

# 第 7 編 X 線 像

第 1 章	解 説	金 森 仁 志	1 頁
第 2 章	電子計算機による X 線写真の情報処理、 胸部 X 線写真のパターン認識	鳥 脇 純 一 郎	3
	第 1 節 加法的ガウス雑音をともな う Pandom Mass Pattern の識別	"	3
	第 2 節 雑音をともなう二次元図形 の境界の一識別法	"	18
	第 3 章 胸部 X 線写真の濃度分布の 性質と肋骨境界の自動識別	"	26
	第 4 節 電子計算機による胸部 X 線 写真の病巣陰影識別に関する 基礎的実験	"	36
第 3 章	X 線写真の情報容量 ( 1 4 - 4 )	金 森 仁 志	44
	第 1 節 情報容量の概念	"	44
	第 2 節 Information Capacity of Radiographic Images		46
第 4 章	X 線像伝送系の倍率を含んだ O T F ( 1 2 - 4 )	木 下 幸 次 郎 竹 中 栄 一 中 島 緑 彦	54

## 第 7 編 X 線 像

### 第 1 章 解 説

今回は、X線像について、3つの研究報告を収録する。それぞれ、異った数学的手法を用いているので、個別に解説する。

#### (1) 第2章の概要

最近急速に発達してきた情報処理技術を放射線像の判定に応用することが試みられるようになってきた。それは、元来、医師と言う専門家がおこなっていた高度の処理作業を電子計算機に代行させて、処理操作を早く、安定におこなわせると言う目的をもっている。これは、情報工学で重要な分野をなしている「パターン認識」の応用例である。郵便番号を読んで、郵便物を自動的に仕分けする事も、パターン認識が実用化された一つの例である。

第2章は、名大の鳥脇先生に特別講演をして頂いた内容で、電子計算機によるX線写真の情報処理と、これを胸部写真に適用した結果をのべてある。この章の第1節では基礎事項を解説している。すなわち、パターンの簡単なモデルを設定し、加法的ガウス雑音が重畳している場合の識別方法をのべて、乱数から作った人工的パターンに適用している。第2節では、X線像のように複雑な濃淡のある図形の処理に必要な手法を提案し、第3節では、X線写真の性質を分析して、特に胸部写真について、肋骨の像を除去してから病巣を識別する方法を検討している。第4節では、肋骨像を除去したあとで病巣を識別する具体的手順をのべて実験例を示し、多くの問題点を示している。このような基礎的な研究が積み重ねられて、はじめて、胸部写真のような複雑な像の自動診断を実用化することができるので、この方面の研究を志す人が、今後、益々、増加することが望まれている。

#### (2) 第3章の概要

2年前に発行された第1巻に、「レスポンス関数」と言う副題がついていたように、本研究会では、今まで、周波数領域での解析の問題が主としてとりあげられてきた。これは、画像評価の一つの重要な要素である鮮鋭度を合理的に表示するものである。この他に、コントラスト(階調)と雑音が重要な要素であるが、この3つを総合して撮影系や透視系の能力を評価し、各被写体に対して、適当な系を選定する必要がある。その一つの手段として、Shannon が作りあげた「情報理論」を用いるのが適当である。この研究の第1段階として、第3章で、X線直接撮影系の情報容量を算定している。まず、第1節で画像の「情報容量」の概念をのべて、第2節で、具体例をあげている。その結果によれば、増感紙を使わずに、フィルムに直接撮影する時の情報容量は約60,000 bits/mm<sup>2</sup>であるが、増感紙を使ったり、目で見たりすると1000 bits/mm<sup>2</sup>以下に減少することがわかる。

#### (3) 第4章の概要

像の倍率と画角特性を、周波数解析の手法で詳細に論じたもので、内容を要約すればつぎのようになる、

X線撮影系を一次元に縮小した最も単純な系、すなわち、X線源・被写体・再生系からなる系と考えたとき、この系の空間伝達特性——レスポンス関数——を被写体のX線透過率にある試験関数を与えて調べた。その結果一次元のX線撮影系は、X線の放射方向およびその方向でのX線源からX線像までの距離で定まる非線形ひずみをもち、倍率による空間周波数変換する系およびX線源のレスポンス関数の中心空間周波数を入力信号の空間周波数に変移した帯域制限系で構成されていることがわかった。また、X線管の焦点の強度分布も伝達系における一重要要素であることが明らかになった。

(金 森 記)

## 第 2 章 電子計算機による X 線写真の情報処理, 胸部 X 線写真のパターン認識

名古屋大学工学部 鳥 脇 純 一 郎

## 第 1 節 加法的ガウス雑音をともなう Pandom Mass Pattern の識別

## 1. まえがき

この論文では, 加法的雑音をともなう形の不規則な濃度一定のパターンの識別方法が考察されている。この方法は, 電子計算機を用いた図形処理システムのもつべき基本的機能の一つとしてとりあげたものであり, その具体的な適用例としては, 胸部 X 線写真処理システムにおける病巣陰影識別への応用が想定されている。本文前半ではパターンの簡単なモデルを設定してそれに対する識別方法をみちびく。後半では実際に胸部 X 線写真の識別実験に利用される判定関数について, その導出の過程を示し, 能力の評価を行なう。さいごに, 乱数による人工的なパターンに対する識別実験を行ない, その方法が有効であることを確かめている。

## 2. パターンと雑音

本文で扱われるパターンおよび雑音としては, 以下のようなものを考える。

パターンは画面内に適当にとられた標本点における濃度値の集合として与えられるとする。画面上に適当に座標軸をとり標本点の位置を  $(x_i, y_j)$ , その点の濃度を  $a(x_i, y_j)$ , パターン全体を  $\{a(x_i, y_j)\}$  等で表わす。

パターン  $\{s(x_i, y_j)\}$ : ある大きさ以上のひろがりを持ち, 形, 大きさおよび存在位置はランダムでかつ濃度一様の図形 (以下 Random Mass Pattern とよび, RMP と略記する。)。同一画面内に多数存在しうる。

また, その濃度は既知とする。

雑音  $\{n(x_i, y_j)\}$ : 画面全体にわたって一様な平均値 0, 分散  $\sigma^2$  の加法的ガウス雑音。標本点相互間およびパターンとは確率的に独立。

観測パターン  $\{v(x_i, y_j)\}$ :

$$v(x_i, y_j) = s(x_i, y_j) + n(x_i, y_j) \quad (1)$$

このとき識別系に要求されることは, 観測パターン  $\{v(x_i, y_j)\}$  からその中に存在する RMP すべてについてその位置と形状の概略を識別することである。

## 3. 識別方法にかんする基礎的考察

## 3.1 識別方法の導出

この節で用いる主な記号をまとめておく。

$Q$  : 任意の標本点。

$S_1$  : 標本的  $Q$  が RMP 上にあるという状態,  $S_0$  : 標本点  $Q$  の他の状態

$R$  : 点  $Q$  の近傍領域,  $v_R$  :  $R$  内標本点の濃度の観測値の集合。



$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_{M_1}$  : 点Qが状態  $S_1$  であるときの  $R$  内標本点の組の可能な状態。

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j, \dots, \beta_{M_0}$  : 点Qが状態  $S_0$  であるときの  $R$  内標本点の組の可能な状態。

まずすべての標本点についてその状態が  $S_0$  であるか  $S_1$  であるかがきめられれば少なくとも識別の第1段階は終了する。そこで、雑音の存在を考慮に入れて、各標本点の状態をその近傍領域の観測値の組から推測することを考える。このばあい、点Qとその近傍領域  $R$  における  $v_R$  が知られるならば、

$$L_{ij} \equiv \frac{p(v_R | S_1, \alpha_i)}{p(v_R | S_0, \beta_j)} > \frac{p(S_0, \beta_j) C_{10j}}{p(S_1, \alpha_i) C_{01i}} \left. \begin{array}{l} \rightarrow \text{点Qの状態は } S_1 \\ \\ \rightarrow \text{点Qの状態は } S_0 \end{array} \right\} \quad (2)$$

ただし、 $C_{10j}$  ( $C_{01i}$ ) は点Qの状態が  $S_0$  ( $S_1$ ) であつて  $R$  内の状態が  $\beta_j$  ( $\alpha_i$ ) であるときそれらを  $S_1$  ( $S_0$ ) であつて  $\alpha_i$  ( $\beta_j$ ) であると誤判定することにより生ずる損失、 $p(S_0, \beta_j)$  ( $p(S_1, \alpha_i)$ ) はQの状態が  $S_0$  ( $S_1$ ) であつて  $R$  の状態が  $\beta_j$  ( $\alpha_i$ ) である事前確率、にしたがつて推定を行なえば Bayes の意味で最適な推定が行なわれる。このばあい、右辺を適当に調整しておけば、左辺の  $L_{ij}$  のかわりに  $l_{ij} \equiv l, L_{ij}$  を用いても等価になる。しかるにじっさいの判定に際して知られるのは  $v_R$  のみであつて、 $\alpha_i, \beta_j$  にかんする情報はえられない。また、 $\alpha_i, \beta_j$  の生起にかんする事前の情報もないのが普通である。したがつて、実際の推定においては、すべての可能な  $(\alpha_i, \beta_j)$  の組の重要度を同程度に考慮せざるをえない。具体的には、(1)  $l_{ij}$  のなかで最大(または最小)のものをとる、(2) 可能なすべての  $(\alpha_i, \beta_j)$  の組にわたる  $l_{ij}$  の平均をとる、の2つのやりかたが考えられる。本文では、計算あるいは能力の評価等が容易であることから後者をとる。すなわち、

$$l_{ij} \equiv \frac{1}{M(\alpha_i, \beta_j)} \sum l_{ij} > T \rightarrow \text{点Qの状態は } S_1 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $M$  は生起する可能性のある  $(\alpha_i, \beta_j)$  の組の数、 $\sum_{(\alpha_i, \beta_j)}$  はそれらの組すべてにわたる  $l_{ij}$  の和、また、 $T$  のきめかたは後に述べる。ここで  $(\alpha_i, \beta_j)$  の組の選択は、対象とするパターンの性質にかんする事前の知識にもとづいて設計者が適当に行なうことになる。

さらに、2で述べたパターンの性質を考慮したうえて、加法的ガウス雑音をともなるRMPの識別手順をつぎのように定める。

〔I〕各標本点にたいして、それを中心とするある大きさの近傍領域の内部の観測値にもとづいて、その点が状態  $S_1$  であるか  $S_0$  であるかを判定する。判定関数としてはたとえば式 (3) を用いる。

〔II〕状態  $S_1$  の点のみからなるある大きさ以上の連続した領域を抽出し、RMP とする。

〔III〕各RMPの幾何学的特徴をそのモーメントで表わす。

じっさいにたとえば胸部X線写真の処理につかわれるばあいには、さらに、つぎの手順が加えられよう。

〔IV〕医学的知識を利用して各RMPの意味、性質を推測し、異常陰影とみなすべきか否かを決定する。

### 3.2 手順〔I〕における判定関数の意味

この節ではこの記号の他に以下の記号を用いる。

$v_r$  : 任意の標本点における濃度の観測値または観測値に対応する確率変数。 $\gamma$  は標本点の位置を示す。  
それが状態  $S_1$  のとき  $v_r | s_1$  等とかく。

$v_r$  :  $S_1$  における  $v_r$  と同じ、あるいはそれに対応する  $N$  次元確率変数。

$N$  :  $R$  内の標本点数

$x \sim N_1(k, \sigma^2)$  : 変数  $x$  は平均値  $k$ , 分散  $\sigma^2$  の正規分布にしたがう。

$x \sim N_n(\mu, \Sigma)$  :  $n$  次元確率変数  $x$  が平均値ベクトル  $\mu$ , 共分散行列  $\Sigma$  の  $n$  次元正規分布にしたがう。

このとき、RMPの濃度を  $k$  とすると、

$$v_r | s_1 \sim N_1(k, \sigma^2), \quad v_r | s_0 \sim N_1(0, \sigma^2) \quad (4)$$

$$p(v | \alpha_i, S_1) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}N} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \sum \alpha_i (v_r - k)^2 + \sum \bar{\alpha}_i v_r^2 \right] \right\} \quad (5)$$

$$p(v | \beta_j, S_0) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}N} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \sum \beta_j (v_r - k)^2 + \sum \bar{\beta}_j v_r^2 \right] \right\} \quad (6)$$

ただし、 $\sum \alpha_i$  =  $\alpha_i$  上にある点についての  $v_r$  の和

$\sum \bar{\alpha}_i$  =  $\alpha_i$  上でない点についての  $v_r$  の和

$\sum \beta_j, \sum \bar{\beta}_j$  についても同様。

また、 $\alpha_i, \beta_j$  をここでは、 $R$  内に存在するパターンとみている。

ゆえに、

$$l_{ij} = -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \sum \alpha_i \beta_j - (k^2 - 2k v_r) - \sum \bar{\alpha}_i \bar{\beta}_j - (k^2 - 2k v_r) \right] \quad (7)$$

$$l_{ii} = -\frac{1}{2\sigma^2 M} \sum_{\alpha_i, \beta_j} \left[ \sum \alpha_i \beta_j - (k^2 - 2k v_r) - \sum \bar{\alpha}_i \bar{\beta}_j - (k^2 - 2k v_r) \right] \quad (8)$$

ここで

$$\delta_r(\alpha) = \begin{cases} 1 & (\text{位置 } r \text{ にある点パターン } \alpha \text{ 上にあるとき}) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases} \quad (9)$$

とおけば、簡単な計算により、

$$\begin{aligned}
l_{\alpha} = & -\frac{1}{2\sigma^2 M} k^2 \sum_{(\alpha_i, \beta_j)} \Sigma_R \left[ \delta_r(\alpha_i) - \delta_r(\beta_j) \right] \\
& + \frac{1}{2\sigma^2 M} 2k \sum_{(\alpha_i, \beta_j)} \Sigma_R v_r \left\{ \Sigma \left[ \delta_r(\alpha_i) - \delta_r(\beta_j) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{10}$$

ただし、 $\Sigma_R$  は  $R$ 内のすべての点についての  $v_r$  の和。

この中で各標本点の濃度の観測値に関係するのは第2項のみであるから結局判定関数としては、

$$l_{\alpha} = \frac{1}{M} \Sigma_R v_r w_r, \quad w_r = \frac{1}{M} \sum_{(\alpha_i, \beta_j)} \left[ \delta_r(\alpha_i) - \delta_r(\beta_j) \right] \tag{11}$$

を用いることと等価になる。ただし、閾値は適当に調整されるとする。式 (11) から明らかなように、 $l_{\alpha}$  は領域  $R$ 内の各標本点の観測値  $v_r$  に重み  $w_r$  を乗じて平均する加重平均操作にひとしい。以下  $w_r$  の組を重み行列とよぶ。さらに重み行列  $w_r$  は、つぎの形にかかれる。

$$w_r = \frac{1}{M} \sum_{(\alpha_i, \beta_j)} \delta_r(\alpha_i) - \frac{1}{M} \sum_{(\alpha_i, \beta_j)} \delta_r(\beta_j) \tag{12}$$

この第1項は、点  $Q$  が状態  $S_1$  であるときの  $R$ 内における一種の平均パターン、第2項は点  $Q$  が状態  $S_0$  であるときの対応する平均パターンとみなされる。したがって、判定関数  $l_{\alpha}$  は本質的には点  $Q$  の状態が  $S_0$  および  $S_1$  であるときの領域  $R$ 内の平均パターンと観測パターンとの相関をとり、その結果を比較していることと等価であることが知られる。

### 3.3 手順 [I]における誤り確率の評価と閾値の決定

前節の考察により、判定には次式を用いればよい。

$$\begin{aligned}
l_{\alpha} & = \Sigma_R v_r w_r > T \rightarrow \text{点 } Q \text{ の状態は } S_1 \\
& \quad \quad \quad < T \rightarrow \text{点 } Q \text{ の状態は } S_0
\end{aligned} \tag{13}$$

しかるに、 $R$ 内のパターンが  $r$  であるときには、

$$\begin{aligned}
l_{\alpha} & \sim N_1(\mu_l, \sigma_l^2), \quad \mu_l = \Sigma_r k w_r \\
\sigma_l^2 & = \Sigma_R \sigma^2 w_r^2
\end{aligned} \tag{14}$$

ここで  $r$  は、じっさいには  $\alpha_i$  または  $\beta_j$  のどれとも一致しないことが多い。したがって、このときに点  $Q$  の状態  $S_1$  が誤って  $S_0$  と判定される確率  $P_{e1}\{S_0 | S_1, r\}$ 、および  $S_0$  であるとき  $S_1$  と判定される確率  $P_{e2}\{S_1 | S_0, r\}$  はつぎのようにかかれる。

$$\left. \begin{aligned} P_{e_1} \{S_0 | S_1, r\} &= \Phi\left(\frac{T - \mu_e}{\sigma_e}\right) \\ P_{e_2} \{S_1 | S_0, r\} &= \Phi\left(\frac{\mu_e - T}{\sigma_e}\right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ただし、

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left\{-\frac{1}{2}x^2\right\} dx$$

ここで、誤り確率は $r$ にも依存する。すなわち、点 $Q$ がどのようなRMPのどのような位置にあるかまで指定してはじめて誤り確率が定まることに注意する。

これらの結果を利用して、閾値 $T$ をつぎのように定める。

まず、 $S_0$ と $S_1$ に誤るのはRMPを抽出しすぎること、 $S_1$ を $S_0$ に誤るのはRMPをみおとすことにつながる。ここで扱う問題のばあいには、みおとし(胸部X線写真ならばこれは異常陰影をみおとすことにつながる)の生ずる確率をある程度以下におさえておくのが望ましい。そこで、 $S_1$ を誤って $S_0$ とする確率をある与えられた値 $\alpha$ 以下に保つとすると、

$$P_{e_1} \{S_0 | S_1, r\} \leq \alpha \quad (16)$$

式(15)を代入すると、

$$T \leq \sigma_e \Phi^{-1}(\alpha) + \mu_e \quad (17)$$

ただし、 $\Phi^{-1}(\alpha)$ は $\Phi(x) = \alpha$ となる $x$ の値

明らかに $T$ が大きいほど誤り確率 $P_{e_2} \{S_1 | S_0, r\}$ は小さくなるから、結局、

$$T = \sigma_e \Phi^{-1}(\alpha) + \mu_e \quad (18)$$

もちろん、このとき $\alpha$ とともに $r$ も与えないと $T$ はきまらない。この $r$ と $\alpha$ を合わせて閾値設定条件という。

#### 4. 重み行列の具体例

これまで述べてきた考え方にもとづく識別の具体例として胸部X線写真識別に用いた重み行列をとりあげ、具体的な重みのきめかた、誤り確率の評価、識別能力等について述べよう。

##### 4.1 重み行列の決定

$R$ として、注目する点 $Q$ を中心とし、標本点9個分を一辺とする正方形領域をとる。つぎに、 $\{a_i\}, \{\beta_j\}$ として図1のものを取り、 $L_i$ の計算に際して考慮する $(\alpha_i, \beta_j)$ の組として同図下に記入したもののみを

とる。ここで、図1(1, 1) ~ (3, 1)は点QがRMPの中心にあるばあい、(4, 1) ~ (15, 1)は点QがRMPのなめらかな境界の付近にあるばあい、(16, 2) ~ (3, 21)は点QがRMPの曲率の大きい境界の付近にあるばあいを想定している。また、 $\beta_1$  はR内に  $S_1$  の点がないばあいである。この結果えられる重み行列が図2に示されている。

4.2 誤り確率の数値例

上の重み行列では、RMPは小さいものほど識別されにくい。そこで閾値設定条件を5×5の大きさの正方形の角の点における  $a$  の値で定める。 $k=90$ ,  $\sigma=45$ ,  $a=0.05, 0.10, 0.20$  としたばあいの誤り確率の一例を図3に示す。

1.00	.571	.514	.371	.229
.571	.371	.343	.257	.171
.514	.343	.343	.257	.171
.371	.257	.257	.229	.143
.229	.171	.171	.143	.114

4.3 シミュレーション

上述の重み行列を用いるシステムの有効性を確かめるために、乱数を利用した人工的パターンに対する識別実験を行なった。

図2 実験に用いられた重み行列

(右下1/4のみを示す。他の部分は中心(1.00)にかんして上と対称)

まず実験のブロック図を図4に示す。分散の変化は同一の正規乱数の定数倍という形でつくるため、厳密な意味で強度のみが異なる雑音になっている。パターンとしては図5のものを用いる。このなかで、RMPの方は病巣影の概略の形を参考にして適当に作成したものである。このRMPと正方形とでは異なる乱数を用いる。パターンの濃度  $k=90$ , 雑音の標準偏差  $\sigma=23, 45, 56, 68$  値設定条件は5×5の大きさの正方形の角の点で  $a=0.05, 0.10, 0.20$  とする。

実験結果の一部を図6および表1に示す。閾値のとり方から予想されるようにRMP上でない点をひろいあげる傾向はあるが、パターンの性質から、 $\sigma=56$  ( $k/\sigma=1.61$ )程度までは十分満足できる結果がえられているといえる。 $\sigma=68$  ( $k/\sigma=1.32$ )のばあいも一応有効な識別がなされているが、入力パターンが全然ない部分にRMPが誤って識別されるばあいがあることに注意しなくてはならない。

