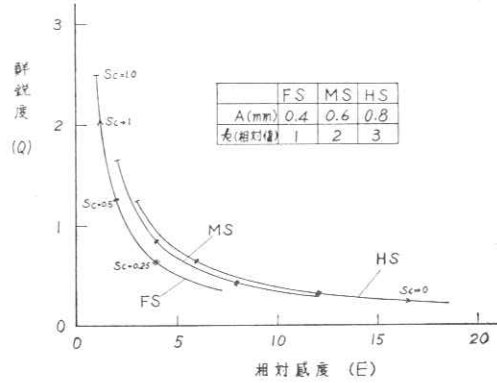
となる。ここで、(50)式で(51)式を用いた。そこで両者は  $Q \cdot E = k/A$  (52)

の反比例の関係を示し、その定数は増感紙に固有である。直接線含有率  $Sc$  は、 $1 \geq Sc \geq 0$  の値が可能であり、この時の  $Q$  と  $E$  は、極値でそれぞれ

$$Sc \rightarrow 1 \quad Q_1 = 1/A, \quad E_1 = k \quad (53)$$

$$Sc \rightarrow 0 \quad Q_0 = 0, \quad E_0 = \infty \quad (54)$$

をとる。この様子は、第4図のごとく縦軸と横軸にそれぞれ  $Q$  と  $E$  をとって示すとわかりやすい。ここでは、蛍光増感紙 FS, MS, および HS の公称値<sup>(15)</sup> を用いてグラフを作成した。与えられた被写体と増感紙で撮影する時に、グリッドの様なものを用いて  $Sc$  を制御できるとすれば、その時の相対感度と鮮鋭度の変化は、第4図の中の曲線上を移動することになる。具体的な例では、

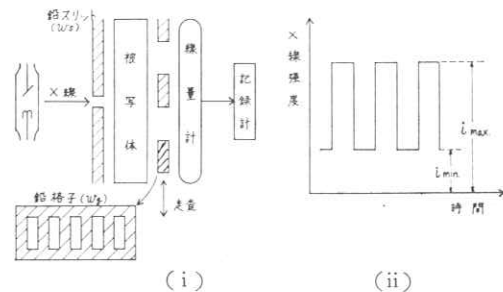


第4図 直接線含有率による鮮鋭度と相対感度の変化

$Sc=0.25$  になれば、感度は4倍になるが、鮮鋭度は4分の1に減少する。また、FSとHSの曲線を比べると、 $Sc=0.5$  以下の状態でFSを使用するのは得策でなく、HSを用いて  $Sc$  をできるだけ大きくすれば、感度も鮮鋭度もFSを使用するよりも有利な場合があることを示している。

### 3.5 測定法

散乱線のレスポンス関数を定める直接線含有率を測定するには、写真レンズや蛍光板<sup>(16)</sup>等のレスポンス関数の測定に用いられている直接走査方式に類似した方法を用いることができる。測定配置と記録例を第5図に示す。



第5図 散乱線のレスポンス関数測定方式と記録例

第5図(i)では、まず散乱線が発生する被写体に、スリットを通ったX線が照射される。被写体の背後に鉛格子がおりてあり、これはX線照射中にX線の照射と垂直方向に走査される。鉛格子の後は線量計等のX線検出器をおき、これは刻々鉛格子を透過する全直接線と全散乱線を記録する。記録図形の例を第5図(ii)に示す。この極大値  $i_{max}$  と極小値  $i_{min}$  を読みとり、直接線含有率  $Sc$  は、この波形のコントラストから

$$Sc = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} \quad (55)$$



として求められる\*。この方法でスリットと格子の位置を互いに交換しても同じ結果を得るが、その方がX線量が多くなるので測定は容易である。またその時、鉛格子を移動せず、スリットの位置に写真フィルムを用いて、X線量を写真測光的に求めてもやはり、式から直接線含有率は求められる。

この測定で注意すべきことが、2つある。1つは鉛格子のX線コントラストによる補正であり、他はスリット幅と格子間隔の設定である。

鉛格子のX線コントラストは、第5図(i)の配置で、被写体を取り除き、同じ測定を行なって求められる。この時、線質の変化で鉛格子のX線コントラストが変化するから注意しなければならない。鉛格子のX線コントラストが1でない時は、式の測定値をこれで割算して真の直接線含有率が求められる。