一方、閾値設定条件における  $a$  のとりかたについては、 $a$  を大きくすればみとおしの確率  $P_{e2}\{S_0 | S_1\}$  は増加し、RMPを抽出しすぎる誤りの確率  $P_{e2}\{S_0 | S_1\}$  は減少するはずであるが、じっさいに  $a$  を0.05から0.20まで変化させた結果では、 $P_{e2}\{S_0 | S_1\}$  は減少するが  $P_{e2}\{S_0 | S_1\}$  の方はほとんど増加していない。ここでの結果にかんする限り  $a=0.15 \sim 0.20$  付近にとってもよいことがしられる。なお、ここでは大きさ5×5の正方形を識別すべき最少のRMPとしているため、3×3正方形やRMP1は識別できなくてもやむをえない。また、この実験には手順IIは適用されていない。

さらに、手順IIIの一部として識別されたパターンの重心の位置を原パターンの重心を原点として座標であらわして表1に記入してある。これから、誤って識別された点の数がかなり多いばあい(たとえばRMP3の  $\sigma=68$  のばあい)でも重心の位置はごくわずかしかずれないこと、したがってRMPの位置がかなり正しく識別されることがしられる。

5. むすび

この論文は一般的な図形処理システムにおける基本的機能の1つとして、塊状図形の処理方法にかんする

基礎的検討を行なったものである。

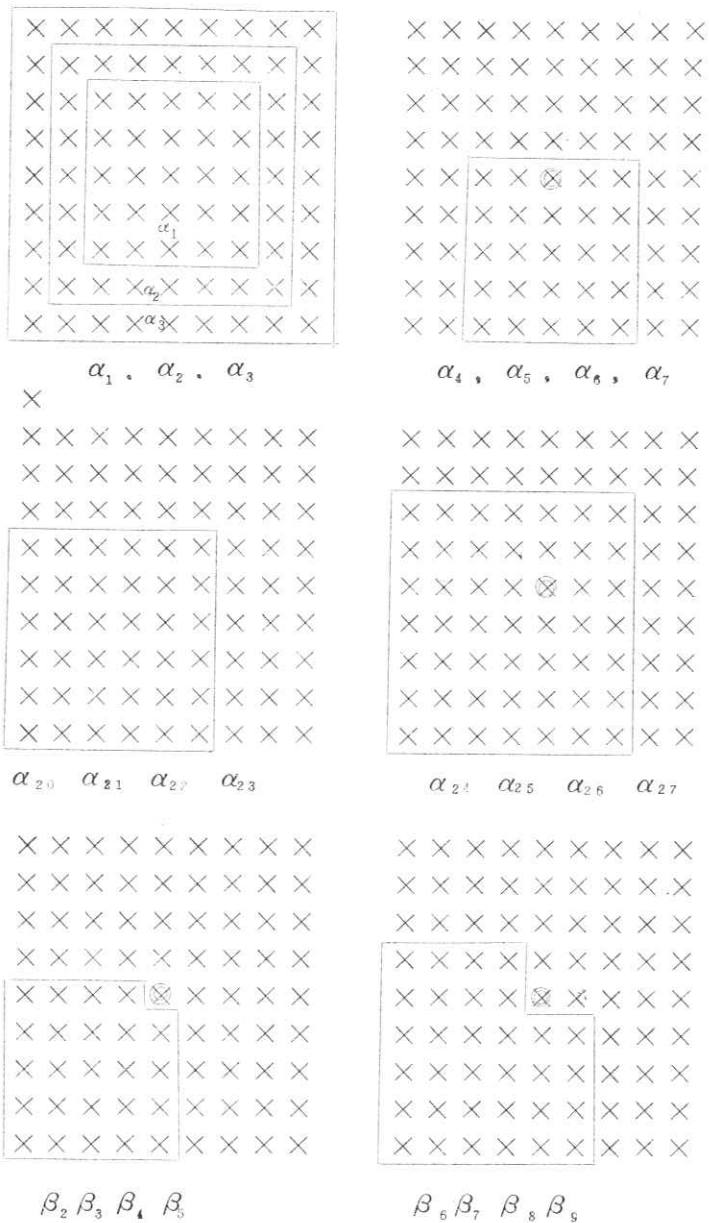
本文では、簡単なモデルを設定してそれに対する識別方法をみちびき、その性質、能力等について考察している。乱数を利用した人工的なパターンに対する識別実験の結果、本文に述べられているように、この方法が有用であることがしられる。さらに、実際に胸部X線写真における病巣陰影識別にも応用されているが、この結果は別の報告にゆずる。<sup>1)</sup>

本論文の方法は画面内の背景濃度のゆるやかな変動というような低周波数の雑音の影響を受けやすいことが予想される。この点の検討および重み行列の最適化、 $k$ 、 $\sigma$ が未知のばあいの処理法等が今後の課題となる。

終りに、御指導御鞭撻を賜る東北大学本多波雄教授、名古屋大学池谷和夫教授、ならびにプログラミングに御協力頂く伊藤和子氏および熱心な御討論を頂く研究室の皆さんに深謝致します。

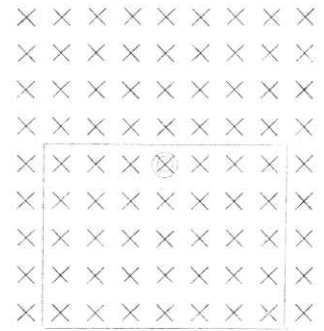
1) 鳥脇，福村：胸部X線写真の病巣陰影識別にかんする基礎的実験，信学会医用電子・生体工学研資料  
(42-11)

以上，電子通信学会，医用電子，生体工学研究会資料，MBE67-14(1967-11)を再録したものである。

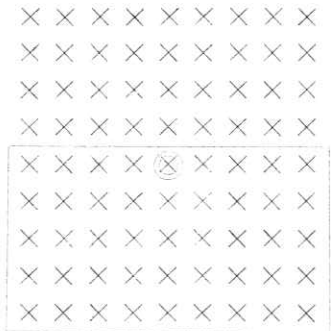


$(\alpha_i, \beta_j) : (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1),$   
 $(17, 3), (18, 4), (19, 5), (20, 6), (21, 7),$   
 $(31, 17), (3, 18), (3, 19), (3, 20), (3, 21)$

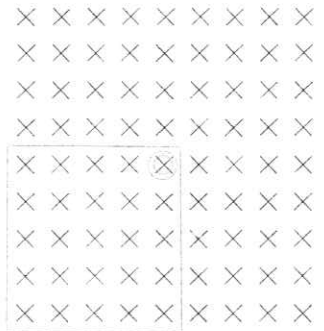
図 1 重み行列の構成に用いる  $\{\alpha_i\}, \{\beta_j\}$



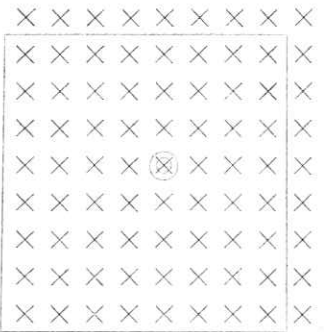
$\alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}$



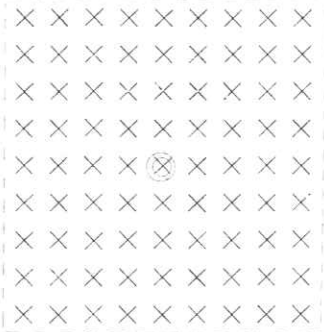
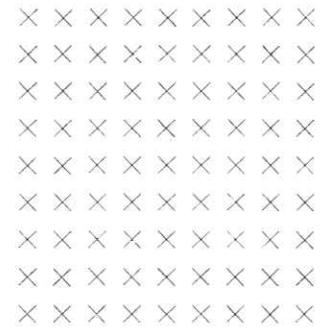
$\alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{14}, \alpha_{15}$



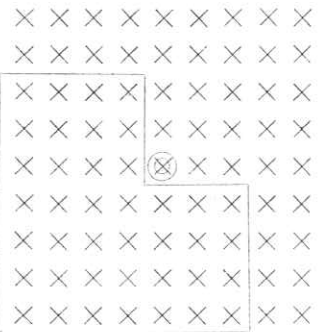
$\alpha_{16}, \alpha_{17}, \alpha_{18}, \alpha_{19}$



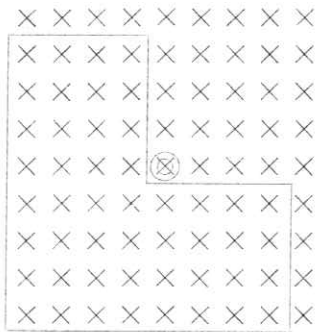
$\alpha_{20}, \alpha_{29}, \alpha_{30}, \alpha_{31}$



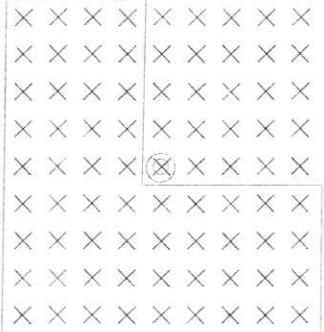
$\beta_1$



$\beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13}$



$\beta_{14}, \beta_{15}, \beta_{16}, \beta_{17}$



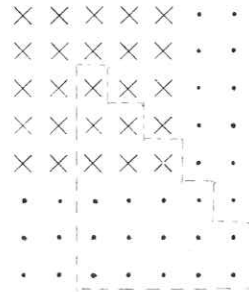
$\beta_{18}, \beta_{19}, \beta_{20}, \beta_{21}$

, (8, 1), (9, 1), (10, 1), (11, 1), (12, 1), (13, 1), (14, 1), (15, 1), (16, 2),  
 8), (23, 9), (24, 10), (25, 11), (26, 12), (27, 13), (28, 14), (29, 15), (30, 16),

$\alpha_{31}, \beta_2 \sim \beta_{21}$  は図中の図形を中心のまわりに  $90^\circ$  ずつ回転してえられる4個を意味する。番号は図中  
 から時計方向に回転した順につける。



①	.. 00				
②	. 001				
③	. 002				
	. 001	. 002			
	. 002	. 004			
	. 006	. 014			
	. 006	. 012	. 050		
	. 015	. 028	. 100		
	. 042	. 071	. 200		
	. 618	. 554	. 403	. 077	
	. 473	. 408	. 269	. 036	
	. 305	. 251	. 146	. 013	
	. 133	. 113	. 073	. 013	. 003
	. 069	. 057	. 034	. 005	. 001
	. 027	. 022	. 012	. 001	. 000
	. 007	. 007	. 005	. 001	. 000
	. 002	. 002	. 002	. 000	. 000
	. 001	. 001	. 000	. 000	. 000



表中の1つのますが1つの標本点に対応する。中の3つの数字は、それぞれ、

1行目  $a = 0.05$

2行目  $a = 0.10$

3行目  $a = 0.20$

(5×5正方形の角の点において)なる閾値設定条件に対応する誤り確率ただし、

状態  $S_1$  の点(斜線)では

$$P_{e1}\{S_0|S_1\}$$

状態  $S_0$  の点では

$$P_{e2}\{S_1|S_0\}$$

図 3 誤り確率の数値例  
5×5正方形のばあい



図 4 RMP 識別実験ブロック図

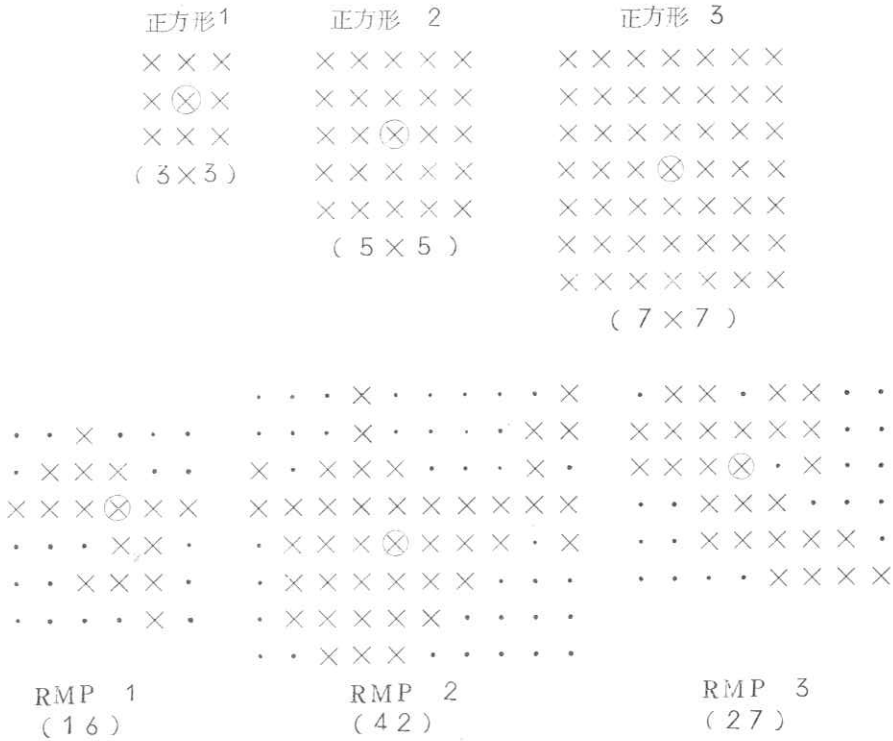
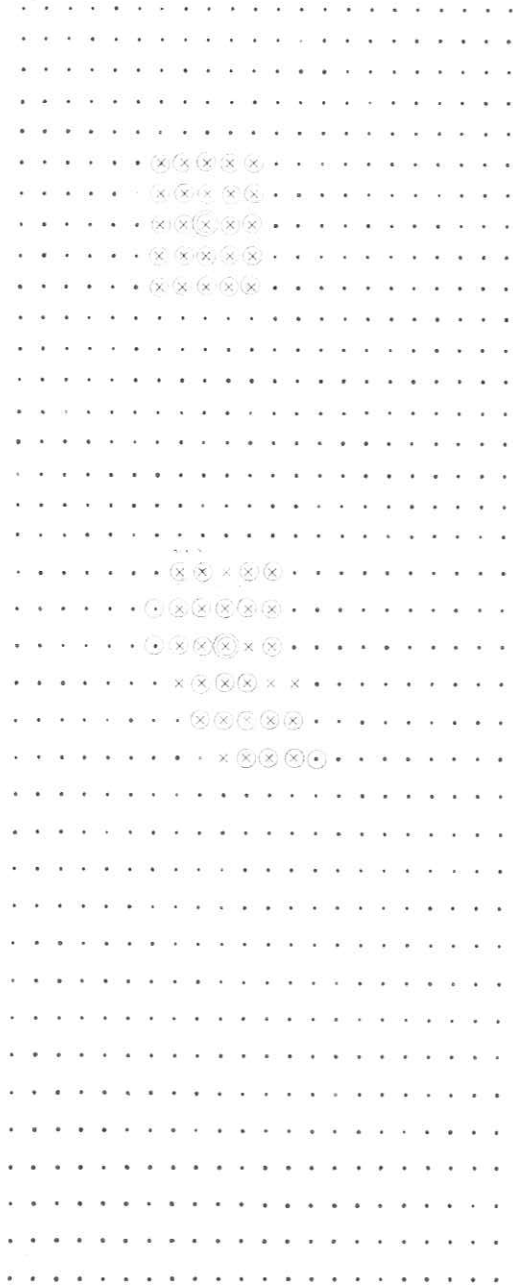
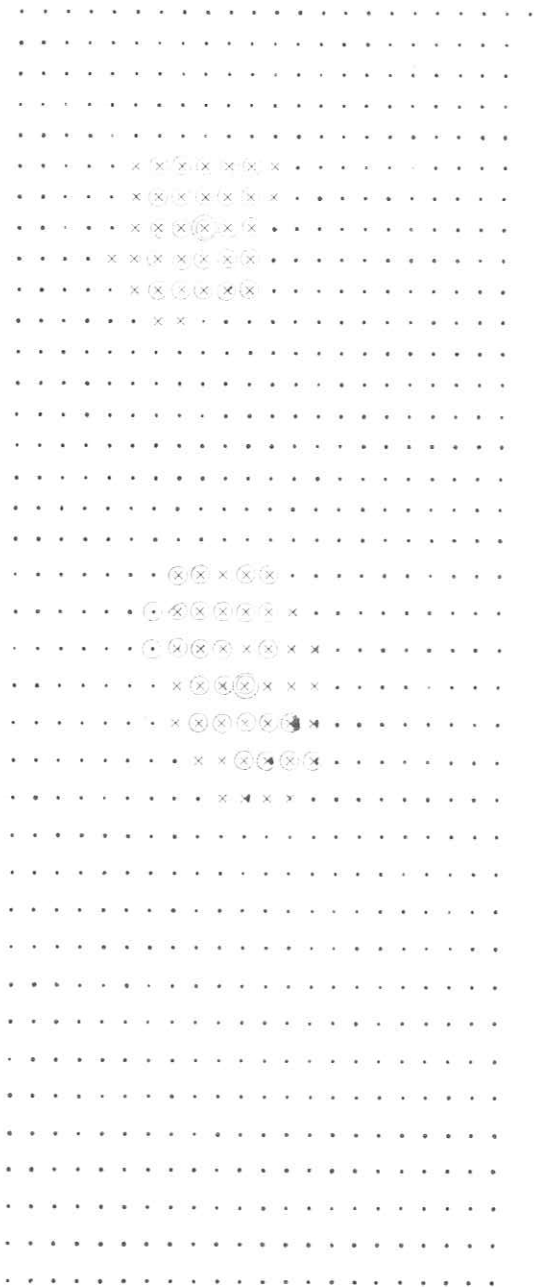


図 5 実験に用いた Random Mass Pattern  
 (×印の部分の濃度=90, 他は0, ○印は重心, 数字は標本点数)



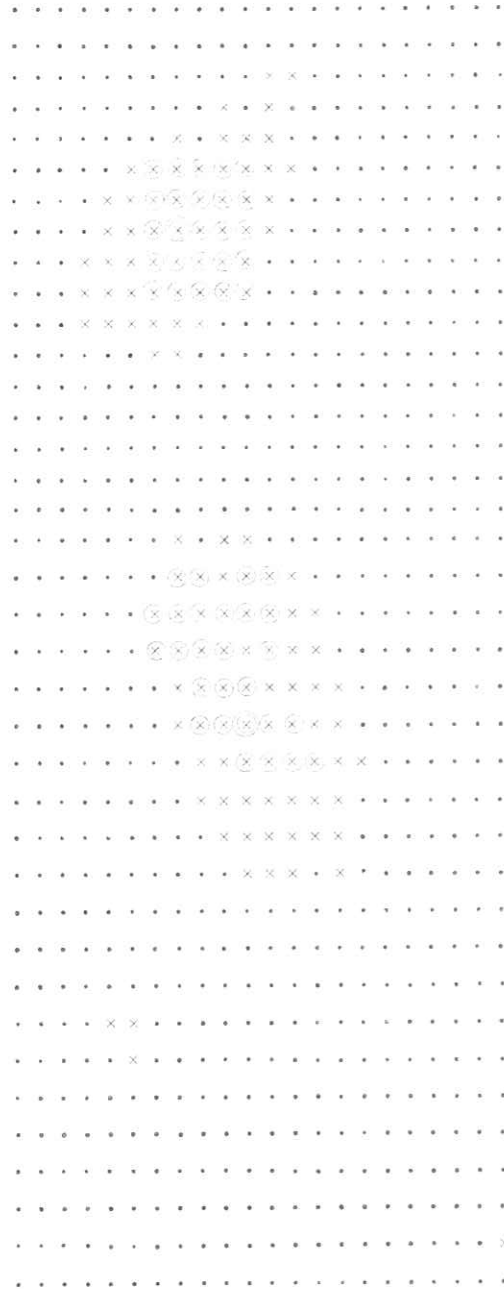
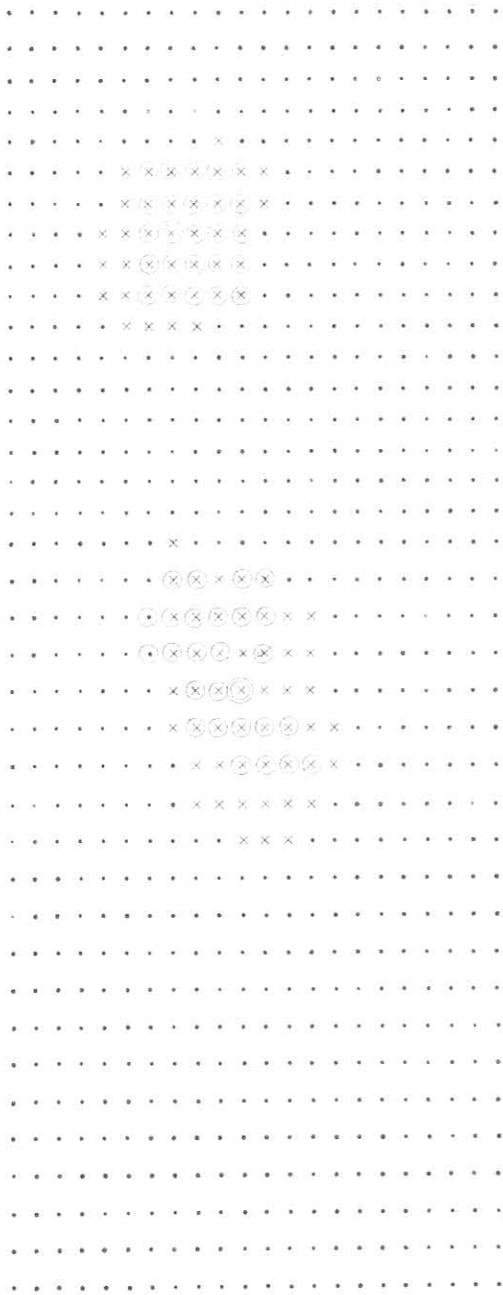
$\sigma = 23$