スリット幅と鉛格子間隔の設定については、第1図を参照して説明する。鉛格子の空隙を  $w_g$  とすると、この格子の基本空間周波数は  $\nu_g = 1/2w_g$  である。上述の測定が直接線含有率だけを測るためには、第1図の散乱線のレスポンス関数は充分平坦になっていなければならない。そこで  $[T(\nu_g)/T(0)] \leq 0.02$  の様に  $\nu_g$  を選んだとし\*\*、 $T(\nu)$  に式を用いると

$$\nu_g \geq 7a/2\pi \text{ あるいは } w_g \leq \pi/7a \quad (56)$$

となる。次に、スリット幅  $w_s$  の設定であるが、第1図の  $[I_D(\nu)/I_D(0)]$  はスリットの正規化したフーリエ変換に相当する。これは、測定する空間周波数  $\nu_g$  では1とみなせなければならないので、この時の理想値からの偏差をここでも0.02と仮定し、 $\sin c \pi \nu_g w_s \geq 0.98$  とすると\*\*\*

$$w_s \leq 0.11/\nu_g \text{ あるいは } w_s \leq 0.22w_g \quad (57)$$

となる。56と57式をまとめれば近似的に

$$5w_s \leq w_g \leq \pi/7a \quad (58)$$

を得る。 $w_s$  の下限は、スリットが狭くなってX線管焦点の大きさが影響する時に与えられるが、実験的にはスリット幅はなるべく大きくした方が測定精度の面で有利である。

水ファントーム 50~100 mm で 60 kVp の時、4項の結果の  $\alpha$  の値を用いると、大体  $w_g$  は 8~15 mm であり  $w_s$  は 1.6~3 mm を用いるとよいことになる。

散乱線の線像強度分布、エッジ像および散乱線量比等の照射野依存性の測定に関しては、相互に換算が可能であり、原理的にはどれを直接測定しても同じことである

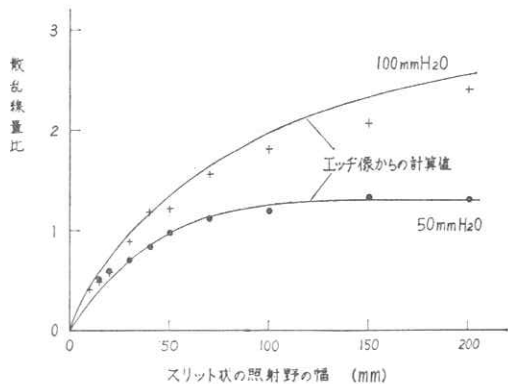
が、エッジ像を用いるものが測定精度と簡便さの点で一番有利ではないかと考えられる。

#### 4. 実験結果との比較

次に今まで述べたことの妥当性を検討するために、実験的な比較を行なう。散乱線を発生する被写体としては 5 mm 厚で内容積  $50 \times 500 \times 500 \text{ mm}^3$  および  $100 \times 500 \times 500 \text{ mm}^3$  のアクリル容器に水を満たし、50 mm および 100 mm 厚のファントームとした。X線は 60 kVp (半価層、1.8 mm Al) を用いた。X線は、蛍光増感紙 (FS) と写真フィルム (Blue Brand) を用いて検出し、すべて特性曲線を用いて有効露光量に換算してある。照射野のしゃへいは、4 mm 厚の鉛板によって行なった。実験中特に注意した点は、ファントームとカセット間の距離を一定に保つことで、この実験では 5 mm の間隔を保つ保持枠を用いた。

##### 4.1 散乱線量比の照射野依存性

エッジ像の応答を式から散乱線量比に換算したものと、これを直接測定したものの比較を第6図に示す。実



第6図 散乱線量比の照射野依存性の  
実験と計算との比較

線は、式で  $x > 0$  に対応するエッジ像から求めたものを示し、実験点はスリット状の照射野で直接求めたものである。ここで直接求めた散乱線量比の測定方法は、通常行なわれている狭線束と広線束を用いる方法ではなく、撮影された写真フィルムの像を正確にマイクロデンシトメーターで求めて、この分布から直接線成分と散乱線成分を分離して求めたものである(17)。この方法は、照射野が大きくなるとトレースされた像が境界の部分で急激に変化するので、わりと容易に直接線と散乱線成分を分離することができる。第6図に得られた結果は、エッジ像と散乱線量比の関係が式に従うことを示していると考えられる。

次に、照射野が充分大きくなった時の散乱線量比を  $n$  とし\*、 $(n - K_s - 1)$  の対数を縦軸にとり、 $2w$  を横軸にと

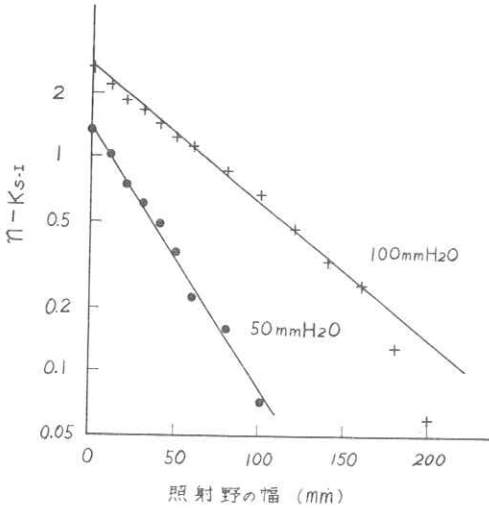
\* 式で、 $w \rightarrow \infty$  とした時の値と解釈される。