$\sigma = 45$

- (j) 値設定条件（ $5 \times 5$ 正方形の角の点で  $a = 0.10$ ）一定として  
雑音の標準偏差  $\sigma$  をかえたばあい（パターンの濃度  $k = 90$ ）

図6 RMP 識別実験の結果（図5のパターン中で正方形  
 $5 \times 5$ , RMP 2, 3のみを示す）



記号：○ = 入力パターン， × = 計算機で状態  $S_1$  と判定された点，  
 ・ = その他の標本点， ○ (太黒丸) = 計算機で識別された RMP の重心

図 6 (j) - 2



表1 識別実験の結果(誤りの個数と重心の座標)

入力図形 (標本点数)	a	$\sigma=23$	$\sigma=45$	$\sigma=56$	$\sigma=68$
		$k/\sigma=3.91$	$k/\sigma=2.00$	$k/\sigma=1.61$	$k/\sigma=1.32$
		$e_1$ $e_2$ 重心	$e_1$ $e_2$ 重心	$e_1$ $e_2$ 重心	$e_1$ $e_2$ 重心
正方形 2 (5×5)	0.05	1 0(0, 0)	15 0(-1, 0)	26 0(-1, 0)	48 0(-1, 0)
	0.10	0 0(0, 0)	10 0(0, 0)	15 0(-1, 0)	31 0(-1, 0)
	0.15	0 0(0, 0)	6 0(0, 0)	12 0(-1, 0)	20 0(-1, 0)
	0.20	0 0	6 0(0, 0)	10 0(0, 0)	13 0(-1, 0)
正方形 3 (7×7)	0.05	13 1(0, 0)	26 1(0, 1)	37 1(0, -1)	55 1(0, -1)
	0.10	13 1(0, 0)	20 1(0, 0)	30 1(0, -1)	39 1(0, -1)
	0.15	12 1(0, 0)	18 1(0, 0)	23 2(0, -1)	31 3(0, -1)
	0.20	8 1(0, 0)	16 2(0, -1)	20 3(0, -1)	28 3(0, -1)
RMP 1 (16)	0.05	0 13	4 6(0, -1)	12 2(-1, -1)	30 1(-2, -2)
	0.10	0 16	1 8(-1, 0)	4 7(-1, -1)	19 5(-1, -2)
	0.15	0 16	0 13	2 9(-1, -1)	8 7(-1, -2)
	0.20	0 16	0 14	2 14	5 11
RMP 2 (42)	0.05	17 6(0, 0)	28 4(0, 0)	42 3(-1, 0)	51 2(-1, 0)
	0.10	15 6(0, 0)	27 6(-1, 0)	30 4(-1, 0)	43 4(-1, 0)
	0.15	15 7(0, 0)	24 6(-1, 0)	26 6(-1, 0)	30 4(-1, 0)
	0.20	14 7(0, 0)	18 6(0, 0)	25 6(-1, 0)	28 6(-1, 0)
RMP 3 (27)	0.05	8 3(0, 0)	22 0(1, -1)	37 6(1, -1)	49 0(2, -2)
	0.10	6 3(0, 0)	17 2(1, -1)	26 2(1, -1)	39 0(1, -2)
	0.15	6 4(0, -1)	14 2(1, -1)	20 2(1, -1)	31 2(1, -2)
	0.20	6 4(0, -1)	13 2(1, -1)	20 2(1, -1)	27 2(1, -1)

記号: a = 閾値設定条件, ただし 5×5 正方形の角の点で設定

$e_1$  = 状態  $S_0$  の点を  $S_1$  とする誤りの個数

$e_2$  = 状態  $S_1$  の点を  $S_0$  とする誤りの個数

重心 = 入力パターンの重心を原点としたときの識別されたパターンの重心の位置(標本点間隔を1とする)

第 2 節

雑音をともなう二次元図形の境界の一識別法

鳥脇 純一郎 福村 晃夫

あらまし 胸部 X 線写真のような複雑な二次元図形を処理するためには、これまでのパターン認識の手法とはまったく異なった処理方法が要求され、しかも、認識対象のもつ種々の要素の一つ一つに対応する基本的方法をま

1. ま え が き

パターン認識の一分野である図形認識にかんしては多数の論文が発表されているが、各種写真(たとえば航空写真など)の判読のような複雑なパターンにかんするものはきわめて少なく、比較的詳細な研究としては泡箱の写真を対象としたもの<sup>(1),(2)</sup>などがほとんど唯一のものと思われる。この種の問題において対象とされるパターンは一般にきわめて複雑であって、非常に性質の異なる成分が同時にいくつも存在する。したがってそれらを扱う図形認識系を実現するためには、まずはじめにパターンを構成する各成分に対応する基本的認識機構を開発し、ついでそれらを適当に総合してより高度の機能をもつ認識系に発展させていくことが必要である。このような高度の図形認識系がもつべき基本的認識機構はいくつか考えられるが、その一つとして本論文では図形の境界曲線の識別をとりあげ、それをつぎのようにモデル化して扱う。すなわち、それぞれの領域内では濃度が一定であるような二つの領域の境界曲線を考え、雑音をともなう場合についてその曲線を識別する方法を考察する。なお、具体的なパターンとして、ここでは医学情報として重要な胸部 X 線写真を想定しており、その場合、うえの方法はたとえばろっ骨境界の識別などに適用される\*。もちろんここで提案される手法はモデルに合致する任意のパターンの処理に適用可能であり、また領域の境界のみでなく

適当な条件をみたます曲線の識別にも適用できる。

本文では、まず 2. で問題を定式化し、処理方法の基本的考え方を述べる。ついで 3. でこの方法の具体化をはかり、その能力にかんする詳細な解析的評価を行なう。さらに 4. でシミュレーションの結果を述べ、5. で残された問題点についてふれる。

2. 問題の定式化および識別方法

2.1 パターンおよび雑音

処理すべきパターンは、平面上に適当な間隔でとられた離散的な標本点  $(x_i, y_j)$  における値の集合として与えられるとし、各標本点の値を  $f(x_i, y_j)$ 、あるいは  $f_k$  ( $k$  は、全標本点に一連の通し番号をつけたときの番号をあらわす添字) であらわす。以下、誤解のおそれがないときには、同じ記号で標本点の値の集合をあらわすこともある。

ここで扱われるパターン  $f(x_i, y_j)$  は、領域  $A, B$  ( $A$  の補空間) に対して、

$$f(x_i, y_j) = \begin{cases} K (> 0) & ((x_i, y_j) \in A \text{ のとき}) \\ 0 & ((x_i, y_j) \in B \text{ のとき}) \end{cases} \quad (1)$$

の形で与えられ、しかも、領域  $A$  の境界は、なめらかで曲率の十分小さい曲線であるとする (図 1 a)。

このようなパターンに対して、

$$f_1(x_i, y_j) = f(x_i, y_{j+1}) - f(x_i, y_j) \quad (2)$$

または、

$$f_2(x_i, y_j) = f(x_{i+1}, y_j) - f(x_i, y_j) \quad (3)$$

を考えれば、たとえば  $f_1(x_i, y_j)$  については、

$$f_1(x_i, y_j) = \begin{cases} K & ((x_i, y_j) \in B, (x_i, y_{j+1}) \in A \text{ のとき}) \\ -K & ((x_i, y_j) \in A, (x_i, y_{j+1}) \in B \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (4)$$

$f_2(x_i, y_j)$  についても同様である。

鳥脇純一郎、福村晃夫：正員 名古屋大学工学部電気工学教室

An Approach to Boundary-recognition of Two Dimensional Noisy Figures. By JUNICHIRO TORIWAKI and TERUO FUKUMURA, Members (Faculty of Engineering, Nagoya University, Nagoya).

論文番号：昭 43-35 [C-9]

\* 胸部 X 線写真パターンの性質および本文の方法の適用結果にかんする詳細については文献 (3)~(5) 参照。

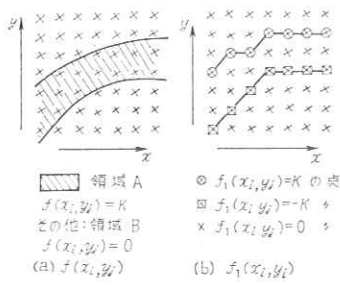


図1  $f(x_i, y_j), f_1(x_i, y_j)$  の一例  
Fig. 1—Examples of  $f(x_i, y_j)$  and  $f_1(x_i, y_j)$ .

すなわち、式(4)は領域Aの境界に対応する曲線をあらわすパターンとみなされる(図1b)。そこで、 $f_1(x_i, y_j)$ をあらためて $f(x_i, y_j)$ とおき、本文では、この $f(x_i, y_j)$ を認識すべきパターンとみなすことにする\*。

つぎに、雑音  $n(x_i, y_j)$  は、画面全体にわたって一様で、その値は平均値0、分散  $\sigma^2$  の正規分布にしたがい、かつ、標本点のあいだでは確率的に独立で、パターンに対して加法的であるとす。したがって、観測されるパターンを  $v(x_i, y_j)$  とすれば、

$$v(x_i, y_j) = f(x_i, y_j) + n(x_i, y_j) \quad (5)$$

すなわち、 $v(x_i, y_j)$  が与えられたとき、 $f(x_i, y_j)$  を識別することを考える。

### 2.2 境界曲線の識別手順

ここで対象としている図形は静止図形であるから、その任意の部分を必要に応じてくりかえし観測することが可能である。この点を考慮して、本論文では境界曲線識別の具体的手順の一つとしてつぎのような手順を提案する。なお、以下では、ある標本点が曲線上にある状態を on-the-line といい、記号  $\mathcal{M}$  で表わす。またそうでない状態を off-the-line といい、記号  $\mathcal{Z}$  で表わす。

[I] 任意の標本点  $v_k$  に対して、それを中心とし、 $x, y$  両軸方向とも  $N$  個の点からなる近傍領域  $R_k$  内の情報を利用して点  $v_k$  の状態を推定する。すなわち  $R_k$  内の全標本点の値の組を  $\mathbf{v}_k$  として、

仮説  $H_1: v_k$  は  $\mathcal{M}$ 、仮説  $H_0: v_k$  は  $\mathcal{Z}$

のもとでの  $v_k$  の尤度比を求め、それがあるしきい値をこえるとき、 $v_k$  の状態は  $\mathcal{M}$  と判定する。

\*  $f_2(x_i, y_j)$  についても以下の考察はそのまま適用される。一般に、境界曲線が  $x$  軸方向から  $\pm 45^\circ$  以内の方向にのびている場合には  $f_1(x_i, y_j)$ 、他の場合には  $f_2(x_i, y_j)$  を用いるようにすると都合がよい。また有限の大きさの画面の右端または下端に対応する  $f_1(x_i, y_j), f_2(x_i, y_j)$  は定義されない。なお、本文では  $K > 0$  とするが、 $K < 0$  としてもまったく同様の考察が可能である。

[II] Iで  $\mathcal{M}$  と判定された点のつくる連続領域のなかで、あらかじめ適当に定められた大きさをこえるもののみを、画面全体のなかから抽出する。以下、この領域を  $S$  と書くが、一般に、 $S$  は、同一画面内にいくつも存在しうるものである。

[III] IIで抽出された一つの領域  $S$  内にはただ一つの曲線があると考え、各領域  $S$  内で、どの点が真に  $\mathcal{M}$  の状態であるとみなされるべきかを、ふたたび尤度比を用いて決定する。

[IV] えられた曲線を全体的にみて、その滑らかさ、連続性など、認識対象の性質からみてあらかじめしられている情報を利用して、曲線に適当な修正を加える。

以上の手順による手法全体の有効さは主としてIによって定まること、およびII以下の手順は扱う対象にかなり強く依存するため一般的な考察は困難であることから、以下ではIについて具体的内容をのべ、その能力を評価する。

## 3. 境界曲線識別方法とその能力の解析

### 3.1 手順 I に対する判定関数の導出

境界曲線  $f(x_i, y_j)$  の  $R_k$  内における形状は  $R_k$  の位置によって異なるため、前出の仮説  $H_0, H_1$  は複合仮説となり、しかも曲線の形状としては、一般に、きわめて多数のものを考慮しなくてはならない。したがって、複合仮説に対して普通用いられる尤度比をこのような場合について計算することは、実際には不可能に近い。そこで、考えられる曲線のなかから、 $R_k$  の中心  $v_k$  を通る  $M$  個の曲線  $\{\alpha_j^k, j=1, 2, \dots, M\}$  を適当にえらび、仮説をつぎのように変更したときの尤度比を定義して、それから判定関数を導くことを考える。

仮説  $H_1': v_k$  は  $\mathcal{M}$  かつ  $R_k$  内には  $\{\alpha_j^k\}$  の要素のいずれか一つのみが存在する。

仮説  $H_0': v_k$  は  $\mathcal{Z}$  かつ  $R_k$  内には曲線は一つも存在しない。

このとき、 $v_k$  が  $\mathcal{M}$  で、曲線  $\alpha_j^k$  が存在するときの  $v_k$  の確率密度を  $p(v_k | H_1', \alpha_j^k)$ 、 $v_k$  が  $\mathcal{Z}$  であるときの  $v_k$  の確率密度を  $p(v_k | H_0')$  とおけば、観測パターン  $\mathbf{v}_{k0}$  に対する尤度比は、

$$L_j^k = \frac{p(\mathbf{v}_{k0} | H_1', \alpha_j^k)}{p(\mathbf{v}_{k0} | H_0')} \quad (6)$$

雑音の性質に対する仮定により、



$$p(v_k | H_1', \alpha_j^k) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{N_2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [\sum_j^k (v_i - K)^2 + \sum_j^k v_i^2]\right\} \quad (7)$$

$$p(v_k | H_0') = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{N_2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_j^k v_i^2\right\} \quad (8)$$

ただし、 $\sum_j^k : R_k$  内で  $\alpha_j^k$  上にある点についての和  
 $\sum_j^k : R_k$  内で  $\alpha_j^k$  上にない点についての和  
 $\sum_j^k : R_k$  内のすべての点についての和。

以後、 $\Sigma$  の下の添字  $i$  は省略することもある。

これらを式 (6) に代入すれば、

$$L_j^k = \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_j^k (K^2 - 2Kv_i)\right\} \quad (9)$$

手順 I では、 $L_j^k$  の相対値のみが必要であるから、

$$l_j^k = 2\sigma^2 \log_e L_j^k = \sum_j^k (2Kv_i - K^2) \quad (10)$$

で定義される量  $l_j^k$  を判定関数として用い\*、適当に定められたしきい値  $T^k$  に対して、

$$\max_j l_j^k > T^k \quad (11)$$

のとき、 $v_k$  の状態は  $\mathcal{N}$  とみなす。

### 3.2 判定関数 $l_j^k$ に対する誤り確率の評価

この節では、 $\mathcal{F}$  の点を  $\mathcal{N}$  とする誤り確率  $p_{e1}$ 、 $\mathcal{M}$  の点を  $\mathcal{F}$  とする誤り確率  $p_{e2}$  を評価するが、これらの評価は、判定関数を導くのに用いた仮説  $H_0'$ 、 $H_1'$  ではなく、基礎の仮説  $H_0$ 、 $H_1$  のもとで行なわなくてはならないことに注意する。

#### (1) 判定関数の確率分布

はじめに、 $l_j^k$  およびそれらの組  $l_j^k = (l_1^k, \dots, l_M^k)$  の確率分布を求める。ここで、 $m$  次元確率変数  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$  が平均値ベクトル  $\boldsymbol{\mu}$ 、共分散行列  $\boldsymbol{\Sigma}$  の  $m$  次元同時正規分布にしたがうとき、

$$\mathbf{x} \sim N_m(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (12)$$

とかき、また、条件つき確率をあらわすときは、式 (12) の左辺の変数に添字として条件を示す記号をつけることにすれば、

$$\left. \begin{array}{l} v_i | \mathcal{N} \sim N_1(K, \sigma^2) \\ v_i | \mathcal{F} \sim N_1(0, \sigma^2) \end{array} \right\} \quad (13)$$

各標本点の値は、たがいに確率的に独立として、

$$l_j^k | H_0 \sim N_1((n_j^k - n_j^{k'})K^2, 4n_j K^2 \sigma^2) \quad (14)$$

ただし、 $n_j = \alpha_j^k$  上にある標本点の個数

$$n_j^k = \alpha_j^k \text{ 上で、かつ、実際に } \mathcal{N} \text{ である点の個数}$$

\* 仮説  $H_0'$ 、 $H_1'$  から導かれるこのような判定関数を用いることは、認識操作のうえでは、 $M$  個の曲線  $\{\alpha_j^k\}$  をもつマスクを用いることに対応する (3.5 参照)。

$$n_j^{k'} = n_j - n_j^{k*}$$

$$l_j^k | H_1, C_0^k \sim N_1((n_j^k - n_j^{k'})K^2, 4n_j K^2 \sigma^2) \quad (15)$$

ただし、 $n_j^k = \alpha_j^k$ 、 $C_0^k$  両者の上にある標本点の個数、 $n_j^{k*} = n_j - n_j^k = \alpha_j^k$  上にあり、 $C_0^k$  上にはない標本点の個数。

$C_0^k$  : 点  $v_k$  を通る真の曲線。

つぎに、判定関数の組  $l^k | H_0$ 、 $l^k | H_1, C_0^k$  の同時分布は、

$$l^k | H_0 \sim N_M(\boldsymbol{\mu}_0^k, \boldsymbol{\Sigma}_0^k), \quad l^k | H_1, C_0^k \sim N_M(\boldsymbol{\mu}_1^k, \boldsymbol{\Sigma}_1^k) \quad (16)$$

ただし、

$$\left. \begin{array}{l} \boldsymbol{\mu}_0^k = ((n_1^k - n_1^{k'})K^2, \dots, (n_M^k - n_M^{k'})K^2), \\ \boldsymbol{\mu}_1^k = ((n_{10}^k - n_{10}^{k'})K^2, \dots, (n_{M0}^k - n_{M0}^{k'})K^2), \\ \boldsymbol{\Sigma}_0^k = \boldsymbol{\Sigma}_1^k = 4\sigma^2 K^2 \begin{pmatrix} n_1 & n_{12}^k & \dots & n_{1M}^k \\ n_{21}^k & n_2 & \dots & n_{2M}^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ n_{M1}^k & n_{M2}^k & \dots & n_M \end{pmatrix}, \\ n_{ij}^k (i \neq j) = \text{曲線 } \alpha_i^k, \alpha_j^k \text{ に共有される標本点の個数.} \end{array} \right\} \quad (17)$$

これらの導出については、付録参照のこと。

#### (2) 誤り確率

式 (15)、(16) を用いれば、点  $v_k$  に対する判定の誤り確率は、つぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} p_{e1}^k &= P_r\{v_k \text{ が } \mathcal{N} \text{ と判定} | v_k \text{ は } \mathcal{F}\} \\ &= 1 - P_r\{\max_j l_j^k | H_0 < T^k\} \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{T^k} \dots \int_{-\infty}^{T^k} p(\mathbf{x}^k | H_0) dx_1 \dots dx_M \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{e2}^k &= P_r\{v_k \text{ が } \mathcal{F} \text{ と判定} | v_k \text{ は } \mathcal{N}\} \\ &= P_r\{\max_j l_j^k | H_1, C_0^k < T^k\} \\ &= \int_{-\infty}^{T^k} \dots \int_{-\infty}^{T^k} p(\mathbf{x}^k | H_1, C_0^k) dx_1 \dots dx_M \quad (19) \end{aligned}$$

ここで、 $p(\mathbf{x}^k | H_0)$ 、 $p(\mathbf{x}^k | H_1, C_0^k)$  は、それぞれ、式 (16) の右辺の  $M$  次元正規分布密度関数である。

しかしながら、式 (18)、(19) の右辺は、多次元正規分布関数をふくむため、具体的な数値を求めることは困難であり、これ以上実用上有効な表現をあたえることはほとんど不可能である。そこで、識別能力にはそれほど差がなくて、しかも能力のより具体的な評価が可能な別の判定関数を、次節で導くことにする。

### 3.3 平均判定関数の導出

平均判定関数  $l_{av}^k$  は、 $R_k$  におけるすべての  $\alpha_j^k$

\* 一般には、 $n_j$  も  $k$  に依存するが、ここでは簡単のため、 $k$  には無関係とする。前頁の脚注のようにとれば、こうなるのが普通である。

にわたる  $l_j^k$  の平均値として次式で定義される。

$$l_{av}^k = \sum_{j=1}^M p^k(\alpha_j^k) l_j^k = \sum_{j=1}^M [p^k(\alpha_j^k) \sum_i^k (2Kv_i - K^2)] \quad (20)$$