\* 式が、レスポンス関数の値のものであることは、文献(1)のp. 245~p. 247を参照して下さい。

\*\* ここで0.02の値は、任意に選んだが、測定の精度から考えてこれより小さくする必要はないと考えられる。

\*\*\* この測定は、矩形応答なので、高調波が入りこんでいるからこの様に設定しても実験的な誤差は非常に少ない。

って図を書きかえると第7図を得る。ここで、50mmおよび100mm厚の両ファントームにおいて、ほぼ直線となっている。そこで、この水ファントームから発生する散乱線の散乱線量比は、近似的に(8)式の関係を満たすことがわかった。つまりこのもとをたどれば、散乱線の線像強度分布が、指数関数状分布をし、(9)式で与えられるという結論を導く\*。



第7図 散乱線量比の指数関数近似

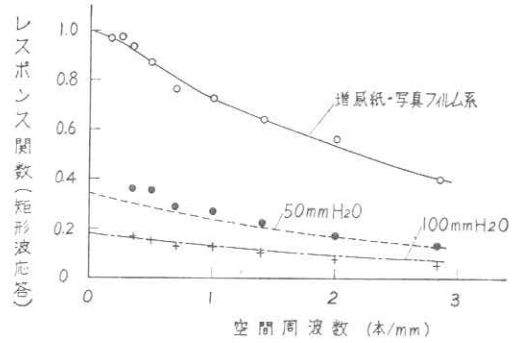
第1表 水ファントームによる散乱線の諸定数

	50mm H <sub>2</sub> O	100mm H <sub>2</sub> O
$n$	1.3	2.6
$a(\text{mm}^{-1})$	0.056	0.030
$na/2$	0.036	0.039
半値幅 (mm)	29	54

2つのファントームの場合の各種定数を、第7図から求め、これを第1表に示した。 $na/2$ は、単位強度のデルタ関数状の直接線が入射した時の、散乱線の線像強度分布の原点における値であり、4%以下であって非常に小さい。このことは、線像強度分布を直接観測することの非常に困難なことを示している。50mmと100mm厚の場合を比べると、これらは原点における強度はほとんど等しいが、空間的な広がりには100mm厚のものが約2倍も大きくなっている。

#### 4.2 レスpons関数

レスpons関数の測定には、0.05mm厚の鉛製矩形波チャートを用い、測定系に含まれる不鋭の要素として増感紙と写真フィルムの組み合わせた系と散乱線だけが入りこむ様にした。第8図は、実験と計算との比較を示



第8図 散乱線のレスpons関数の実験と計算との比較

す。実験は、被写体を取り除いて増感紙と写真フィルムだけの矩形波応答を測定したものであり、点線と1点鎖線は、これに照射野が200mm幅の場合の50mmおよび100mm厚ファントームの $S_C$ を乗じて計算した曲線である。ただし、この時ファントームを入れたためにチャートのX線コントラストが、50mmおよび100mm厚の場合にそれぞれもとの値から76%および65%に減少することを補正してある。点線および1点鎖線と実験点との比較は、50mm厚の場合に低空間周波数で若干ずれているが、大体良く一致していると考えられる。そこで、散乱線を含む系のレスpons関数は(9)式に従うと結論される。

なお、この実験では矩形波応答で比較しているが、これが許される理由は、散乱線のレスpons関数が(8)式で与えられる様な原点で1で、他の空間周波数では定数である時には、(9)式の関係は、矩形波応答の場合でも

$$\left[ \frac{I_i(\nu)}{I_i(0)} \right]_q = \left[ \frac{I_d(\nu)}{I_d(0)} \right]_q \cdot \left[ \frac{S(\nu)}{S(0)} \right] \quad (9)$$

として成立するからである。ここで下附記号 $q$ は矩形波応答を示す。この(9)式は、矩形波をフーリエ級数に展開し、それぞれを矩形波応答と正弦波応答に書きかえ、(9)と(9)式を用いれば容易に証明される。

散乱線量比の照射野依存性とレスpons関数の実験で得られた結果は、散乱線の写真効果がわりと単純な法則に従って作用しているという結論を与えると考えられる。

#### 5. おわりに

散乱線に関する実験や研究は、古くから非常に多い。それらの写真の画質に対する効果は、今まで他の不鋭を与える要素と結びつかずに評価されていた。また、測定されたデータの互いに有する関連は、あまり論じられてはいなかった様である。レスpons関数の出現は、散乱線の画質に及ぼす効果を定量的に、より精密に議論することを可能とし、また他の因子との結びつきを明らかに

\* 骨からの散乱線について、I.I.-TV系を用いて行なった最近の木下等の実験結果<sup>(18)</sup>も、指数関数に近似している。

した。本解説では、散乱線のレスポンス関数がどの様にして定義され、他と結びつくかを述べた。

### 文 献

- (1) 土井邦雄：非破壊検査 14, 201, 245 (1965)
- (2) 津田元久：放射線像の研究 第1巻 (R I I) 91 (1967)
- (3) 内田勝, 宇山茂樹, 村田和美：放射線像の研究 第1巻 (R I I) 86 (1967)
- (4) 滝沢達児, 高橋宏一, 三浦典夫：極光 X-Ray No. 20, 48 (1966)
- (5) 藤沢謙三郎：日本放射線技術学会誌 17, 171(1962)
- (6) 一色貞文, 片岡邦郎, 高正植, 山沢富雄：非破壊検査 12, 121 (1963)
- (7) 畑中勇：放射線像の研究 第1巻 (R I I)80(1967)
- (8) 佐藤大令：日本放射線技術学会誌 17, 186 (1962)
- (9) E. Fenner：The Third Colloquium on Diagnostic Radiologic Instrumentation (in press)
- (10) 富士岳：非破壊検査 9, 231 (1960)
- (11) 加地昭夫, 土井邦雄：極光 X-Ray No.20, 1(1966)
- (12) 土井邦雄：応用物理 35, 559 (1966)
- (13) D.P. Paris：J. Opt. Soc. Am. 51, 988 (1961)
- (14) 森口繁一, 宇田川銈久, 一松信：数学公式 III 174 (1963) 岩波書店
- (15) 平城実, 土井邦雄：極光 X-Ray No. 21, 12(1967)
- (16) 土井邦雄, 佐柳和男：応用物理 33, 712 (1964)
- (17) 土井邦雄, 秋本英治：第14回R I I (東京) (1967)
- (18) 木下幸次郎, 中島縁彦, 竹中栄一：第15回R I I (京都) (1967)

## 第 4 章 散乱線のレスポンス

芝電気基礎研	木下幸次郎
	滝口隆 井内昭一
芝電気	鏑晃一
東大医放	竹中栄一
NHK基礎研	中島緑彦

## 〔目的〕

放射線像のレスポンス中に被写体を構成する物質の性質を導入して、像の細部の品質の向上を計る目標を得ることである。

## 〔方法〕

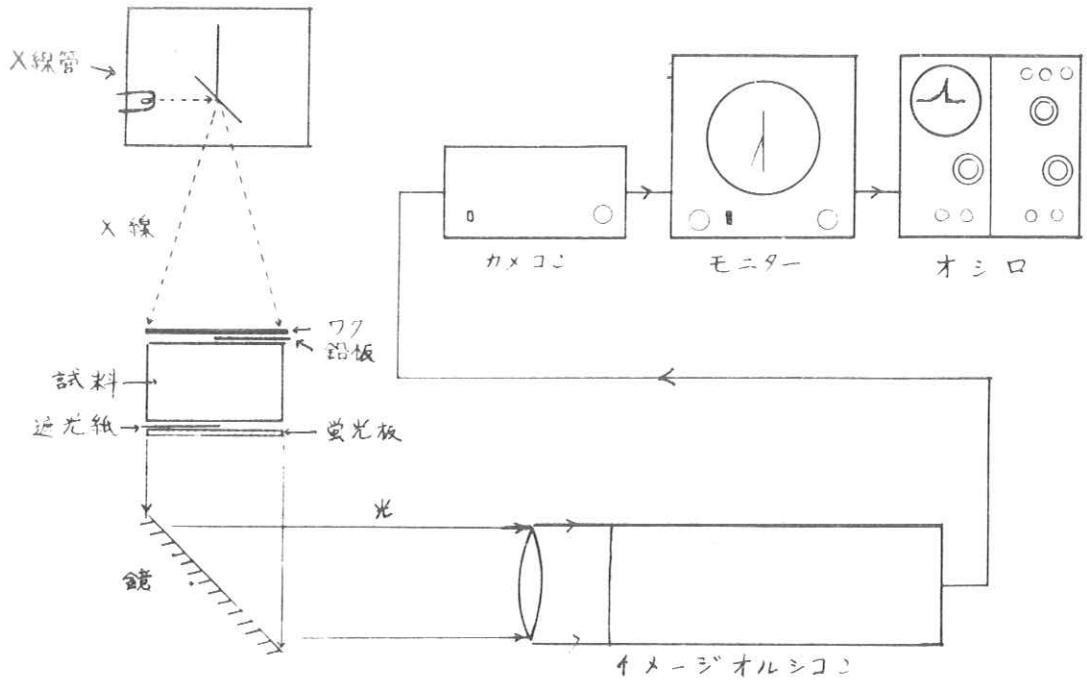
1) 物質の選択は水と骨を対象とした。骨は  $Ca_3(PO_4)_2$  が X 線分析で骨に近い事を確かめ、一部は粉末を用い、さらに成分比水：ゼラチン：グリセリン = 5 : 1 : 1 の結合剤中に、重量比 40% の  $Ca_3(PO_4)_2$  を混入し第 1 表の組成の固体資料を用いた。2) 物質の性質のレスポンスへの影響は、吸収係数と散乱線の波形即ち、空間周波数スペクトルとであるから、Nemmar t 法を改良した交差エッチ法を開発して、第一図系統図の通り X 線テレビジョンとオシロスコープで測定した。