ただし、 $p^k(\alpha_j^k)$  は、点  $v_k$  における  $\alpha_j^k$  の生起確率である。

また、これに対応して、式 (11) で用いるしきい値を  $T_{av}^k$  とおく。式 (20) からしられるように、 $l_{av}^k$  は、 $v_i$  の線形結合であるから、その確率分布は式 (16), (17) から容易に求められる。すなわち、式 (14), (15) に対応する平均判定関数を、それぞれ、 $l_{av}^k|H_0, l_{av}^k|H_1, C_0^k$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} l_{av}^k|H_0 &\sim N_1(\mu_0^k, \sigma_{0k}^2) \\ l_{av}^k|H_1, C_0^k &\sim N_1(\mu_1^k, \sigma_{1k}^2) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \mu_0^k &= \sum_{j=1}^M p^k(\alpha_j^k) (n_j^k - n_j^{k'}) K^2 = (\overline{n_j^k} - \overline{n_j^{k'}}) K^2 \\ \mu_1^k &= \sum_{j=1}^M p^k(\alpha_j^k) (n_{j_0}^k - n_{j_1}^k) K^2 = (\overline{n_{j_0}^k} - \overline{n_{j_1}^k}) K^2 \\ \sigma_{0k}^2 = \sigma_{1k}^2 &= 4\sigma^2 K^2 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M p^k(\alpha_i^k) p^k(\alpha_j^k) n_{ij}^k \\ &= 4\sigma^2 K^2 \overline{n_{ij}^k} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

記号  $\bar{\quad}$  は、それぞれ、対応する添字にかんする平均値をあらわす。

以下の考察では  $M$  個の  $\alpha_j^k$  は等確率  $p^k(\alpha_j^k) = 1/M$  で起こるものとする。したがって、

$$\left. \begin{aligned} \mu_0^k &= \frac{K^2}{M} \sum_{j=1}^M (n_j^k - n_j^{k'}), \quad \mu_1^k = \frac{K^2}{M} \sum_{j=1}^M (n_{j_0}^k - n_{j_1}^k) \\ \sigma_{0k}^2 = \sigma_{1k}^2 &= \frac{4\sigma^2 K^2}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M n_{ij}^k \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

### 3.4 平均判定関数を用いるときのしきい値 $T_{av}^k$ のきめかたと誤り確率の評価

3.2 でのべられた誤り確率  $p_{e1}^k, p_{e\pi}^k$  は、平均判定関数を用いるときには、式 (21) の右辺に対応する密度関数  $p(x^k|H_0), p(x^k|H_1, C_0^k)$  を用いて、

$$\left. \begin{aligned} p_{e1}^k &= 1 - \int_{-\infty}^{T_{av}^k} p(x|H_0) dx = 1 - \Phi\left(\frac{T_{av}^k - \mu_0^k}{\sigma_{0k}}\right) \\ p_{e\pi}^k &= \int_{-\infty}^{T_{av}^k} p(x|H_1, C_0^k) dx = \Phi\left(\frac{T_{av}^k - \mu_1^k}{\sigma_{1k}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x) &= \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt \\ \frac{T_{av}^k - \mu_0^k}{\sigma_{0k}} &= \frac{M}{2\sigma KG_k} [T_{av}^k - K^2(\overline{n_j^k} - \overline{n_j^{k'}})] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{av}^k - \mu_1^k}{\sigma_{1k}} &= \frac{M}{2\sigma KG_k} [T_{av}^k - K^2(\overline{n_{j_0}^k} - \overline{n_{j_1}^k})] \\ G_k &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M n_{ij}^k \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

つぎに、しきい値  $T_{av}^k$  を定める一方法についてのべる。識別手順の中で I のはたすべき役割から考えて、つぎの2条件が満たされることが望ましい。

$$\overline{n_{j_0}^k} \geq a_1 \text{ ならば, } p_{e\pi}^k \leq b_1 \quad (26 a)$$

$$\overline{n_j^k} \leq a_0 \text{ ならば, } p_{e1}^k \leq b_0 \quad (26 b)$$

すなわち、点  $v_k$  が曲線上または曲線の近傍であれば  $\overline{n_j^k}$  は大きくなる (図 5 参照) から、 $\overline{n_j^k}$  がある値以上になる点  $v_k$  の状態は  $\mathcal{M}$  である可能性が強く、その点を  $\mathcal{M}$  とする確率はある値以下に保たれるのが望ましい。このことを表わすのが式 (26 a) である。

同様にして、式 (26 b) の意味も容易にしられよう。つぎに、適当に与えられた  $(a_1, b_1), (a_0, b_0)$  の組に対する最適な  $T_{av}^k$  を求める。ただし、これらの値はたがいに独立にはとれないから、一方が与えられたとき他方を最適にするように  $T_{av}^k$  を定めるという手順をとる。たとえば、 $(a_1, b_1)$  がさきに定められるならば、式 (24), (25), (26 a) より、

$$\left. \begin{aligned} T_{av}^k &\leq b_1' + K^2(2a_1 - \overline{n_j}) \\ \text{ただし, } b_1' &= \frac{2\sigma KG}{M} \Phi^{-1}(b_1)^* \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

一方、(26 b) より、

$$\left. \begin{aligned} T_{av}^k - K^2(2a_0 - \overline{n_j}) &\geq b_0' \\ \text{ただし, } b_0' &= \frac{2\sigma KG}{M} \Phi^{-1}(1-b_0) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

明らかに、 $T_{av}^k$  は、式 (27) で等号が成立するようにとるのが最適であり、そのような  $T_{av}^k$  に対して、

$$b_0' \leq -2K^2(a_0 - a_1) + b_1' \quad (29)$$

をみたく  $(a_0, b_0')$  の任意の値の組をとればよい。 $(a_0, b_0)$  の方がさきに定められる場合もまったく同様にして求められる。

このしきい値を用いたときの誤り確率は、式 (24), (25) より、

$$\left. \begin{aligned} p_{e1}^k &= \Phi\left(\frac{KM}{\sigma G_k} (\overline{n_j^k} - a_1) - \Phi^{-1}(b_1)\right) \\ p_{e\pi}^k &= \Phi\left(\Phi^{-1}(b_1) - \frac{KM}{\sigma G_k} (\overline{n_{j_0}^k} - a_1)\right) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

これで、手順 I の評価が具体的にこなされることになる。

\*  $\Phi^{-1}(a)$  は  $\Phi(x) = a$  となる  $x$  の値を表わす。また、ここで  $\overline{n_j^k} + \overline{n_j^{k'}} = \overline{n_j}, \overline{n_{j_0}^k} + \overline{n_{j_1}^k} = \overline{n_j}$  に注意する。

### 3.5 $\overline{n_j^k}, \overline{n_{j_0}^k}$ のもつ意義

さて、手順Iは、具体的には、中心を通る  $M$  種類の曲線  $\{a_j^k\}^*$  をもつ正方形マスクを用いることによって実施される。すなわち、マスクは、その中心が判定対象となる標本点  $v_k$  に合致するように画面上におかれ、ついで、それを通してえられる観測値が、そのマスク曲線に雑音を加わったものとみなしうるか否かの統計的推測が行なわれる。このような推測を正しく行なうためには、識別されるべき曲線についての情報が、なんらかの形で認識系に与えられている必要があり、このことが、マスク曲線の選定と  $\overline{n_j^k}, \overline{n_{j_0}^k}$  に基づくしきい値の設定という面で考慮されているのである。これらの値は、識別対象である曲線とマスク曲線が共有する標本点の数として計数されるものであって、マスクの中心がおかれてある標本点  $v_k$  の状態が  $\varnothing$  であれば  $\overline{n_j^k}$ 、 $M$  であれば  $\overline{n_{j_0}^k}$  と記されるにすぎない。したがって、これらの値の測定に用いられる学習標本が識別対象の母集団を適切に代表するように選ばれており、かつ、マスク曲線も適当に設計されているならば、十分満足のいく識別結果がえられるものと考えられる。このようなパラメータは、とくに、パターンが離散的な標本点の集合として与えられる場合、および、パターンの数式的表現が困難な場合には有効であろう。

## 4. 数値例およびシミュレーション

前節の方法の有用性を確かめ、同時に、解析に用いられた諸パラメータに対する数値例を与えるために、電子計算機によるシミュレーションを行なった。この章では、その概要と結果について述べる。なお、X線

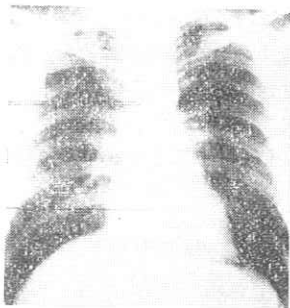


図2 シミュレーションに用いた原パターン (左側四角枠内の部分)

Fig. 2—Original pattern used in the simulation (squared region in the figure).

\* ここで、添字  $k$  は、標本点の位置によって異なるマスク曲線を用いることを表わす。実際には、画面全体に同一のマスク曲線を用いてよい場合も多い。

写真の濃度測定法については文献(5)参照。

### 4.1 パターン、雑音およびマスク曲線

胸部X線写真正面像の右肺中葉の一部に、第VIろっ骨がほぼ中央に入るように、縦 3.2 cm、横 3 cm の部分をとる(図2)。これを、縦 0.8 mm、横 1 mm の間隔で 40 行 30 列に量子化し、えられた標本点  $40 \times 30 (=1,200)$  個の濃度を測定したものを原パターンとする。つぎに、この原パターンに基づいてつぎのような2種類の実験パターンをつくる。

(パターンA) ろっ骨の境界にあたる標本点のみに濃度値 90\*、他は 0 を与える。つぎに、平均値 0、分散  $\sigma^2$  のたがいに独立な正規乱数 (10 進 9 桁)\*\*を全標本点の数だけ発生させ、これを雑音による各標本点の濃度値とみなして、上の濃度値 (90 または 0) に加えたものを実験パターンとする。実際に用いた  $\sigma$  の値は 23, 45, 56 である。

(パターンB) 原パターンを 2.1 に与えられるモデルに近づけるためつぎの処理をする。すなわち、肺野の部分のみの濃度の平均値を各列ごとに求め、それらに対応する列内の各標本点の濃度値から差引いたものを  $g(x_i, y_j)$  とおく\*\*\*。これから  $g'(x_i, y_j) = g(x_i,$

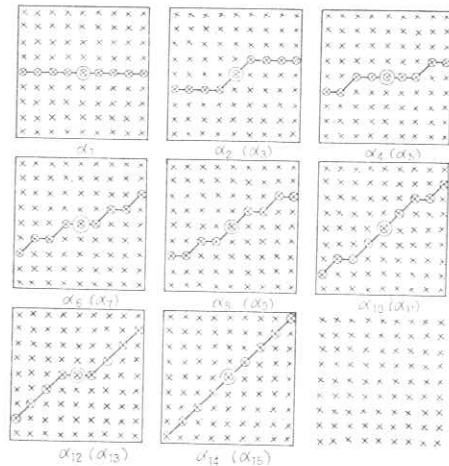


図3 シミュレーションに用いたマスク  $\{a_j^k\}$   $\alpha_k$  以下は、図示のものとマスク中心について対称なものも含まれる(図中( )内の記号に対応する)。図中では  $k$  は略す。

Fig. 3—Set of masks  $\{a_j^k\}$  used in the simulation (superscript  $k$  is neglected in the figure).

\* 簡単のため、ろっ骨部分の実測平均濃度値 98.1 に近い整数値を用いた。  
 \*\* 装置作成の際等に桁数を減少させるとすれば当然量子化雑音の効果を考えなくてはならないが、本文では量子化の問題にはふれない。  
 \*\*\* この結果原パターンの水平方向の基礎濃度レベルの変動がほぼ除かれ、肺野部の平均濃度は 0 になる。この処理の詳細については文献(5)参照。

$\bar{N}$	5	6	7	8	9	10	11
9							
10						2.67	1.94
11		2.60	3.60	3.60	2.74	1.53	
12	2.74	1.93	1.67	1.40	1.20	1.00	
13		1.13	0.73	0.53	0.53	0.47	
14		0.67	0.60	0.33	0.20	0.20	
15		0.47	0.33	0.20	0.13	0.07	
16		0.20	0.20	0.13	0.07	0.00	
17		0.13	0.07	0.07	0.00	0.07	
18		0.07	0.07	0.07	0.07	0.13	
19		0.13	0.20	0.20	0.20	0.27	
20		0.20	0.33	0.47	0.60	0.67	
21		0.43	0.47	0.87	1.33	1.33	
22		0.93	1.20	1.47	1.67	2.74	3.60
23		2.46	3.60	2.74	2.74		
24	2.60						
25							

各長方形は、標本空に対応する。  
 □ on-line の夾、数字は  $\frac{n_j^k}{n_{j_0}^k}$  の値  
 ○ off-line の夾、数字は  $\frac{n_j^k}{n_{j_0}^k}$  の値  
 斜線は  $K/\sigma=2.0$  のとき、 $n_{e1}^k \geq 1/2$  となる夾、上図は全パターン中の、5~11列、9~25行を示す。

図4  $\bar{n}_{j_0}^k, \bar{n}_j^k$  の値の一例

Fig. 4—Examples of values of  $\bar{n}_{j_0}^k$  and  $\bar{n}_j^k$ .

$y_{j+1} - g(x_i, y_j)$  によってえられるパターンを実験用パターンとする。これは実測によれば、ほぼ  $K=98.1, \sigma=47.9$  のパターンである。なお濃度値は10進3桁で表わす。

つぎに、手順Iで用いられるマスクとして、縦横9個の点からなる領域をとり、マスク曲線  $\{\alpha_j^k\}$  としては、パターンの特徴を考慮して、図3のような15個の曲線を用いる\*。この結果、上述の40×30点のパターンの中で、実際に判定対象となるのは、その内部の30×20個の点のみということになる。

4.2 手順Iの誤り確率の評価

前章の解析結果に対する数値例の意味で、パターンAに対する誤り確率を評価しておく。まず、 $\bar{n}_{j_0}^k, \bar{n}_j^k$  の値の一部を図4に示す。これから、 $\bar{n}_{j_0}^k$  の最小値は2.46、また、2本の曲線の中間付近では  $\bar{n}_j^k=0.2\sim 0.066$  程度になることがしられる。そこで、しきい値  $T_{av}^k$  の例として、式(26a)で  $\sigma$  の4個の値に対して、 $a_1=2.60, b_1=0.01, 0.05, 0.08, 0.10$  としたときの値を求めると表1のようになり、 $T_{av}^k$  が  $b_1, \sigma$  とともに変化する様子がしられる。ここで  $T_{av}^k$  の各値に対して式(26b)の  $a_0$  を0.20としたときの  $b_0$  の可能な最小値も同じ表に示しておく。つぎに  $a_1=2.60, b_1=0.05$  としたときの誤り確率  $p_{e1}^k, p_{e2}^k$  と  $K/\sigma$  (通信工学におけるS/N比に相当する量とみることもできる)、 $\bar{n}_j^k$  または  $\bar{n}_{j_0}^k$  の値のあいだの関係を図5に示す。これからしられるように、 $K/\sigma \leq 2.0$

\*  $\{\alpha_j^k\}$  は  $k$  には依存しないとする。また、このとき、 $M=15, G=25, \bar{n}_j^k \leq 2.13$  である。

表1 しきい値  $T_{av}^k$  および可能な  $b_0$  の値の例

各欄上段は、 $a_1=2.60$  のときのしきい値。下段は、このしきい値に対して、 $a_0=0.20$  とするとき許される  $b_0$  の最小値

$b_1 \backslash \sigma$	23	45	56
0.01	-46,857 0.0005	-62,235 0.291	-69,924 0.506
0.05	-42,165 0.00003	-53,055 0.109	-58,500 0.253
0.08	-40,440 0.00001	-49,630 0.069	-54,300 0.180
0.10	-39,612 0.000006	-48,060 0.055	-52,284 0.149

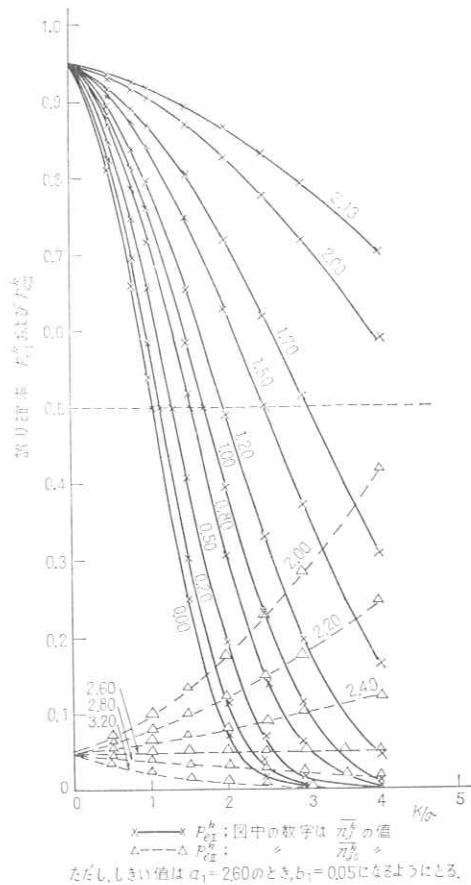


図5 誤り確率  $p_{e1}^k, p_{e2}^k$  と  $K/\sigma$  の関係

Fig. 5—Error probabilities  $p_{e1}^k$  and  $p_{e2}^k$  vs.  $K/\sigma$ .

の範囲では  $p_{e1}^k$  は非常に急速に変化するが、このことは、のちの識別実験の結果にもよくあらわれている。また、式(30)から、たとえば、 $K/\sigma=2.0$  に対しては、 $\bar{n}_j^k \geq 1.23$  のとき  $p_{e1}^k \geq 0.5$  となることが

しられる。図4にみられるように、 $M$ の点に隣接する点の多くがこの条件をみたすが、このことは、連続した領域  $S$  の抽出のためには、むしろ有効なはたらきをしている。

### 4.3 識別実験の結果

実際に用いた識別手順の要点はつぎのようである。

[I] 平均判定関数  $l_{av}^k$  を用いる。しきい値  $T_{av}^k$  は、 $\sigma=23$  のときは  $a_1=2.60$ ,  $b_1=0.01$ , 他は、 $a_1=$

2.60,  $b_1=0.05$  として定めた値を用いる。

[II] Iで  $M$  とされた点が、上下、または左右の少なくとも一方に隣接しているときにのみ、それらは同じ領域に入るとみなす。こうしてえられた領域で水平方向に5列以上にわたってひろがるものを抽出し、領域  $S$  とする。

[III]  $S$  内で、各列ごとに  $l_{av}^k$  が最大になる点をと、これをあらためて  $M$  の点とする。

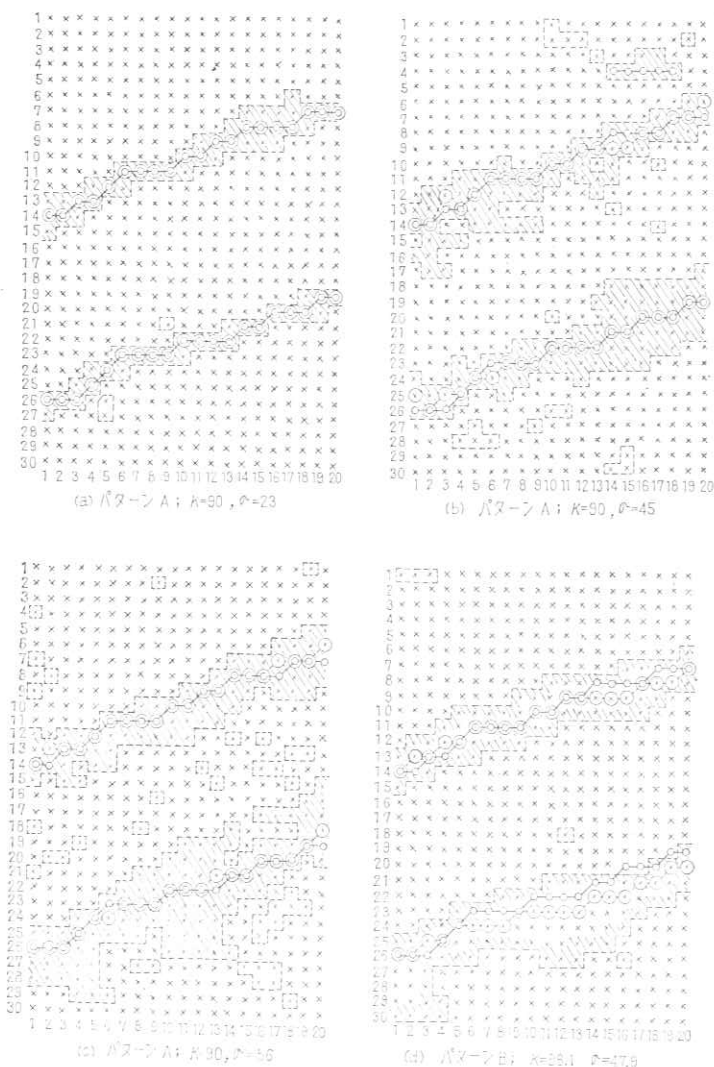
[IV] この実験では用いない。

識別実験結果を図6に示す。このようなパターンの場合、境界曲線の位置は全体として正しく識別されていることが重要であることを考えれば、パターンAはいずれの場合も、ほとんど正しく識別されているとみてよい。ここで、 $K/\sigma$ の減少とともに判定が次第に困難になる様子がよくあらわれていて興味深い。一方、実際のX線写真からつくられたパターンBでは、右半分がほぼ1行分下にずれて識別されている。しかしながら、この場合の正しいとされている境界曲線は実験者の主観によって定められたものであるから、認識系の識別結果との間にこの程度のずれが生ずることは十分考えられる。しかも、実際の境界が肉眼でみても必ずしも明確でないことなども考えあわせれば、むしろ、十分正確に識別されているとみなしてよい。

これらの結果から、本論文でのべた方法が、ここで用いた程度の比較的単純な曲線の場合には、 $K/\sigma=1.35$  付近までは、手順I~IIIのみでかなり有効であることがしられる。

## 5. む す び

本論文では、一様濃度をもつ二つの領域の境界曲線を識別する一方法についてのべ、その能力について詳しく検討するとともに、電子計算機によるシミュレーションも行ない、この方法が、実際のX線写真パター



○ ———— 正しい境界  
 ○ ———— 電子計算機による識別結果  
 □ □ □ □ LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ  
 □ □ □ □ 領域 S  
 (\*) パターンB (本図)は、本人の主観により識別された境界曲線(実線)から作られた。

図6 識別実験の結果  
 Fig. 6—Results of recognition experiment.

ンについてもかなり有効であることを示した。この方法は、一般の曲線の識別にもそのまま適用できるが、X線写真パターンのような複雑な図形の処理に必要とされる手法としては、まさに、そのごく初等的な部分にすぎず、今後解決すべき問題も少なくない。この章では、それらについて簡単にまとめておく。

まず濃度は負値をとらないにもかかわらず雑音に正規分布を仮定したことであるが、実験用パターンBの作製にみられるように、本論文では濃度として、与えられた画面から背景の濃度を差引いたものを考えているため、それが負値をとることが許容される。ただし、背景の濃度値を加えてもなお負値となる確率は十分小さくしなければならない。

つぎに標本点間の確率的独立性の仮定についてはつぎのような問題点がある。すなわち、式(5)に相当する識別すべきパターンは、実際には、前出の実験用パターンBのように、“式(1)+雑音”の形で与えられる画面から標本点間の濃度差をとることによってつくられるため、うへの独立性の仮定は一般には成立しない。しかしながら、実際に画面を処理する際には、濃度測定などの段階において、パターンは低域ろ波形の効果をうけるため、標本点はたがいに正の相関をもつようになることが多い。このようなときには、隣接標本点間の相関係数の値が0.5に近いほど、濃度差でつくられるパターンにおいては、相関係数は小さくなるから、われわれのモデルは十分有効なと思われる。さらに、雑音の相関係数があらかじめ知られていれば本論文の考察の各段階でそれを考慮に入れることは可能である。たとえば誤り確率の評価およびしきい値決定の段階でこれを考慮することは比較的容易である。これを前記のパターンBに対して適用した結果では、領域Sの形がやや異なるのみで本質的な変化はなかった。

その他にも、各標本点における判定関数 $l_{av}^k$ の相関の考慮、マスク操作の空間フィルタとしての性質、最適なマスク曲線の定め方、曲線の交さ、分岐、端点の処理など比較的狭い範囲に限っても多くの興味ある問題が今後の研究課題として残されている。

謝辞 終りに、つねに懇切な御指導を頂く、東北大学本多波雄教授および名古屋大学池谷和夫教授に深謝致します。また、実用上の観点からの貴重な助言と多大の御協力を頂く国立療養所 梅森光風園 小池和夫博士、高木良雄博士、資料の整理に御協力を頂く名古屋大学伊藤和子氏および熱心な御討論を頂く研究室の皆

様に深く感謝する。

文 献

- (1) B.H. McCormick: "The illinois pattern recognition computer—ILLIAC III", IEEE Trans., EC-12, 6, p. 791 (Dec. 1963).
- (2) R. Narasimhan: "Labeling schemata and syntactic descriptions of pictures", Information and Control, 7, p. 151 (1964).
- (3) 鳥脇, 福村, 小池, 高木: "胸部 X 線写真の濃度分布の性質および一様濃度をもつ 2 領域の境界の検出について", 医用電子と生体工学, 4, 4, p. 346 (昭 41-09).
- (4) 鳥脇, 福村: "胸部 X 線写真の濃度分布の性質と肋骨境界の自動識別について", 信学会医用電子生体工学研資 (昭 42-02).
- (5) 鳥脇, 福村, 小池, 高木: "胸部 X 線写真の濃度分布の性質と肋骨境界の自動識別", 医用電子と生体工学, 5, 3 (昭 42-07).

付録 式(14)~(17)の導出

式(13)より、 $v_i$  が on-the-line のとき、  
 $(2Kv_i - K^2)_{M_i} \sim N_i(K^2, 4K^2\sigma^2)$   
 $v_i$  が off-the-line のとき、

$$(2Kv_i - K^2)_{M_i} \sim N_i(-K^2, 4K^2\sigma^2)$$

これから、式(14)、(15)は容易にみちびかれる。

つぎに、 $l^k$ の成分 $l_1^k, \dots, l_M^k$ はすべて正規分布にしたがう確率変数の一次結合であるから、 $M$ 次元正規分布にしたがうことは明らかである。このとき、各変数の平均値および分散は、式(14)、(15)にすでに求められているから、 $l_i^k$ と $l_j^k$ の共分散が求められればよい。しかるに、

$$\begin{aligned} l_i^k &= \sum_i^k (2Kv_i - K^2) \\ &= \sum_{ij}^k (2Kv_i - K^2) + \sum_i^k (2Kv_i - K^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_j^k &= \sum_j^k (2Kv_j - K^2) \\ &= \sum_{ij}^k (2Kv_j - K^2) + \sum_j^k (2Kv_j - K^2) \end{aligned}$$

ただし、 $\sum_{ij}^k$ は $\alpha_i^k$ と $\alpha_j^k$ に共有される標本点についての和、 $\sum_i^k$ 、 $\sum_j^k$ は、それぞれ、 $\alpha_i^k$ 、 $\alpha_j^k$ 上での残りの点についての和をあらわす。

のようにかけば、右辺の第1項は両者に共通、第2項は、それら相互間および第1項とも互いに確率的に独立であり、第1項のなかの $v_i$ の個数は $n_{ij}^k$ 個ある。各項とも、正規分布にしたがう確率変数で、その分布は容易にしられるから、それらの和形結合である $l_i^k$ 、 $l_j^k$ の共分散も容易に求められる。

(昭和42年1月19日受付)

第 3 節

胸部 X 線写真の濃度分布の性質と肋骨境界の自動識別\*

鳥 脇 純 一 郎\*\*・福 村 晃 夫\*\*

小 池 和 夫\*\*\*・高 木 良 雄\*\*\*

Characteristics of Density Distribution of Chest Roentgenograms and Automatic Recognition of Rib Boundaries\*

Jun'ichiro TORIWAKI\*\*・Teruo FUKUMURA\*\*

KAZUO KOIKE, M.D.\*\*\*・YOSHIO TAKAGI, M.D.\*\*\*

Computer diagnosis of the roentgenogram is regarded as a typical two-dimensional pattern recognition problem. As the first step to approach the problem, we investigated the characteristics of the density distribution of the chest roentgenograms by comparing two samples, one is of normal lung and the other of spontaneous pneumothorax. The main results are summarized as follows: (1) The average density varies widely even in a roentgenogram depending on the shape of the lung. (2) Remarkable random components are observed, which are caused by irregular lung markings, photographic granularity and electrical noise of recording device. (3) Highly deterministic patterns (e.g., ribs and vessels) which are not the eventual recognition objects exist. (4) There exist overlaps of various kinds of images including the above three. The density at any point on the film is approximately equal to the superposition of density of each component image.

For realization of automatic processing of such a complex pattern as the roentgenogram, it should be stressed that each of the basic operations suits processing of each corresponding component mentioned above, and their successful consolidation is indispensable.

As one of such basic operations, we studied a detecting method of edge lines of ribs using a simple model hypothesized on the basis of the above results. In the model, the patterns (sets of discrete sample points) consist of regions of two different uniform densities with additive Gaussian noise. The procedure is divided into three steps: (I) The state of each sample point "on edge line" or "not" is estimated by the likelihood ratio estimated from the state of its neighborhood. (II) Two sample points decided as "on edge line" are connected if they are adjacent, thus giving connected graphs. (III) In each connected graph a line being most likely "on edge line" is determined as the recognition result.

Finally results of recognition experiment using a cutout of the middle lobe region including two ribs and tuberculosis region are shown, indicating effectiveness of the method proposed here.

\* 昭和 42 年 1 月 20 日原稿受付 (Received on Jan. 20 th. 1967)

\*\* 名古屋大学工学部電気学科 (Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Nagoya University)

\*\*\* 国立療養所梅森光風園 (National Sanatorium Umemori Kofuen)



## 1. ま え が き

最近、工学において急速に発達してきた各種の情報処理技術を医学用情報の処理に応用する試みが多くの研究者によってなされるようになり、MEの重要な一分野となっている。それは元来、医師という専門家によって行なわれてきたかなり高度な処理作業の一部を電子計算機に代行させようとするのが、工学における人工知能の実現を目標とする研究成果の応用としては最適の分野とみなされるからである。しかしながら現用の電子計算機の最大の特徴は、処理操作の高速度と安定性が人間をはるかにしのぐという点にあり、したがって医学的評価がある程度確立されており、しかも日常、比較的大量に扱われる資料ほど、その処理の自動化によってより大きな効果が期待されるであろう。これらの点から考えるならば、胸部X線写真などは自動診断のさっ急な実現が強く望まれるものの一つであろう。しかしながら、これまでにX線写真の処理を扱った研究は、たとえば、ごく簡単なパラメータの測定を試みたもの<sup>1)</sup>とか、X線写真の記述形式を変えて分類の過程のみを計算機に代行させたもの<sup>2)3)</sup>を除いては、ほとんど行なわれていないようである。

胸部X線写真診断の自動化は、工学で扱われる二次元図形を対象とするパターン認識の問題の典型的なものである。それが、これまでほとんど研究されていない原因としては、つぎの点が考えられる。まず、医学の立場からみれば、現在、医師はX線所見と病理解剖学的所見を対応づけることから得られる経験の集積に基づいて診断を行っており、この過程をそのまま電子計算機による処理に移すことは非常にむずかしい。さらに、工学におけるパターン認識の問題は、現在活発な研究の途上にある問題であるため、その結果は、専門でない者がただちに適用できるような形に整理されてはおらず、なかでも、二次元図形の処理においてはとくにそれが強調されることがあげられる。一方工学者の立場からみれば、X線写真がもたらす情報についての説明者であるべき医学者のパターン認識にかんする知識の欠除から、この問題を、パターン認識の問題としてじゅうぶん正確に把握できないということがあげられる。

実際、過去において、X線写真に類似した性質をもつパターンを対象とした研究は工学においてもほとんどなされていない。したがって、この種のパターンを処理するためには、方法自体の開発とその理論的解析を同時に進めてゆかなくてはならないことが最も大きな特徴であり、それだけに情報処理の問題としても興

味あるものといえる。

これらの点を考慮して本論文では、まずはじめにパターン認識の対象としてX線写真をみるとき、それはどのような性質をもつパターンとしてとらえられるべきかを明らかにする。すなわち、対象としては一応、直接撮影による胸部X線写真真正面像をとりあげ、実際に代表的な例の濃度分布を測定する。そして、それらの性質のなかで処理方法の理論的解析の観点から重視されるべきもののみをとりあげ、後の考察に有用な形で明確に述べる。

つぎに、これらの結果に基づいて処理方法における一般的な方針について述べ、パターンに含まれるいくつかの性質の一つ一つに対する基本的な処理方法を開発し、それらを総合してゆくことが必要であることを指摘する。

最後にそのような基本的処理方法の一つとして、雑音を伴う平面曲線の識別方法と、その肋骨境界識別への応用について述べる。ここでは方法の理論的解析にかんする詳細にはふれないが、実際のX線写真に適用し、種々の処理を行なった結果についてやや詳しく述べている。

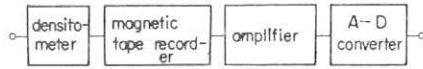
## 2. 濃度分布測定法

写真の濃度(しばしば黒化度ともよばれているが、以下、本文では濃度という言葉を用いる)は、厳密には写真学上の定義があり、したがって正確な物理量としての濃度を測定するためには相当大がかりな精密測定を行なわなければならない。しかしながら、われわれの現在の目的はX線写真に即した図形処理方法を開発するための予備的資料をうることにあること、および現在の医師によるX線写真診断のやりかたを考えれば診断には必ずしも濃度(したがって人体のX線透過量)を厳密に測定しなくとも、写真の図形的特徴や他の医学的情報との併用によりかなりの診断能力をもちうるはずであること、また、たとえ濃度の精密測定を行なったとしても現在の電子計算機の図形処理能力では、そのことがただちに診断能力を飛躍的に向上させることになるかどうか疑問であること、などの理由から、一応ある程度よい近似で濃度を定量化する簡単な方法として、以下の方法を用いた。

まず、全体のブロック図を第1図に示す。すなわち、通常X線写真濃度測定に用いられるペン書き式のマイクロフォトメータ\*のペン駆動制御部を切離した

\* 光学的自動平衡記録形マイクロフォトメータ。本装置の使用は名古屋大学医学部放射線科の御好意による。

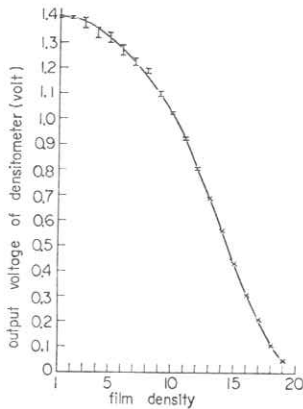




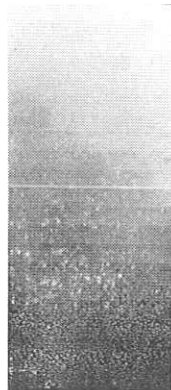
第1図 X線写真の濃度測定ブロック図

Fig.1 Block diagram of density measurement of radiographic films

ときの光電素子出力電流をとり出し、磁気テープ録音器に記録する。この出力の電圧値と濃度値の関係は第2図に示されている。なお、この場合の被測定体には第3図のような、濃度が階段状に変化し、各段階に対応する部分の露出時間が指数関数的に変化する校正用のフィルム\*を用いており、第2図の横軸はこの各段階の番号を表わしている。通常の胸部X線写真(直接撮影正面像)の場合、診断に有用な情報が含まれているのは大体7~17の間と思われるので、この電圧値は必要な情報をじゅうぶんに含んでいるとみなしてよい。以下、本文ではこのようにして得られた電圧値を濃度値とよぶ。



第2図 濃度計出力電圧とフィルム濃度の関係  
Fig.2 Output voltage of densitometer vs film density



第3図 濃度計出力電圧校正用フィルム  
Fig.3 Calibration film for the output voltage of densitometer

つぎに、この磁気テープ録音器の出力を測定器の雑音、濃度計の過渡応答の影響などをある程度除くため適当な低域フィルタ\*\*に通し、ついで A-D 変換器により適当に量子化された標本点の濃度値を求める。なお、ここでは標本点の間隔は水平方向 1 mm、垂直方

\* したがって、このフィルムの特性が理想的な対数特性ならば、濃度は直線的に変化する。ここでは、フィルムの特性については考慮しない。(4 項参照)

\*\* 実際には、時定数 50 ms または、200 ms を用いた。濃度計の走査速度は 2.95 mm/s であるから、上記時定数は、フィルム上の距離にして、約 0.15 mm、0.6 mm に等しい。

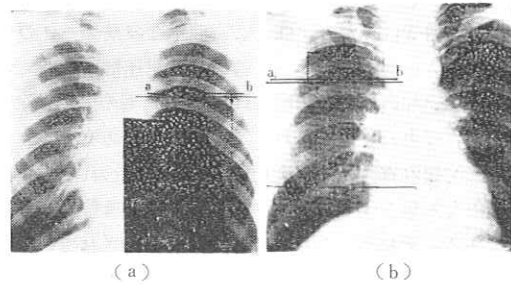
向 0.8 mm にとる。

### 3. 胸部X線写真正面像の濃度分布の性質

#### 3.1 肺の効果

胸部X線写真をフィルム面上の濃度分布のつくる二次元図形とみる場合、それを構成する要素としては、肺、肋骨、血管、心臓の陰影など多くのものがあげられる。しかしながら、診断の目標を肺疾患に限るならば、肺そのものの存在が濃度分布のうえにどのような効果を及ぼしているかがまず知らなければならない。そのためには、肺のある場合とない場合の濃度分布を比較検討することが最も有効であろう。このような観点から、この節では正常肺の直接撮影胸部正面像と、自然気胸のため肺のない場合のそれとを比較し、詳しく検討する。

まず、資料として用いた写真を第4図に示す。



第4図 濃度分布測定に用いた胸部X線写真  
(a) 自然気胸, (b) 正常

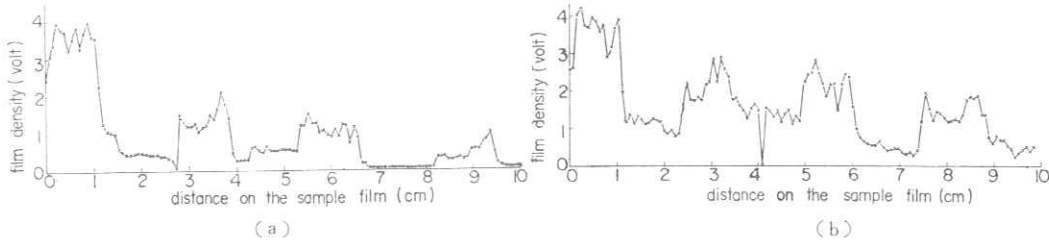
Fig.4 Chest roentgenograms used for measuring density distribution : (a) spontaneous pneumothorax, (b) normal

ここで (a) は自然気胸のため左肺のあるべき部分の大半が胸腔になっている。また、(b) は右肺上葉に病巣(直径約1 cm)があるが、その他の部分には異常はない。つぎに、これら二つの写真の濃度分布の代表的な一例として、第4図破線で示される位置の垂直方向の濃度分布を第5図に示す。この場合、肋骨などネガフィルムで透明な部分に対しては出力電圧が大きくなるようにしてある。

これら二つの濃度分布の著しい相違点として、つぎの2点をあげることができる。

- (1) 正常肺の場合、全体の濃度レベル\*\*\*が非常に大きくなる。これはとくに肺野の部分に著しい。
- (2) 正常肺の場合、比較的細かいランダムな変動

\*\*\* 濃度レベルという用語は厳密な定義を与えられた専門用語として用いられる場合もあるが、本文では濃度の比較的局所領域における平均的な大きさという意味で用いている。



第5図 垂直方向濃度分布の一例(第4図破線の部分)(a) 自然気胸, (b) 正常

Fig. 5 Examples of density distribution in vertical direction; (a) spontaneous pneumothorax, (b) normal, which are taken on the broken line marked in Fig. 4

が著しく増加する。とくに同図 (a) 7~8 cm の部分にみられるように、肋骨以外(すなわち肺野)の部分は肺がないならばほとんど一様濃度で、しかもきわめて低い濃度レベルになる(ネガフィルムで黒くなる。すなわちX線はほとんど吸収されない)。

さて、X線写真では基本的な濃度レベルが場所によって著しく変化する。たとえば上端の方はレベルが高く、下端(横隔膜付近)は低い。また体の外側の縁および中心部分はレベルが高く、肺の中心部分は低いということは目で見た感じからじゅうぶん予想される。これはもちろん人体そのものの形にもよるであろうが上記(1)を考えると、肺の存在も重要な効果をもたらすことが予想される。この点について調べるには水平方向濃度分布の比較を行なうのがより適当であると考えられる。そこで水平方向濃度分布の一例として、第4図実線 a b に示されている位置の濃度分布を第6図にします。

(3~5.5 cm の間は肋骨に相当する)。一方、肺のある場合 8 cm 付近の最小レベルの位置まで比較的ゆるやかな曲線を描いて連続的に低下してゆき、中心部に近づくにつれてふたたび連続的に上昇する。また、ランダムな成分が相当あり、肺のない場合と著しい対照をなしていることは、さきに(2)の項で述べた通りである。したがって基本濃度レベルの変動の主要な部分は、通常の体格の人であれば主として肺とその形によるといえる。

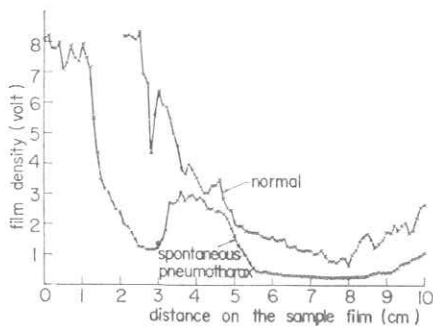
つぎに、さきの(2)の性質について少し考えてみる。このような微細な変動を生ずる原因として、

- (1) 肺の組織の陰影、これは血管陰影も含む
- (2) 写真フィルムの粒子の効果

(3) 濃度測定、A-D 変換などの装置における電氣的雑音

があげられる。しかしながら、二つの資料に対してそれらが同品質のフィルムであり、しかも撮影条件もほとんど同じと考えられることから、(2)、(3)の効果はほぼ両者に同等にきいてくるはずであり、その差異の主要な原因はやはり(1)とみなしてよいであろう。ただし、これらの濃度分布は写真を機械的に水平または垂直に走査した結果得られたものであって、実際の濃度分布はあくまで二次元図形としてとらえられるべきものであることに注意しなくてはならない。その場合、人間、とくに経験豊かな医師は詳細な解剖学的知識をもとにして、断続的なわずかの陰影をつなぎあわせ、血管として認識している。一方、図形を平面上に配置された離散的標本点の値の集合として扱う現在のデジタル形電子計算機では、このような操作はほとんど不可能といってよい。そこでは(1)の原因による微細変動分は、標本点間にある程度の相関をもつ雑音とみなされるとした方がより適当である(その結果ある程度の情報が失われてしまうことは避けられない。このことは将来、処理過程の中の適当な段階において再考されるべき重要な問題である)。