## 〔結果〕

散乱線のレスポンスは空間波形では、像面上の距離  $x$  に対して指数関数形  $\exp(-\alpha x)$  であった。減衰係数  $\alpha$  は照射面積 ( $S$ ) と厚み ( $d$ ) の関数であって、 $S$  が数百  $cm^2$  から数十  $cm^2$  の内では  $\alpha = A(d) \ln S + B(d)$  [但し、 $A(d)$ 、 $B(d)$  は厚みの関数である。] の形で近似し得る。散乱振巾についてもほぼ同形であった。第二図から第七図に 100 kVp の例を、固体、粉末、水の順に減衰係数、振巾を図示してある。固体の散乱係数を厚みと電圧について第二表に示した。骨と水では、水の方が減衰係数は照射面積の増加につれて早く一定値に収束する。小面積では 100 kVp から 50 kVp の範囲では、水の方が  $\alpha$  が小さい。

## 〔結論〕

以上の結果から次の事が明らかになった。1) 散乱線のレスポンス関数に及ぼす影響は指数関数形  $\exp(-\alpha x)$  である。2) 減衰係数  $\alpha$  は固体、粉末、水の順に小さくなる。 $\alpha$  と散乱振巾は、本測定の範囲では照射面積と厚みの関数であって固体、水の場合には、ほぼ照射面積の対数に比例する。水の  $\alpha$  は、固体、粉末より面積の増加につれ早く一定値に収束する。



実験装置の系統図

第一図

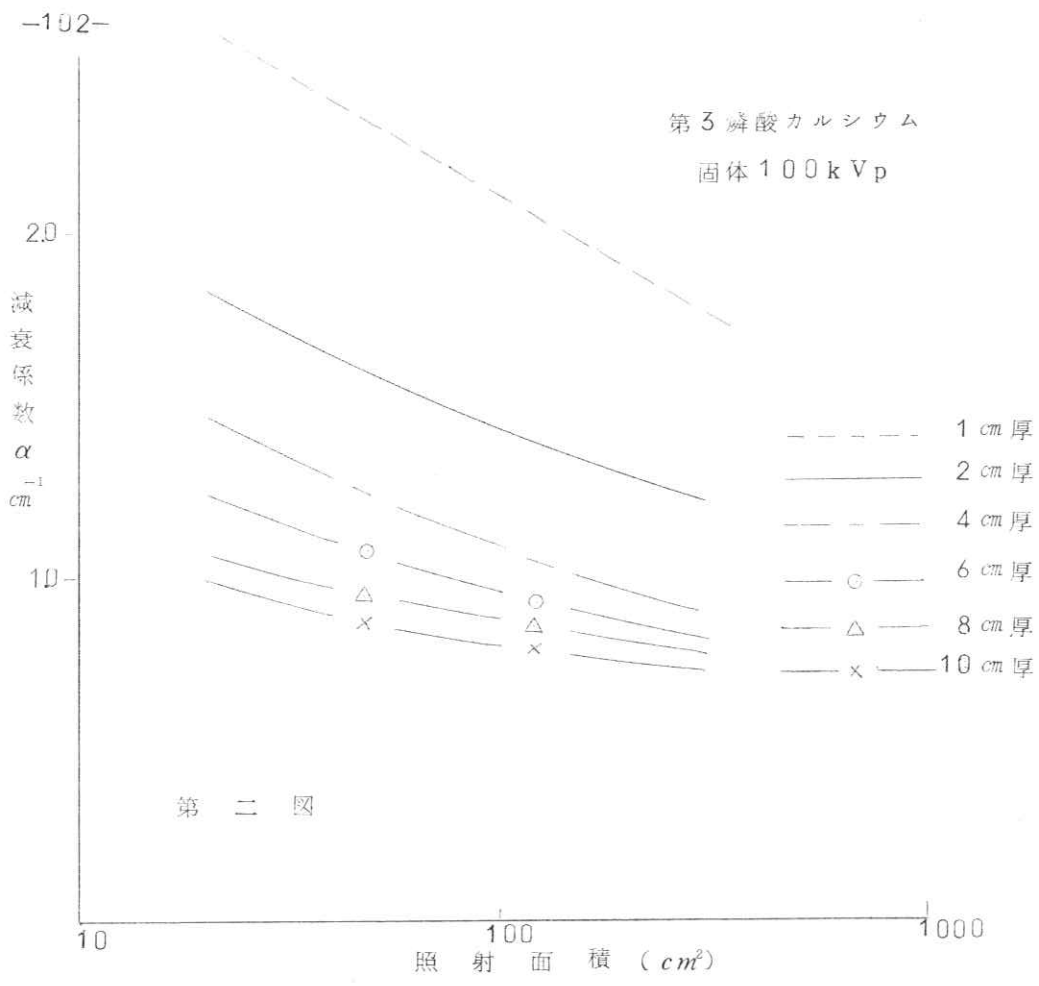
	骨		$Ca_3(PO_4)_2$	$CaH(PO_3)_2 \cdot 2H_2O$	$CaCO_3$
比重	1.9~2.0		1.25	1.31	1.59
作成試料	A	水	2500g	2500g	2500g
		ゼラチン	500g	500g	500g
		グリセリン	500g	500g	500g
	B	粉末	2350g	2400g	4000g
$B/A+B$	(%)		40.19	40.68	53.33