すなわち、(1)、(2)、(3) あわせて、画面全体にわたってランダム雑音として現われると考えるべきであ



第6図 水平方向濃度分布の一例(第4図実線 ab の部分)

Fig. 6 Examples of density distribution in horizontal direction which are taken on the solid line ab marked in Fig. 4

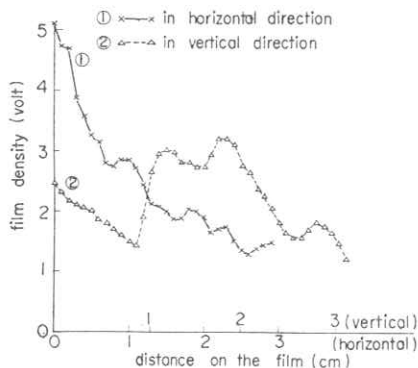
この場合、みやすいように第5図の場合よりもやや大きい時定数で平滑化してある。また、被検者の体格の差から、両者の水平方向の全体の幅が一致しないのはやむをえない。これから知られるように肺のない場合には、外側から体の中心(縦隔)へ進むに従ってほとんど垂直に等しい速さで濃度が低下し、同図 6~9 cm の間にみられるようにほとんど一定の値を保つ

ろう。ただし、これはあくまで微小な血管の部分のことであり、血管のなかでもある程度大きなものは、電子計算機によっても一種のパターンとして扱いうることはいうまでもない。

3.2 二種以上の器官の像が重複する部分の濃度の加減性

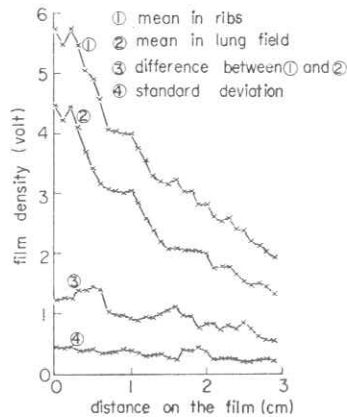
前節で肺が濃度分布のうえに及ぼす効果について考察してきたが、さらに、X線写真の他の大きな特徴として二種以上の器官の像が重なっているということがあげられる。その代表的なものが肋骨と他の器官との重なりであり、それは人間による診断をも著しく妨害する原因となる。この場合、重なりのある部分の濃度値はその一つ一つの器官による像の濃度値の加え合わされた値になるとみてよいかどうかは、認識手法を考えるさいのモデルの構成上非常に重要な問題である。本節では、この点について少し考察してみる。

一般に、X線管球焦点から約2mの距離で撮影される直接撮影の場合、被写体に入射するX線はほぼ平行線であるとみなしてよい。このような場合には、すでによく知られているようにX線の吸収は透過物質の線吸収係数のみで定まり、したがってフィルムの特性が理想的な対数特性である（すなわち、入射X線量の対数に比例する黒化度になる）ならば、いくつかの器官の重なりのある部分の濃度値は一つ一つの器官の陰影による濃度値の和に等しい。このことを人体を撮影した実際のX線写真について厳密に確かめることはかなり困難であるが、ある程度の傾向を示すものとして以下の結果が得られている。すなわち、第4図(b)において四角枠内部に相当する部分(大きさ約3cm×3.2cm, 標本点30×40=1200点を含む)をとると、この部分



第7図 濃度分布の一例(第4図(b)枠内の部分)。曲線②が中央で高くなるのは肋骨のためである  
Fig. 7 Examples of density distribution sampled in the area indicated by the square in Fig. 4 (b). High density observed in the middle region of abscissa for curve ② is due to the rib.

の濃度 垂直方向には肋骨と肺野の違いをほぼほとんど変化しないのに対して、水平方向には肋骨、肺野に関係なく大きな変化を示している(第7図)。しかるに、3.1の結果からこの水平方向の変化は主として肺の形によるもので、肋骨はその形状からみてもほとんど変化に寄与しないと予想される。そこで、この領域内で肋骨、肺野の部分別々に、各列ごとに濃度の平均値を求め、それらの差と標準偏差を求めてみる。その結果を示したのが第8図である。



第8図 各列における濃度の平均値と標準偏差(第7図と同じ部分)  
Fig. 8 Mean and standard deviation of density in each column (the same part as Fig. 7)

これからしられるように肋骨、肺野ともに平均値を直接表わす曲線は水平方向に非常に大きく変化しているにもかかわらず、それら二つ(曲線①, ②)の差(曲線③—これはほぼ肋骨の陰影の濃度を表わすとみなされる)はほとんど一定であり、標準偏差(曲線④—これはほぼランダム雑音成分の濃度を表わすとみなされる)もやはり、ほぼ一定の値を示している。このことから、肺と肋骨の陰影の相互作用に非線形性はあまりなく、肺、肋骨、雑音成分の各濃度値が加え合わさって全体の濃度値になっていることがある程度確かめられる。なお、曲線③が左の方で急に大きくなるのは前胸部の肋骨の陰影の影響であり、また、右(すなわち、体の中心部)へ移るにつれてゆるやかに減少してゆくのは人体の外形、肋骨自体の変化および濃度—電圧変換系の非線形性などが関係していると思われる。

3.3 胸部X線写真パターンの性質

以上の考察の結果から、X線写真パターンを二次元図形のパターン認識の対象としてとらえる場合、その重要な性質としてつぎの点をあげることができる。

(1) 基本濃度レベルが、同一写真内でも場所によって大きく変動し、したがって濃度値は非常に広い範

囲の値をとる。これは通常の平均的な体格の人の場合には主として肺そのものの存在によってきまる（すなわち、肺の形によってきまってくる）。

このことは、人間がみる場合にはほとんど問題にならないが、自動識別の場合には重要な問題となる。

(2) 画面全体にわたってランダム雑音がかかり存在する。これは肺の組織の微細構造、血管などの不規則な陰影、フィルムの粒子性、装置の電氣的雑音などによるが、少なくとも現在可能と思われる自動識別の段階では、第一の成分が最も重要であり、他の2種類の成分は使用装置を注意深く選べばほとんど無視してよいである。

(3) 真の識別対象である病巣陰影とは関係のない確定的なパターン（すなわち、肋骨、大きい血管陰影など）が存在する。これまで工学において扱われ、ある程度の成功をおさめてきたパターン認識の問題（たとえば、文字読取りとか心電図診断など）の認識目標に対応する性質をもつのは、X線写真の場合はむしろここにあげたパターンである。しかもその存在は病巣陰影の識別を著しく妨げるものであるため、このような無関係なパターンも一応識別し、とり除くことができなくてはならない。

(4) 上記(1)~(3)の各成分は任意に重なり合って存在している。この点もこれまでのパターン認識の問題にはほとんどみられなかった困難な点であり、これを処理する認識系には相当高度の論理的操作を行なう能力をもたせなくてはならないであろう。ただし、これらの各成分による濃度値は少なくとも第一近似としては加法的であるとみなしてよいであろう。

### 3.4 測定結果の定量性について

すでに指摘したように、胸部X線写真の自動診断をただちに可能にするような既成のパターン認識手法は存在しない。そこで、まったく新しい手法の開発に用いられるモデルに許容される諸仮定を吟味するために本章の考察がなされ、(1)~(4)の結論が得られた。これらの結論のうちにはいうまでもなく放射線医学の専門家ならば容易に推察しうる、あるいは既知の事実もあるであろうが、自動診断のモデル構成の観点からみれば、これらの事実はおのずと異なった意味をもつことを指摘した点に本章の意義がある。

また、このことに関連して測定結果の定量性の問題にふれておこう。放射線物理学の観点からみれば上述の検討は著しく厳密性を欠くものであり、また、部分的にはかなり重要と思われる問題点の検討も省略されている。たとえば、初めに述べたようにここに示した濃度値は物理的精密測定による黒化度を表わすものと

はいい難い。また、フィルムの特性、撮影条件、写真処理条件などによる測定値の変動、X線撮影系の光学的特性などはほとんど考慮されていない。したがって、もしこれらの点を考慮して検討しなおせば、前節までの内容は量的にはある程度変わるものと考えられる。しかしながら、このような量的変化が認識系あるいはパターンのモデルの変更をうながすものとも思われない。すなわち、測定の絶対値はモデルに含まれるパラメータの値をきめるとき重要視されるべきものであり\*、モデル構成の段階ではとくにその厳密性を追求する必要はないと考えられるのである。また被写体である人体の物理的特性が厳密に定義されないまま、もっぱら測定の厳密性を追うことにも疑問がある。けっきょく、目的は現在医師の行なっている読影という操作に含まれる情報処理の機能を代行する手法を開発することであり、そのモデルを構成するためには、測定値の定量性はさしあたっては副次的な意味しかもたないとするのがわれわれの基本的な考え方である。

なお、本文の考察においては一応、現在の直接撮影によって得られた写真のみを対象とし、写真が与えられたとしてそれを処理することを考える。したがって現在の読影に最も熟練した一流専門家が、最良の条件のもとで診断を行なう場合の能力よりも高度の能力を実現することはほとんど不可能である。しかしながら一応、通常の胸部疾患専門医と同程度の能力が実現されるならば（現在知られている電子計算機による二次元パターン処理能力からすればこのことでさえも非常に困難が予想される）その高速性および安定性から、じゅうぶん有効なものとなるであろう。

## 4. 肋骨境界の識別

### 4.1 X線写真パターン処理の基本方針

すでに述べたように、従来図形認識の対象として扱われてきた文字とか心電図などとX線写真パターンの間にはいくつかの本質的な相違点がみられるが、そのなかで最も重要な点はつぎの点である。すなわち、文字などの場合にはパターンの存在する空間が比較的小さく、しかもその限られた領域の中に情報が高い密度で含まれているため、認識対象は非常に明確である\*\*のに対して、X線写真の場合には非常に異なっ

\* たとえば、撮影条件の変化によって、ランダムな成分、肋骨、病巣陰影の濃度の相対的な大きさは変化するであろうが、これらの3成分が重なって存在するという性質は変化しないはずである。そして、この相対的な大きさの変化は、たとえば信号対雑音比（いわゆるSN比）の変化として考慮することができよう。

\*\* 実際にはパターンを含めて領域全体そのものを認識すべきパターンとみなしても差しつかえない。

た性質のパターンが共存するため、認識系が処理すべき情報が著しくあいまいな形でしか与えられないという点である。そこに含まれる個々のパターンの性質については、3において述べた通りであるが、このように複雑なパターンの処理は単能の情報処理機構ではとうてい不可能で、共存する何種類かのパターンのもつ性質一つ一つに対応する適当な基本的処理方法を開発し、それらを総合することによって初めて可能となるであろう。そのような基本的手法の一つとして、以下に肋骨境界の識別について考察を行なう。

なお、以下の考察ではパターンはすべて平面上で適当な間隔で量子化された標本点の値の集合として与えられるとする。

このとき、肋骨境界の識別ならば一つ一つの標本点についてそれが境界曲線上にあるかどうか（あるいはそれが肋骨上にあるかどうか）を順次判定してゆけばよいと考えられがちである。しかし、ここで注意すべきことは、境界は二次元的にみえる程度なめらかな連続した曲線をなすことが本質的特徴であるということである。そして、このような特徴は大きい画面の場合、その全体をとらえることによって初めて抽出できる。その意味で大局的情報が必要であるといえる。実際にはほとんどの場合、たとえ最終的には局所的処理を目標とする場合でも正しい決定を下すためには画面全体をみて得られる大局的情報が必要とされる。すなわち、なんらかの局所的処理を各標本点にたいして加え、その結果にたいして大局的情報を利用した処理を行ない、その結果を利用してふたたび局所的処理に修正を加えてゆくといった、いわば情報のフィードバックを伴う局所的処理の積み重ねにより、次第に正確な最終決定に接近してゆくという方法が本質的に正しい方法であると考えられる。このような基本的考え方のおかげにあって、肋骨境界をここでは平面曲線としてとらえ、以下のような手順でその識別を行なう。

4.2 肋骨境界曲線の識別手順

初めにつきの式(1)で与えられるパターンを考える。

$$S(x_i, y_j) = \begin{cases} K & (\text{点}(x_i, y_j) \text{ が曲線上にあるとき}) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases} \quad (1)$$

さらに、観測パターンとしてはこれに加法的雑音  $n(x_i, y_j)$  が加えられたもの、すなわち、

$$v(x_i, y_j) = S(x_i, y_j) + n(x_i, y_j) \quad (2)$$

で表わされる  $v(x_i, y_j)$  が与えられるとする。このようなパターンに対する一つの識別方式としてつきの手順に従う方式を用いることにする。

(1) 各標本点  $v_k^*$  にたいしてその点が曲線上にある（以下、on-line と書く）か、そうでない（以下、

off-line と書く）かを  $v_k$  の近傍の標本点の値から推定する。すなわち、点  $v_k$  を中心とする、 $x, y$  両軸方向ともに  $N$  個の点からなる近傍領域  $R_k$  内の標本点の値に適当な重みをかけた加重和を求め、その値があらかじめ定められた閾値  $T_k$  より大きければ on-line、小さければ off-line とする。

(2) 画面全体から、(1)で on-line と判定された点がつくる連続領域のうちで、あらかじめ定められた大きさを越えるもののみをとり出し、この領域を  $S$  とする。 $S$  は一般に同一画面内にいくつも存在する。

(3) (2)で抽出された一つの領域  $S$  内にはただ一つの曲線があると考え、各領域  $S$  内でどの点が正確に on-line の点であるとみなすべきかを、(1)と同種の情報を用いて推定する。

(4) 識別対象の性質からあらかじめ知られている情報を利用することにより、(3)で得られた曲線を全体的にみて適当な修正（平滑化、補間など）を行なう。

この識別方式の能力の詳細な解析、および(1)における重み、閾値の決めかたなどについては別の報告<sup>10)</sup>にゆずり、ここではこの方式を実際の X 線写真に適用した結果について詳しく述べることにする。

実際の X 線写真にこの方式を適用するためには、上の各手順は、もう少し具体化されなければならないし、また、若干の予備的処理も必要になる。まず初めに上の方式を考察するさいに用いたモデル(1)、(2)に近いパターンをうるために、量子化された X 線写真パターン  $\{v(x_i, y_j)\}^{**}$  から、上下方向に隣接する標本点間の差をとることによって新しいパターン  $\{v'(x_i, y_j)\}$  をつくる。すなわち、

$$v'(x_i, y_j) = v(x_i, y_{j+1}) - v(x_i, y_j) \quad (3)$$

この場合、肋骨境界曲線が、 $x$  軸から  $\pm 45^\circ$  以内の方向に伸びていること、濃度レベルが  $y$  軸方向に著しく変化しないこと、肋骨およびランダムな成分の濃度がほぼ一定であること、重複する像の濃度が加法的であることなどを仮定している。以下に示す例の程度の領域ならば、これらはほぼ満足されている。また、実際には肋骨の上下の境界曲線に対応して  $+K, -K$  の2種類のパターンが生じる。

この  $\{v'(x_i, y_j)\}$  に対して上述の手順を適用するのであるが、具体的にはつきのようにする。

(1) さきに述べた  $R_k$  としては各標本点を中心とする  $x, y$  両軸方向ともに9個、全部で81個の標本

\*  $v(x_i, y_j)$  を以下、このように略記する。ここで  $k$  は画面内でのその点の位置を示すために適当に付けられた番号である。

\*\*  $\{v(x_i, y_j)\}$  は、 $v(x_i, y_j)$  の集合を意味する。

点からなる領域をとり、重みとしては、第9図に示すものを用いる。また、閾値は対象とするパターンの一部を用いて測定された肋骨の濃度および濃度値の分散を用いて定める。

1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	1	0	0	0	0	0	1	2
2	3	2	0	0	0	2	3	2
2	3	4	4	0	4	4	3	2
1	1	3	7	15	7	3	1	1
2	3	4	4	0	4	4	3	2
2	3	2	0	0	0	2	3	2
2	1	0	0	0	0	0	1	2
1	0	0	0	0	0	0	0	1

第9図 肋骨境界識別実験に用いた重み行列  
Fig.9 Weight matrix employed in the recognition experiment of the rib boundaries.

(2) (1)の結果、on-line と判定された標本点が上下、または左右の方向に5個以上つづくばあい、その部分をとり出して領域Sとする。

(3) 領域の一つ一つについて、各列内で(1)の加重和が最大になる点を取り、正確な on-line の点であるとする。

(4) この実験の場合は省略する。実際、識別結果からみてもこの段階まで必要となることはまれてある。

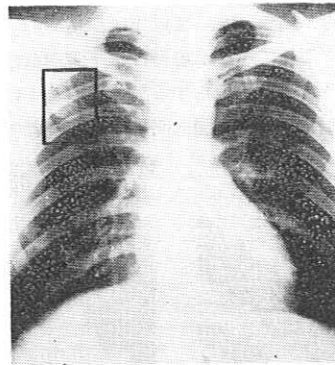
4.3 識別実験の結果

実験に用いた写真を第10図に示す。実際に処理を行なったのは図中の枠内の部分、すなわち、右肺上葉から中葉にかけての大きさ約4cm×6cmの部分で、第V,VI肋骨、および結核病巣が含まれている(第11図)。量子化した場合、標本点の個数は41×74(=3034)個になる。この中の右端10列をとって\*、目でみて肋骨上の点と肺野部の点に分け、各列ごとに平均値をとってその差を全体にわたって平均し、肋骨の濃度とみなした。また、各部分の分散も同様に求め、全体にわたって平均したものをランダムな成分の分散とみなした。これらの値は(1)の閾値を決めるときに用いられる\*\*。

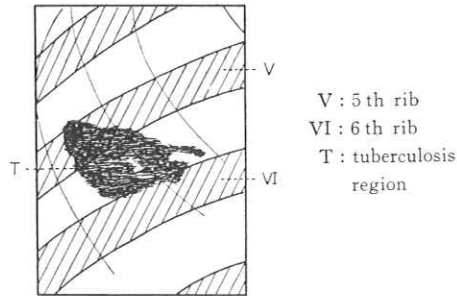
この資料にたいする識別実験の結果は第12図に示されている。ここで扱われている問題のばあい、個々の標本点についての判定は必ずしも正確である必要は

\* この部分の濃度レベルがほとんど同様であるためである(第13図参照)

\*\* 閾値のきめかたについては、文献5)参照



第10図 識別実験に用いられた胸部X線写真(枠内の部分のみを資料とした)  
Fig.10 Chest roentgenogram used in the recognition experiment (only squared region is used as test material)



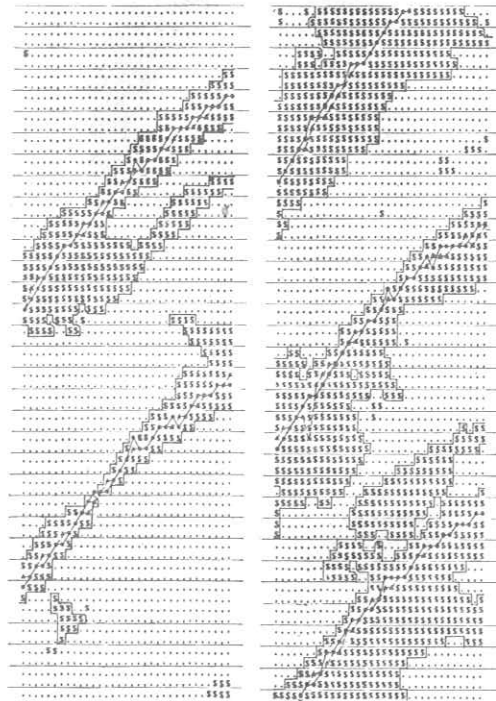
第11図 第10図の資料のスケッチ  
Fig.11 Sketch of the material shown in Fig.10

なく、境界曲線が全体として正しい位置に識別されていることが重要である。このことを考慮するならば、ここで得られた判定結果はじゅうぶん正確なものであるとみなしてよい。比較的重要な誤判定とみなされるものは第12図(b)41行6列目の誤判定と、同図(a)47行12列、46行13列のあいだで領域Sが分離することの二つである。前者は前胸部の肋骨の陰影が比較的明確に出ているため、そちらの境界上の点が抽出されてしまったため生じたもの、後者は病巣、前胸部の肋骨、背部の肋骨の3者が重なって、この部分のみは境界がないかのような状態になっているためである。もちろん、これらは(4)において、適当な平滑化および補間の操作を付加すればじゅうぶん補正できるものである。この結果から、肋骨の配置の複雑な肺尖部、および血管などの複雑な陰影が多い肺門付近を除く大部分においては肋骨(背部の)はほぼ識別可能であると思われる。

現在までに、手もとにおいて、処理手法の理論的な解析がある程度なされているのは上述の段階までであ



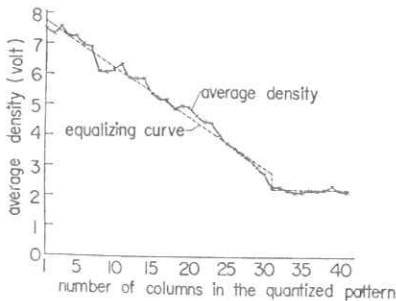
るが、今後の考察の資料をうるためにさらに2~3の処理を試みた結果について以下に簡単に付け加えておく。まず、ここで用いた資料は水平方向に濃度レベルがひょろひょろ大きく変化する\*。このことは各列の平均濃度を示した第13図に明確に表わされている。そ



(a) (b)  
 ●—● : boundaries recognized by human eye  
 ▲.....▲ : those recognized by computer (marked only in the case where above two results do not agree)  
 L : regions S obtained as the results of step (2)  
 mark • : sample points decided as off-line in step (1)  
 mark \$ : sample points decided as on-line in step (1)

第12図 識別実験の結果  
 (a) 上部境界 (b) 下部境界

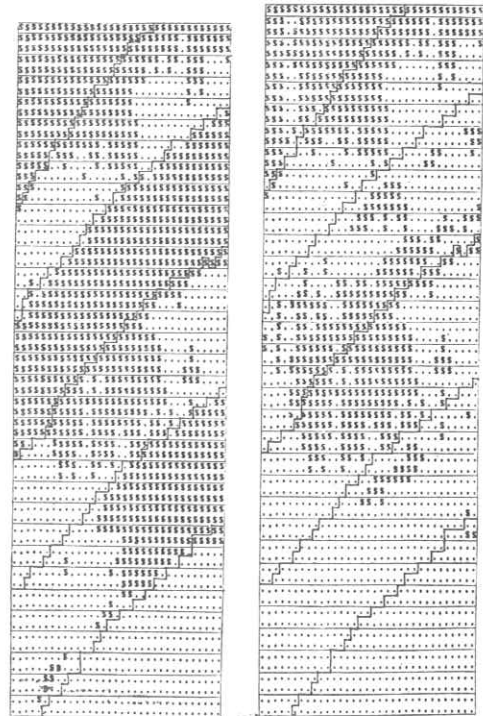
Fig. 12 Results of the recognition experiment:  
 (a) upper boundaries, (b) lower boundaries



第13図 各列の平均濃度および濃度レベル変動の補正量  
 Fig. 13 Average density of each column and equalizing curve of density level variation.

こで、第13図の破線で示された折線で水平方向濃度レベルの変動を近似し、その値をひいたパターンをつくる。これは肺野部分の濃度平均値がゼロになっているはずであり、したがって正の部分としては主として肋骨および病巣部分が残るはずである。実際に、濃度ゼロを閾値として2値パターンになおしたものと第14図のようになる。

つぎに、さきに得られた肋骨境界の識別結果から対応する標本点から肋骨の濃度をひいたパターンをつくる。この結果は原パターンがこれまで考慮しなかった成分を含まない限り、主として病巣部分のみが正の濃度値となって残るはずである。これをさきと同様に、濃度値ゼロを閾値とする2値パターンになおすと、第15図のようになる。これらの結果にかんする検討は、次節において述べることにする。



L : parts recognized as the rib by computer  
 mark • : points where density is less than 0, mark \$ : points where density is not less than 0

第14図 肺野部の平均濃度をゼロにしたパターン  
 Fig. 14 Pattern in which average density in lung field is set equal to 0  
 第15図 第14図のパターンから肋骨を消去したパターン  
 Fig. 15 Pattern obtained by eliminating ribs from the pattern in Fig. 14

\* どの写真についても、このような位置をとればある程度類似の変化がみられるであろう

#### 4.4 問題点の検討

肋骨境界の識別については、基本的な部分においては重要な問題は残されていないであろう。したがってより高度な能力の実現が課題となる。すなわち、曲線に分岐や交さのある複雑な場合、曲線自体の濃度が小さい、不明りょうなパターンの場合、曲線の濃度、雑音の分散などが未知の場合などにたいする処理方法の開発である。

最後の実験は、理論的解析の裏づけのない、かなり試行錯誤式のやりかたを試みたに過ぎないが、その結果は示唆に富むものである。まず第 14 図において左下隅の方の肋骨がほとんど現われていないのにたいして、左上方には肋骨以外に相当の部分が出ており、また、第 15 図においても左上方の肋骨は消去されていない。これは、目でみるとときにはあまり顕著には認められない垂直方向のレベル変動が、このような単純な閾値操作に対しては決して無視できないことを示している。したがってこのレベル変動の処理が重要な問題となるが、上述の肋骨境界の識別がそれとはほとんど関係なく可能であるのは、大きな利点であるといえよう。

つぎに、病巣陰影についてはここにあげた例は非常にわかりやすい例ではあるが、少なくともこの程度のコントラストがあるならば、たとえ肋骨と重複している部分であってもある程度正確に抽出できる見通しが得られたといえる。もちろんこれはきわめて簡単な場合の一例であって、詳細は今後の研究を待たなくてはならない。

### 5. む す び

本論文では初めに胸部X線写真パターンの重要な性質について述べ、つぎにその結果に基づいて得られた基本的処理方法の一つである肋骨境界識別の手順を述べ、それを実際のX線写真に適用した結果を示した。

われわれが考えている最終目標はいうまでもなくX線写真診断の自動化であるが、ここに述べられた内容は問題点のごく初期の段階を扱っているにすぎず、日常の診断に利用するという段階にまでは到底至っていない。実際、図形処理は現在の電子計算機においては最も扱いにくい種類の問題であって、そのうちでもかなり高度の能力を要求されるX線写真の処理になると、パターン認識の問題自体として、工学においてもほとんど未解決の問題を同時に考察してゆかなくてはならないのが現状である。したがって、既知の手法を形式的に応用することによってただちに実用に供しうる能力をもつシステムをつくりあげることは現段階ではほ

とんど不可能であり、本文に述べられたような適当な基本的処理方法の研究を積み重ねてゆくことが必要とされるのである。このような段階では、問題の本質を正しくとらえることが重要であり、本文でもその点に関連する記述がかなり多く含まれている。

なお、すでに述べたようにX線写真パターンを構成する要素はいくつかあり、それらの性質が非常に異なっているため、それらの一つ一つにたいして適切な処理方法を考えなくてはならない。しかしながら、それらの各成分は必然的に、つねに重なり合い共存している結果のみが与えられるのであって、たとえ研究の段階で必要が生じたとしても、個々の成分が分離されているようなパターンをうることは不可能である。したがって、少なくともある一つの成分をなんらかの形で処理できて初めて、他の成分の正しい性質が知られることになるであろう。たとえば、肋骨像と病巣陰影は少なくとも一部分は重なり合っているのが普通で、肋骨の部分を一定の方式で識別し、除去することができて、初めて病巣陰影の性質が明らかになる。その点から考えるならば、一見、識別目標とは関係のない肋骨の識別が決して無意味ではなく、また、X線写真内では最も普遍性のある確定的パターンである肋骨の識別を第一段階として扱うことはじゅうぶん意味があると思われる。

つぎに考察すべき重要な問題は、病巣陰影をどのようにして処理するかということであり、その点についての検討を現在進めているが、それらについてはまた別の機会に論ずることにしたい。

終わりに、つねに懇切な御指導をいただく東北大学電気通信研究所本多波雄教授、名古屋大学工学部池谷和夫教授に深く感謝致します。また、実験試料作製に御協力をいただく梅森光風園佐伯敏勝氏、実験装置作製、資料整理に御協力をいただく、名古屋大学工学部小田昌民氏、伊藤和子氏、ならびに熱心な御討論をいただく研究室の皆さんに深く感謝致します。

#### 文 献

- 1) Becker, H. C., Nettleton, W. J., Meyers, P. H., Sweeney, J. W., and Nice, C. M. Jr. : Digital computer determination of a medical diagnostic index directly from chest X-ray images. IEEE Trans. BME, **BME-11**, 3, 67-72 (1964)
- 2) Lodwick, G. S., Keats, T. E. and Dorst, J. P. : The coding of roentgen images for computer analysis as applied to lung cancer, Radiology, **81**, 185-200 (1963)
- 3) 山村雄一・螺良英郎・石山太郎ほか：胸部X線正面像所見の符号化。医用電子と生体工学, **2**, 3, 175-185(1964)
- 4) 鳥脇純一郎・福村晃夫・池谷和夫：加法的ガウス雑音をともなう平面曲線の識別。昭和41年度電気通信学会全国大会予稿(講演番号80)
- 5) 鳥脇純一郎・福村晃夫：雑音をともなう2次元図形境界の一識別法。電気通信学会雑誌投稿中



## 第4節 電子計算機による胸部X線写真の 病巣陰影識別に関する基礎的実験\*

鳥脇純一郎\*\*・福村 晃夫\*\*・小池 和夫\*\*\*・高木 良雄\*\*\*

### Automatic Recognition of Abnormal Shadows in Chest Roentgenograms\*

Jun-ichiro TORIWAKI\*\*, Teruo FUKUMURA\*\*, Kazuo KOIKE, M.D.\*\*\*, Yoshio TAKAGI, M.D.\*\*\*

Computer diagnosis of the roentgenogram is regarded as a typical two-dimensional pattern recognition problem. As the first step to approach the problem, we investigated the characteristics of the density distribution of the chest roentgenograms. Then we studied the method of automatic recognition of rib boundaries.

As the next step, we studied in this paper the method of automatic recognition of abnormal shadows in chest roentgenogram.

First, simple models of abnormal shadows in chest roentgenogram consisting of (1) some irregular figures whose uniform densities are known and whose shapes, sizes and positions are unknown, and (2) additive Gaussian noise with 0 mean and known variance, are assumed and recognition method is derived. Only outline of the method is stated here.

Next, this method is applied to the recognition of abnormal shadows in the real chest roentgenogram. In this experiment, input patterns (roentgenograms) are processed according to the following procedure: (i) measurement and sampling of film density, (ii) recognition of boundaries of dorsal portion of ribs, (iii) subtraction of density corresponding to dorsal portion of ribs, (iv) equalization of average density level in the horizontal direction, (v) recognition of boundaries of ventral portion of ribs, (vi) subtraction of density corresponding to ventral portion of ribs, (vii) recognition of abnormal shadows (tuberculous lesions).

Results of the experiment are stated here in detail. They show that the method used in this paper was proved useful for detection of some kinds of abnormal shadows in chest roentgenograms.

### 1. ま え が き

胸部X線写真の電子計算機による処理は典型的なパターン認識の問題である。そして、この場合に対象とするパターンがきわめて複雑であり、しかも性質が互いに異なる成分から構成されていることから、各成分に適合した基本的処理方法を開発することがまずはじめに必要とされる。これら基本的処理方法の第一として肋骨境界線の識別法の研究がすでに報告されている

1)<sup>2)</sup>。本論文はそれにつづくものとして病巣陰影識別の方法について述べたものである。ここで用いられる方法は塊状図形の処理方法であり、将来完成されるべきシステム全体のなかでは、先に肋骨境界線の識別に用いられた線状図形の処理方法<sup>2)</sup>とならんで中心的役割を果たすものである。ただし、本文ではこの部分の処理実験のみを目的としているため、必要な前処理の過程がすべて自動化されているわけではない。また、処理方法の導出、能力の解析などの基礎的検討の詳細は別の報告<sup>3)</sup>にゆずり、本文では実際の胸部X線写真に対する識別実験の結果について詳しく述べている。なお、先の報告<sup>1)</sup>にも述べたように病巣陰影識別実験のみが目的とされる場合でも肋骨は識別され除去されなくてはならない。本文の実験ではすでに報告された方法を用いてこの過程を実行しているため、肋骨境界線

\* 昭和42年11月27日原稿受付 (Received on Nov. 27th 1967)

\*\* 名古屋大学工学部電気工学教室 (Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Nagoya University)

\*\*\* 国立療養所梅森光風園 (National Sanatorium Umemorikofuen)

識別実験にたいしても有用な資料を提供しているといえよう。

## 2. パターンの性質

処理すべきパターンとして一応胸部X線写真正面像を考える。そこに現われる異常陰影というものは実際には千差万別であり、それらのすべてを共通の方法で識別することはほとんど不可能に近い。そのため本文では結核病巣陰影のなかで限局性という言葉で漠然と表現されている比較的狭い領域を占める孤立した陰影を考える。ただし、ここではあくまでフィルム上に現われた図形的特徴から異常であることを検出することのみを目的とし、医学上の鑑別診断（たとえば肺がんと肺結核を区別するなど）にまでは立ち入らない。

つぎに本文で対象とした病巣陰影パターンの性質をあげてみると以下ようになるであろう\*。

1) 形：不定であるが明確なひろがりをもつ（線図形ではない）。外形は複雑であり、輪郭はたとえはっきりしていてもかなり複雑な曲線になるのが普通である。また輪郭が鮮明でない場合も多い。

2) 大きさ：不定。ただし、肉眼による識別の可能性および診断学上の意味づけの有意さという点から最小値が、限局性という点から最大値が、ある程度は定まるが、確定的なものではない。

3) 位置：不定。肺結核に限れば肺上野に比較的多いが、一般の場合には診断のための決定的情報とはならない。

4) 濃度：一つの病巣陰影の内部でも一般には一様な濃度ではない。また外部に向かって濃度が連続的に変化し、病巣陰影の境界が不明確な場合も少なくない。

5) 一般に同一画面内に2個以上存在しうる。またランダム雑音、肋骨、血管影と共存し、少なくとも部分的には重複しているのが普通である。

## 3. 識別方法の概要

### 3-1 単純化されたモデルの構成

前節の性質の記述のみでは実際にはパターンはほとんど規定されていないといえてよく、したがってこれから識別方法に関する考察を進めることはほとんど不可能である。本文の実験に用いられる方法は、つぎに

\* ここであげられるのはあくまで工学的な立場から図形処理の対象としてみた場合の特徴であり、医師が診断に際して受ける印象とは若干異なるかもしれない。たとえば限局性陰影は医師の日からみれば最も明りょうな像であるかもしれないが、工学における文字認識の対象などと比べれば不明瞭な輪郭をもつパターンといわざるをえない。

述べるような単純化されたモデルに基づいて導かれたものである。

まずパターンは画面上に適当な間隔でとられた標本点の濃度値の集合で与えられるとし、標本点の位置を  $(x_i, y_j)$  または添字  $k$  で、その点の濃度値をたとえば  $s(x_i, y_j)$  または  $s_k$  ( $s$  はパターンを表わす記号) で示す。また、パターン全体を  $\{s(x_i, y_j)\}$  などとかく。

パターン  $\{s(x_i, y_j)\}$  : ある大きさ以上のひろがりをもち、形、大きさ、存在位置はランダムでかつ濃度一様の図形。一画面内に多数存在しうる。ここでパターンの濃度のみは既知とする（以下 random mass pattern とよび、RMP と略記する）。

雑音  $\{n(x_i, y_j)\}$  : 画面全体にわたって一様な加法的ガウス雑音。各標本点のあいだおよびパターンとは確率的に独立とする。また、平均値は0、分散はある既知の値をとるとする。

観測パターン  $\{v(x_i, y_j)\}$  :

$$v(x_i, y_j) = s(x_i, y_j) + n(x_i, y_j)$$

このとき認識系にたいして要求されることは、観測パターン  $v(x_i, y_j)$  からそのなかに存在する RMP のすべてを識別し、それらの位置と形状の概略を識別することである。

### 3-2 RMP 識別の手順

3-1 に述べられた加法的ガウス雑音を伴う RMP の識別は以下の手順に従って行なわれる。

[I] 各標本点にたいして、それを中心とするある大きさの近傍領域の内部の観測値に基づいてその点が RMP 上にある（状態  $S_1$ ）か RMP 上ではない（状態  $S_0$ ）かを判定する。

[II] 状態  $S_1$  の点のみからなるある大きさ以上の連続した領域を抽出し、RMP とする。

[III] 各 RMP の図形的特徴を適当なパラメータで表示する。

本論文の場合のように実際の胸部X線写真の処理に使われるときにはさらにつぎの順序が加えられるであろう。

[IV] 診断学的知識を利用して各 RMP の意味性質を推測し、異常陰影とみなすべきか否か決定する。

以上の手順のうちで I においては具体的な判定関数の形、状態  $S_1$  の点を  $S_0$  とする誤りあるいはその逆の誤りの生ずる確率などが問題となる。ここで用いる方法ではこれをゆう（尤）度比を用いた統計的決定の問題として定式化し、さらに若干の近似を行なって、ある適当な重み関数による二次元的な移動加重平均とその結果に対する閾値操作に帰着させる。この判定関数の導出および誤り確率の評価の詳細は別の報告<sup>3)</sup>に

詳述されている。

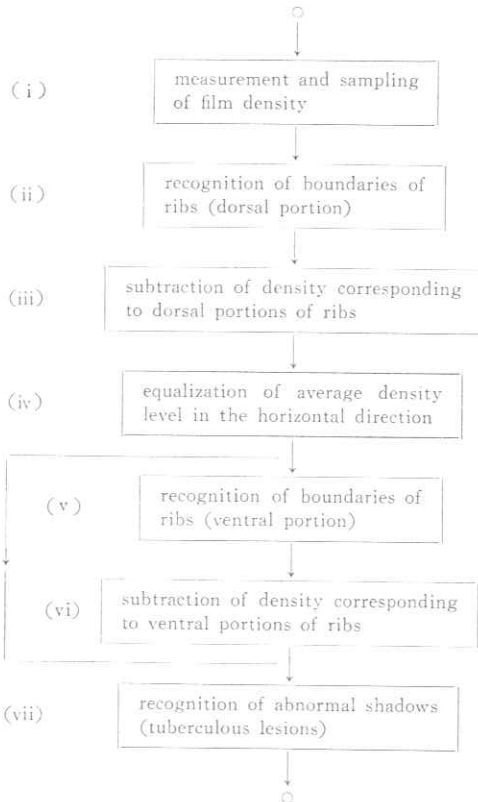
また手順 III の特徴パラメータは最終的には診断学上の情報との関連において定められねばならないが、現段階で3・1で述べられたパターンの性質のみから考えるならば、図形のモーメントが適当なパラメータの一つとして考えられる<sup>9)</sup>。たとえば、RMP の位置を示す場合には、その RMP の重心の位置を利用すればよい。

なお、乱数を用いて発生された3・1の性質を満たすパターンに対して上の手順 (I ~ III) を適用した結果、それが十分有用であることが確かめられている<sup>9)</sup>。

### 4. 識別実験

#### 4.1 実験の概要

すでに述べたように、本文の実験の目的はあくまで病巣陰影の識別であるが、実際のX線写真においてそれが可能であるためには、前節で述べられた方法を用いる限りは少なくとも肋骨の部分が消去され、水平方向の濃度レベルの変動は補正されていなくてはならない。けっきょく以下の実験では各入力パターンに対し



第1図 胸部X線写真識別実験ブロック図

Fig. 1 Block diagram for automatic processing of chest roentgenogram

て第1図に示される一連の処理が行なわれている。ここで (i) ~ (iv) はすでに報告されている<sup>9)</sup>ので詳しくは述べない。その他の部分の詳細は以下順に述べることにして、ここでは実験全般に関連するいくつかの注意を述べるにとどめる。

1) この実験は病巣陰影識別が主眼であるため、第1図の手順全体を電子計算機で行なうわけではない。第1図 (ii), (vi) に含まれる手順の処理<sup>9)</sup>、および (iv) は人が行なう。

2) (ii), (vii) における処理方法はいずれもパターンの濃度および雑音の分散は既知として開発されたものである。実験にあたっては、各入力パターンごとにその一部を用いてそれらの値を測定している。

3) 手順 (v), (vi) は一部の入力パターンについて行なわれるのみである。

4) パターンとしては直接撮影胸部X線写真正面像で比較的小範囲の病巣陰影を含むものを選んで用いる。それらは処理結果とともに第4図、第5図、第6図に示されている (実際には各写真の四角枠内のみを処理対象とする)。ただし、いずれも手持ちの診療用写真の中から選択されたもので、撮影条件、撮影場所などの統一に関する考慮は全然なされていない\*。

5) 電子計算機は東京大学大型計算機センター HI-TAC 5020 E を使用した。プログラムはすべて FORTRAN でかかれ、計算時間、記憶容量縮小などのプログラミング技術上の特別な検討はほとんどされていない。

6) 標本点間隔は直接撮影フィルム上で縦 0.8 mm、横 1 mm であり、各点の濃度は10進3けたの数値で表わされている。

#### 4.2 予備的処理 (1) 肋骨境界線の識別と肋骨消去

この処理についてはすでに詳細に報告されている<sup>9)</sup>ため、ここでは若干の注意をつけ加えるにとどめる。

前回の報告の例では不十分であった手順 IV\*\* (手順 III までで識別された結果の修正) の適用例が各試料第4図2 (b)、第5図 (b)、にみられる (図中●印)。これらの誤判定の原因は病巣陰影あるいは前胸部肋骨の境界を部分的に抽出しているのが大部分である [例第4図2 (b) 中央部]。修正の場合は、まず曲線のなめらかさ、連続性に適当な基準を設けて、それに合わない部分は修正が必要とみなす。ついて、修正が必要

\* 後に示される写真の中には診療用として必ずしも最適ではないものも含まれているが、そのため本文の結果がそこなわれることはない。事実、撮影条件のばらつきがより小さくなれば計算機による処理はそれだけ容易になり本文の結果よりも良好な結果が得られるであろう。

\*\* この項の手順 I ~ IV は血線識別の手順をさす<sup>12)</sup>

とされる列に対しては手順 III において列内最大値をとるかわりに、列内で2番目の値をもつ点を用いることによって、ほとんどすべてが修正される。なお現在のところ、これはすべて人が数値をみて行なっている。