第一表

減 衰 係 数  $\alpha$ 

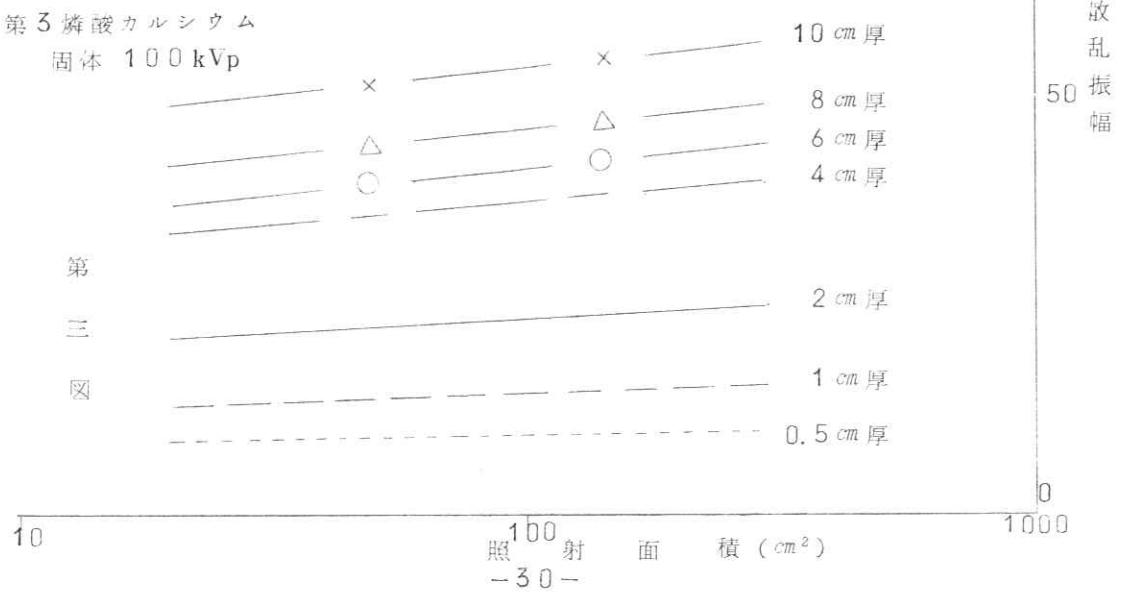
厚 み (cm)	電 圧 (kVp)	$Ca_3(PO_4)_2$	$CaCO_3$	$CaH(PO_4) \cdot 2H_2O$
0.5	60	2.481	-----	-----
	80	2.281	-----	-----
	100	1.724	-----	-----
1	60	2.074	-----	-----
	80	1.944	-----	-----
	100	1.699	-----	-----
2	60	1.685	1.803	1.439
	80	1.333	1.256	1.561
	100	1.119	1.497	1.493
4	60	1.265	1.288	1.229
	80	1.103	1.201	1.211
	100	0.852	0.950	1.060
6	60		1.036	1.073
	80	1.148	0.976	0.906
	100	0.817	0.848	0.767
8	60			1.057
	80	0.915	0.918	0.762
	100	0.874	0.776	0.670
10	60			
	80	0.733	1.067	0.723
	100	0.755	0.697	0.634

第 二 表

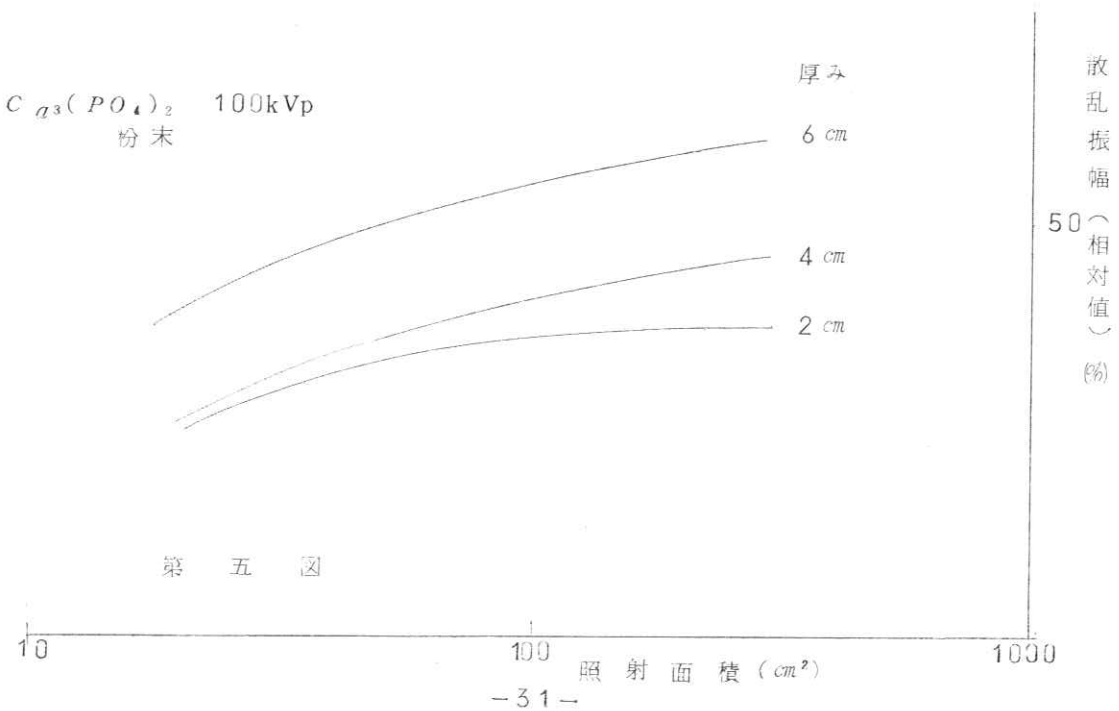
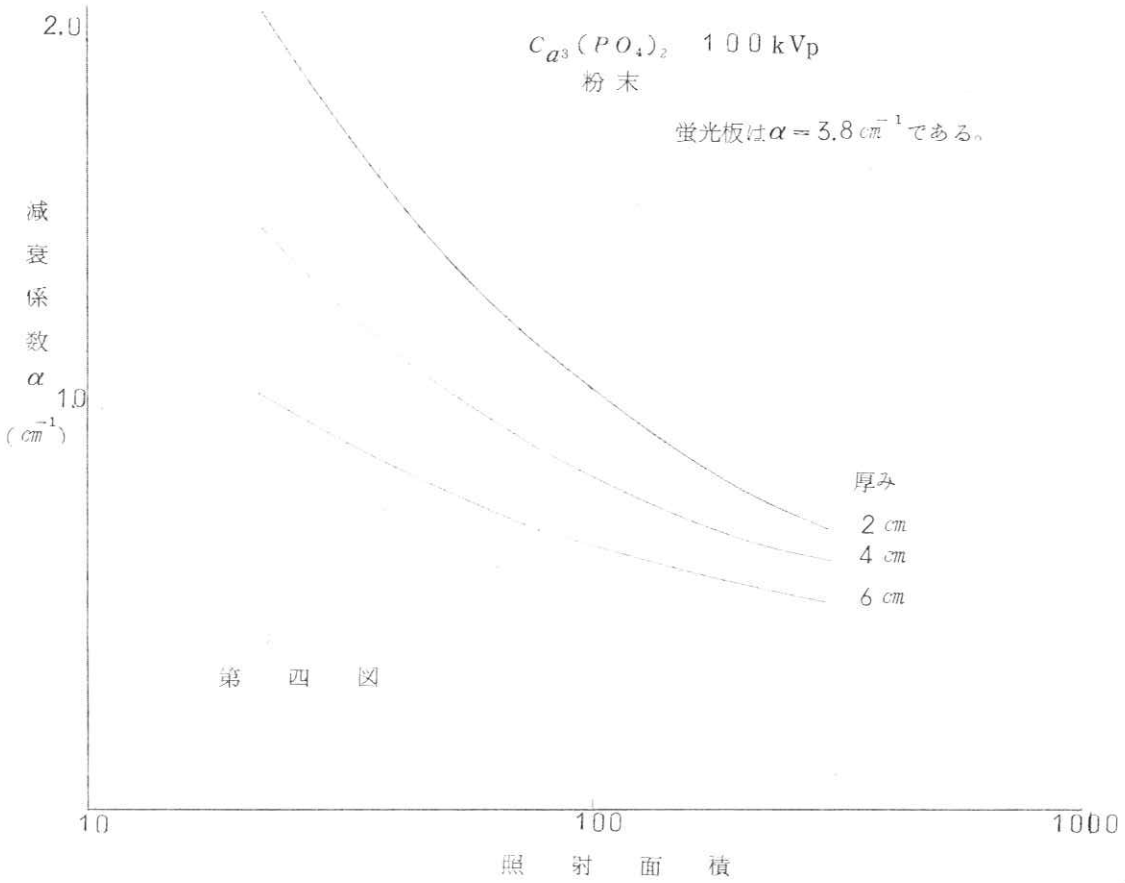


第二 図

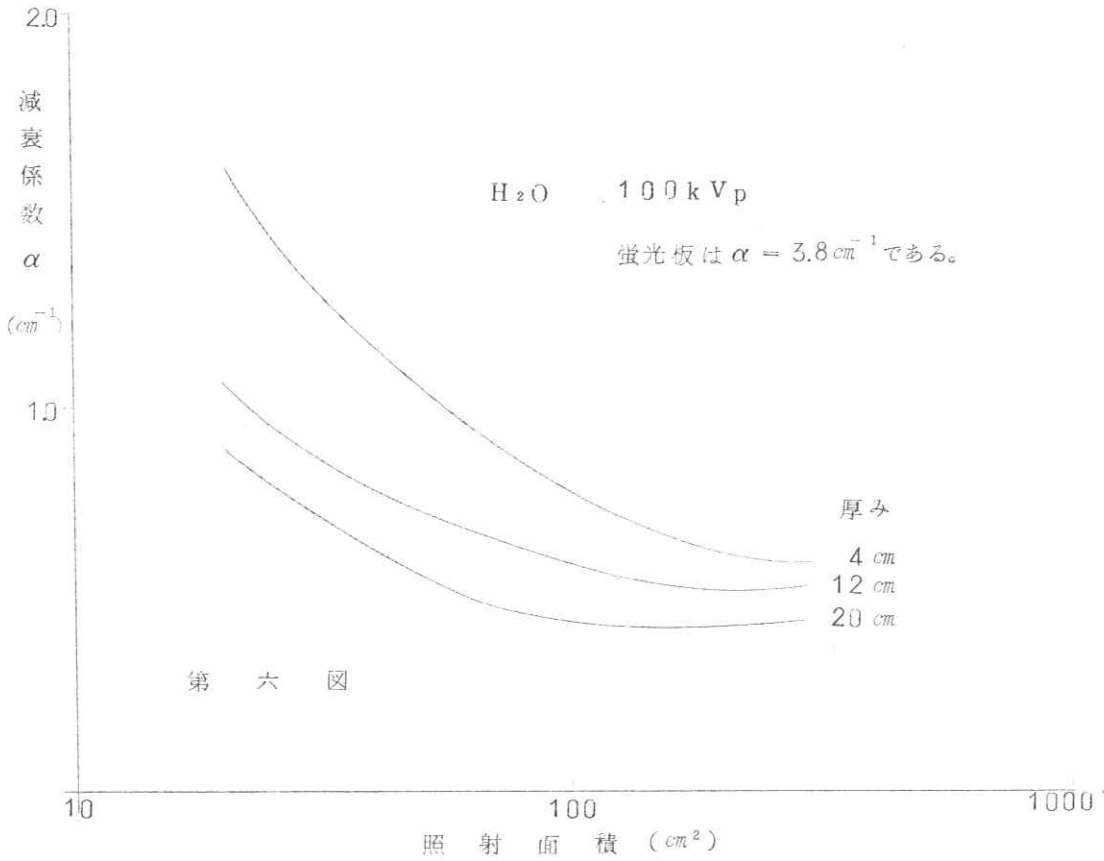
第3 磷酸カルシウム  
固体 100 kVp



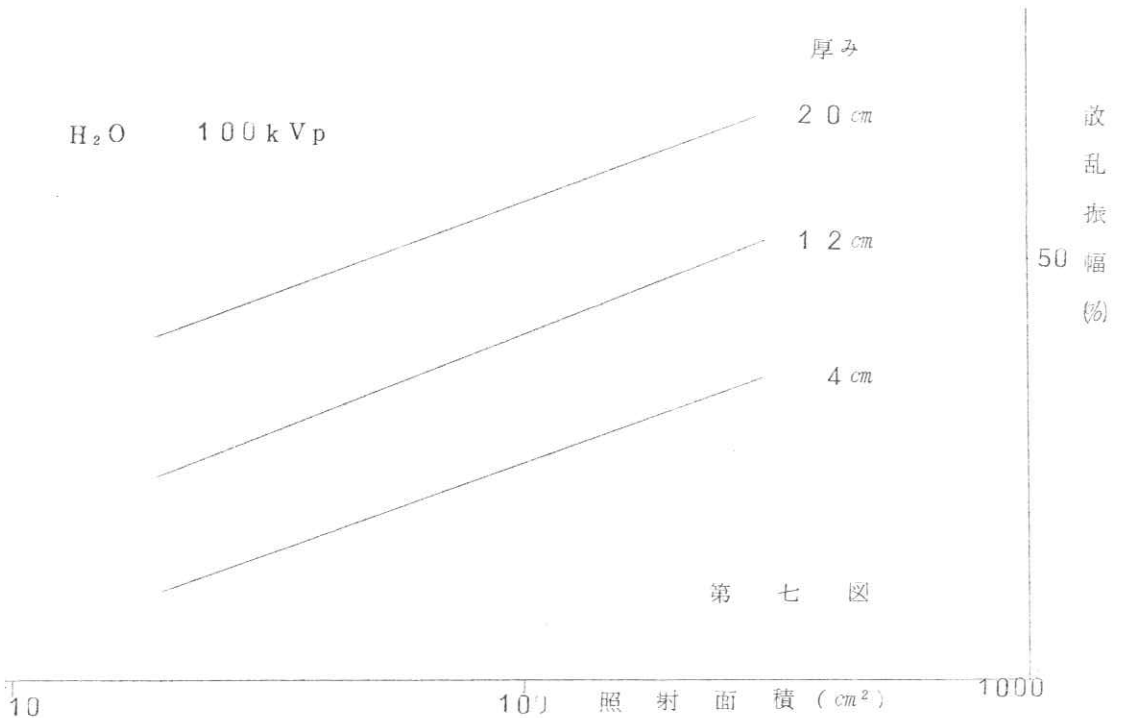
第 三 図







第六図



第七図