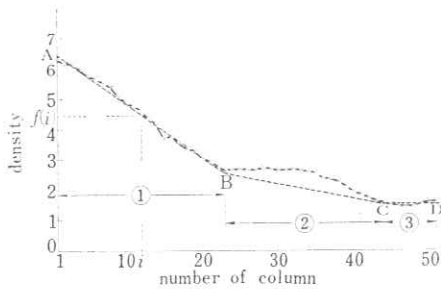
その他、手順IIの結果領域Sが切断されるため連続曲線として識別されないとあり、今後の検討が必要である。

こうして得られた肋骨境界曲線には含まれた部分が肋骨であるとみなし、この部分から肋骨の濃度をひくことによって肋骨が消去されたパターンをつくる。肋骨濃度は画面全体にわたって一様とみなし、あらかじめ測定された濃度値を各標本点濃度からひく。肋骨濃度値は統計的資料から得られる値を用いるべきであるが、資料が十分でないため、本文の実験では各試料写真の一部から測定した値を用いている。

4.3 予備的処理 (2) 水平方向レベル変動の修正

今回使用したどのパターンに対しても、3. に述べられた方法を適用するためにはこの補正が必要である。補正はつぎの手順で行なわれる。

1) 背部肋骨が消去された後のパターンの各列の平均濃度を求め、横軸に列番号、縦軸に平均濃度をとった曲線を描く(第2図)。



- ..... equalizing curve
- x—x average density of each column
- ①, ③: least square approximation by the linear function
- ②: the line passing the point A and B. Real variation of average density in this region is regarded to be affected by some abnormal shadow, and neglected

第2図 水平方向濃度レベル変動の補正説明図

Fig. 2 Illustrative example of equalization of density level variation in the horizontal direction

2) 濃度レベルは通常は人体外側(側胸部)から内側(縦隔)へ進むにつれて、少なくとも肺野の2/3程度までのあいだではなめらかに減少する<sup>1)</sup>ことを念頭におき、適当に区間をわけてその区間内では直線でこ

0.1143	0.1429	0.1714	0.1714	0.2286	0.1714	0.1714	0.1429	0.1143
0.1429	0.2286	0.2571	0.2571	0.3714	0.2571	0.2571	0.2286	0.1429
0.1714	0.2571	0.3429	0.3429	0.5143	0.3429	0.3429	0.2571	0.1714
0.1714	0.2571	0.3429	0.3714	0.5714	0.3714	0.3429	0.2571	0.1714
0.2286	0.3714	0.5143	0.5714	1.0000	0.5714	0.5143	0.3714	0.2286
0.1714	0.2571	0.3429	0.3714	0.5714	0.3714	0.3429	0.2571	0.1714
0.1714	0.2571	0.3429	0.3429	0.5143	0.3429	0.3429	0.2571	0.1714
0.1429	0.2286	0.2571	0.2571	0.3714	0.2571	0.2571	0.2286	0.1429
0.1143	0.1429	0.1714	0.1714	0.2286	0.1714	0.1714	0.1429	0.1143

第3図 病巣陰影識別に用いられる重み行列

Fig. 3 Weight matrix employed in the recognition experiment of abnormal shadows

の変化を近似するようにする(第2図 AB, BC, CD)。このときこのなめらかな変化から著しくはずれる部分は病巣陰影の影響とみなして無視する(第2図 BC間)。直線で近似する部分は2乗誤差最小の近似直線を求める(第2図 AB, CD間)。

3) 上記補正直線の列番号  $i$  に対応する値を  $f(i)$  とするとき、第  $i$  列の点の濃度値から  $f(i)$  の値をひく。

こうして得られたパターンにたいして(v)または(vii)の処理が行なわれる。この説明から知られるようにこの処理は人の判断によるかなり便宜的なものである。

4.4 病巣陰影識別の具体的な手順

第1図(iii), (iv)の予備的処理が行なわれたパターンに対して、3.に述べられた手順に従って病巣陰影の識別が行なわれる。この実験で用いられた具体的な判定関数などは以下に述べるようなものである。

[I] 標本点数縦横9個からなる正方形の領域\*に対応する重みを第3図のようにとり、これを用いて二次元的な移動加重平均を行なう。その結果がある閾値より大きくなる点を状態  $S_1$  と判定する。閾値は、大きさ  $5 \times 5$  の正方形パターンの角の点を誤って状態  $S_0$  とする確率が  $a$  以下であるようにとる。実際には、 $a = 0.05$  または  $a = 0.10$  を用いた。この決定法の詳細については文献(3)参照。

なお、 $5 \times 5$  正方形を閾値設定に用いたのは、一応識別すべき最小のRMPを直接撮影フィルム上で  $5 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$  の大きさ程度のもとしたからである。

また、このときRMP(すなわち病巣陰影)の濃度(以下  $K$  で表わす)の値が必要であるが、現在ただちに利用できる定量的データは得られていないし、また肋骨の場合と違って試料からの実測も容易でない。そこで、一応測定しやすい肋骨濃度を基準にして

$$K = rK'$$

$K'$ : 肋骨濃度,  $r: 0 < r \leq 1$  なる定数

\* フィルム上では標本点間隔の関係で長方形になる。

とおき、 $K'$ には肋骨の濃度の実測値、 $r$ には適当な値を入れて得られる値を用いた。

また、定数  $\sigma/K$  ( $\sigma$ は雑音の標準偏差)は適当な一つの試料写真から得られた値をそのまま共通に用いている(これは、すべての写真について  $S/N$ 比が大体一定であるとみなしたことになる)。

この実験では種々の基礎的データをうることを目的としているため手順 II 以下は実行していない。

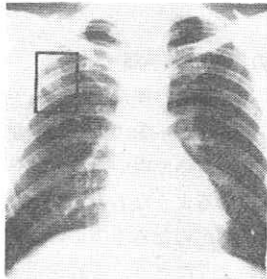
さて、各処理の結果を一括して、第4図、第5図、第7図に示す。それぞれについて以下順に述べていこう。

#### 4.5 識別実験の結果(1)——比較的良好な識別が行なわれる場合

まず、第4図に比較的良好な識別が行なわれる場合を示す。両者ともに肋骨と重複している部分も含めて大体医師の診断結果と一致した領域を抽出している。

以下注意されるべき点をあげておく。

1) 第4.1図(b)は医師による識別結果がやや左上りの傾向をもつのに対して計算機による結果は右上りの傾向を示す。これは計算機の処理が肋骨境界付近



第4.1図(a) 入力パターン (四角枠はフィルム上で横4cm×縦6cm)

Fig. 4.1 (a) Input pattern (squared part on the film is 4 cm wide and 6 cm long.)



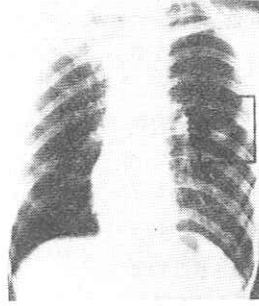
§: points recognized as abnormal, where  $a=0.10$ ,  $r=1$ . (concerning  $a$  and  $r$ , see 4.4)

•: other sample point  
the portion bounded by a solid border: abnormal shadow recognized by the doctor (tuberculous lesion)

For the detailed results of recognition experiment of rib boundaries, see reference (1).

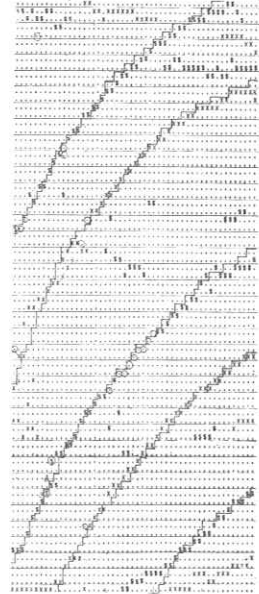
#### 第4.1図(b) 病巣陰影識別結果

Fig. 4.1 (b) Result of recognition experiment of abnormal shadows



第4.2図(a) 入力パターン (四角枠はフィルム上で横5cm×縦6cm)

Fig. 4.2 (a) Input pattern (squared part on the film is 5 cm wide and 6 cm long)



§: upper boundaries recognized by the computer.  
×: lower boundaries recognized by the computer.\*

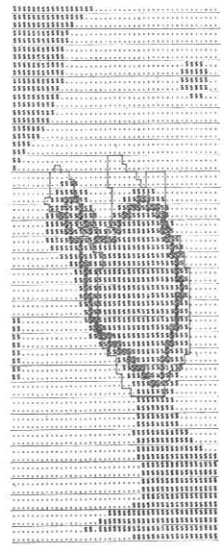
◎: the points to which the step [IV] was applied.

┌: rib boundaries recognized by the doctor.

(\* All curves running through more than five points are shown here.)

#### 第4.2図(b) 肋骨境界線識別結果(背部肋骨)

Fig. 4.2 (b) Result of recognition experiment of rib boundaries (dorsal portion)



§: points recognized by computer as abnormal ( $a=0.05$ ,  $r=0.5$ ).

◎: the portion bounded by ◎: abnormal shadow recognized by computer ( $a=0.10$ ,  $r=1$ ).

the portion bounded by a solid border: abnormal shadow recognized by the doctor.  
•: other sample point.

#### 第4.2図(c) 病巣陰影識別結果

Fig. 4.2 (c) Result of recognition experiment of abnormal shadows

の著しく濃度の大きい部分(これは肋骨除去後もその近くの数点よりも大きい値として残ってくる)の影響を受けているためである。

2) 第 4-1 図, 第 4-2 図の二つの試料の場合ともに左上, あるいは右下の部分が誤って識別され抽出されてしまっている。これは胸郭外縁部近くの特に濃度の大きい(明るい)部分および血管と肋骨の重なった部分が画面の一角に含まれているためであり, ここで扱われた限られた領域内の情報のみからは十分な処理ができないのはやむをえない。

3) 第 4-2 図(c) には二種の閾値に対する結果が示されている。すなわち, ⑤の結果は他の試料と共通の閾値 ( $r=1$ ) によるものであるが, \$印の場合は肋骨濃度の半分の濃度の部分まで抽出するように閾値を低く ( $r=0.5$ ) してある。この結果, 病巣部分は水平方向にはほとんどひろがらず, 主として右下方向へのびている。これは, 濃度はそれほど大きくないが, 異常部分からこの方向へのびている像があることを示しており, 後の処理に有用な情報を与える可能性がある。

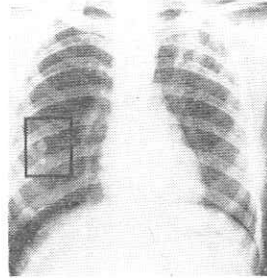
4) 両者ともかなり明確な病巣陰影であるから, 手順 I の加重平均操作なしで直接にある値以上(理論的には 0 以上)の点を取り出してもある程度は抽出できる。文献(1)の第 15 図に第 4-1 図のほうに対応する上述の操作の結果が示されているが, それと比較することにより, 本文の方法で用いられているある程度以上のひろがりをもつパターンのみを抽出するという手順 I の機能が明らかになる。

4-6 識別実験の結果(2)——前胸部肋骨の消去が必要になる場合

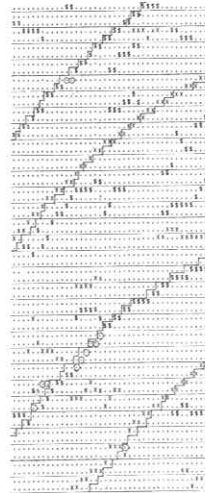
手順 I の操作は本質的には一種の低域フィルタを通すことであり, そのためある程度以上に細かい濃度変化は見落されてしまう。したがって, 病巣と前胸部肋骨の像が接近しており, しかも前胸部肋骨の像がかなり大きい濃度をとる場合には, 背部肋骨の場合と同様にあらかじめこれを除くことが必要とされる。その一例を第 5 図に示す。

前胸部肋骨境界線識別は背部肋骨の場合とまったく同じであるが, 肋骨濃度は背部肋骨よりも小さくなるはずである。そこで, 一応肋骨濃度  $K$  は背部肋骨の  $1/2$  にとり,  $\sigma/K$  ( $\sigma$  は雑音の標準偏差) は背部肋骨の場合と同じ値を用いた\*。また, パターンの濃度が小さいため識別能力を高める意味で重み行列としては第 6 図のものを用いた。識別結果は第 5 図(c)に示すとおりで, 必ずしも満すべきものではないが, 病巣陰影識別に影響する部分を除去するという当面の目的には十分有用である。

\* これは,  $\sigma$  も同時に小さくなることを意味している。なお, ここで用いた  $K, \sigma$  はともに十分な定量的データがないためやむをえず用いた便宜的な値にすぎない。



第 5 図 (a) 入力パターン (四角枠はフィルム上で横 4 cm × 縦 5 cm)  
Fig. 5 (a) Input pattern (squared part on the film is 4 cm wide and 5 cm long)



第 5 図 (b) 肋骨境界線識別結果(背部肋骨)  
Fig. 5 (b) Result of recognition experiment of rib boundaries (dorsal portion)

第 5 図 (d) 病巣陰影識別結果  
Fig. 5 (d) Result of recognition experiment of abnormal shadows

こうして識別された前胸部肋骨を消去した後に病巣陰影識別を行なったのが第 5 図(d)の結果である。ここで下部の部分をほとんど見落しているのは, この部分の大きさが識別限界に近いこと, および背部肋骨, 前胸部肋骨とともに三重に重なっているため, フィルムおよび濃度計の非線形部分にはって濃度の加法性が成立しなくなっていることによるものと考えられる。



1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0
2	3	2	0	0	0	0	0	0
2	3	4	4	0	0	0	0	0
1	1	2	4	8	4	2	1	1
0	0	0	0	0	4	4	3	2
0	0	0	0	0	0	2	3	2
0	0	0	0	0	0	0	1	2
0	0	0	0	0	0	0	0	1

第6図 前胸部肋骨境界線識別に用いられた重み行列

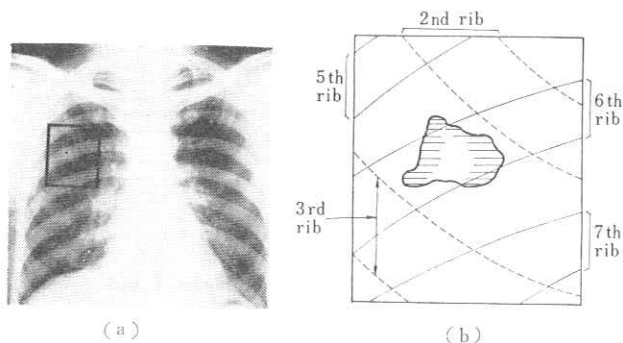
Fig. 6 Weight matrix employed in the recognition experiment of rib boundaries (ventral portion)

4.7 識別実験の結果(3)——本文の実験では識別されない場合

本実験において計算機では識別されなかった例を第7図に示す。この場合、病巣陰影の濃度は意外に小さく、肋骨消去および水平方向レベル変動補正の誤差と同程度になっている。ただし、この場合には濃度計のわずかな非線形性も影響しているようである。もちろんここに病巣陰影があることは明らかである(これは被験者の位置を変えてこの部分が肋骨と重ならないようにした別の写真で確かめられている)。

4.8 問題点の検討

上述の結果からみて今後解決されるべき問題は非常に多い。ここに述べた方法ではかなり限られた種類の病巣陰影しか扱えないのは別として、一応処理できるパターンのみを考えると、処理方法の点で最も



solid curves: boundaries of dorsal portions of ribs  
broken curves: boundaries of ventral portions of ribs  
shaded area: abnormal shadow (tuberculous lesion)

第7図 (a) ス入力パターン(四角枠はフィルム上で横5cm×縦6cm)  
(b) (a)のスケッチ

Fig. 7 (a) Input pattern (squared part on the film is 5 cm wide and 6 cm long)  
(b) Sketch of the material in (a)

問題となるのは曲線の変形とかレベル変動の補正といったここでは人が行なっている部分の処理法である。前者は一応別の機会に論ずるとして、後者についてはつぎの三つの方向が考えられる。

(1) ここでは人が行なったことをアルゴリズムを確立して計算機で行なう。

(2) このような変動成分の影響を受けないような処理方法、あるいはこの成分をより簡単に除去する方法の開発。

(3) 適当な入出力装置を介して計算機と人間の情報交換を容易にし、計算機でやりにくい部分は人間が代行する。

現在(2)の方向の検討を進めているが、一般に、より高度の能力をもつ情報処理システムの開発という方向としては(2)、早い時点で何らかの実用的装置を構成するならば(3)がそれぞれ有用で、かつ興味深い方向ではないかと思われる。

処理方法とならんでもう一つの重要な点はパターンの性質に関する定量的な資料の積み重ねである。実際、パターンの性質が明確であるほど処理方法の開発は容易であり、しかもよい結果が得られることは肋骨境界線識別の場合をみれば明らかである。

5. む す び

本文では胸部X線写真における病巣陰影識別のための基礎的実験の結果を述べた。ここではX線写真処理システムのもつべき基本的処理の一つである random mass pattern の識別方法の実験的検討が主要な目的であるが、その前段処理としていくつかの段階が必要であるため、それらの処理(肋骨境界線の識別も含む)に関しても、多くの結果が得られている。

さて、本実験の結果、ある種の病巣陰影については一応この方法で満足すべき結果が得られることが知られた。しかしながら、ここに用いられたパターンはいずれもきわめて識別しやすいものであることから、その能力はまだかなり限定されたものといわざるをえない。しかも画面の処理全体を自動化するにはまだまだ多くの別の機能が実現されなければならない。もちろんその場合でも中心になるのは線状図形の処理機能と塊状図形の処理機能であり、それらのあいだを適当な処理を経て接続するという構成になるであろう。その意味で、本論文は前の報告<sup>1)2)</sup>とあわせて胸部X線写真診断

の自動化のための基礎的研究としての役目を十分果たしうるものとする。この両者をあわせてみることから知られる今後の方向について、一部本文と重複するが以下に簡単に述べよう。

電子計算機による図形認識は非常に困難であることは現在ではよく知られている。実際、この実験においても人間ならほとんど問題にしない水平方向のレベル変化に非常に影響されることは、その困難さを物語る一例である。しかしながら、パターンの性質が正確に知られ、しかもそれに適合する方法が用いられるならばある程度の処理は十分可能であるし、また定められた処理はきわめて正確に実行される。これらの点からおのずと明らかなように、今後の研究としては、(1)より強力な基本的処理方法の開発、(2) パターンの性質に関する定量的資料の積み重ね、が最も強く要求されるものであろう。それとともに、ある時点においてそれまでに開発された処理方法と、適当な入出力装置を組み合わせて、ある程度人間の介入を許した実用的な処理装置を構成することはもちろん可能であり、また、それによって上述の基礎的研究の発展が促進されることも十分期待できるであろう。

なお、本文の実験では、これまでの研究によって開発された処理方法が医学的な面をはなれた情報処理の問題に対してもある程度の一般性をもちうるように、全体にわたって共通した基本的な考え方が用いられている。この点の詳細は別の報告にゆずるが、胸部X線

写真のみに特有の情報は必ずしも積極的に利用されてはいないこと、したがって胸部X線写真のみを扱うことを前提とするならば現状でもまだ改善の余地は残されていることを注意しておく。

終りに、本実験のフィルム濃度測定には愛知県がんセンターの濃度計を使用させて頂いた。御世話になった同センター奥村寛氏をはじめ関係各位に深謝する。また、日ごろ御指導御鞭撻をいただき東北大学電気通信研究所・本多波雄教授、名古屋大学工学部・池谷和夫教授、および実験試料作製に御協力くださる国立療養所梅森光風園・佐伯敏勝氏、計算機プログラミングを担当された名古屋大学工学部・伊藤和子氏ならびに熱心な御討論をいただき当研究室の皆さんに深く感謝する次第である。

#### 文 献

- 1) 鳥脇・福村・小池・高木：胸部X線写真の濃度分布の性質と肋骨境界の自動識別。医用電子と生体工学，5，3，182-191 (1967)
- 2) 鳥脇・福村：雑音をともなう2次元図形の境界の一識別法。電子通信学会論文誌C51-C，2，43-50 (1968)
- 3) 鳥脇・福村：加法的ガス雑音をともなう Random Mass Pattern の識別。電子通信学会医用電子・生体工学研資料，MBE 67-14 (1967-11)
- 4) 図形の特徴パラメータとしてモーメントを利用した例は、筆者の一部によっても試みられている（下記論文参照）  
宇田川・鳥脇・杉野：線形ひずみをもつ2次元図形におけるモーメントを用いた正規化と識別。電気通信学会誌，47，6，50-59 (1964)



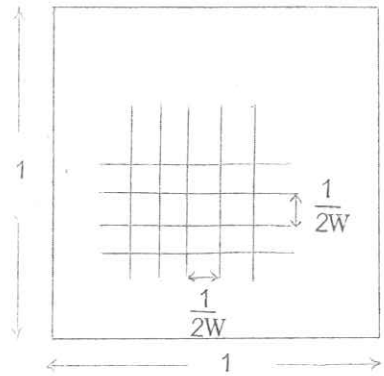
第 3 章 X線写真の情報容量

京都工芸繊維大学 金森 仁 志

第 1 節 情報容量の概念

画像の「情報容量」とは、像の中に收容しうる最大の情報量のこと、簡単に説明すればつぎのようになる。

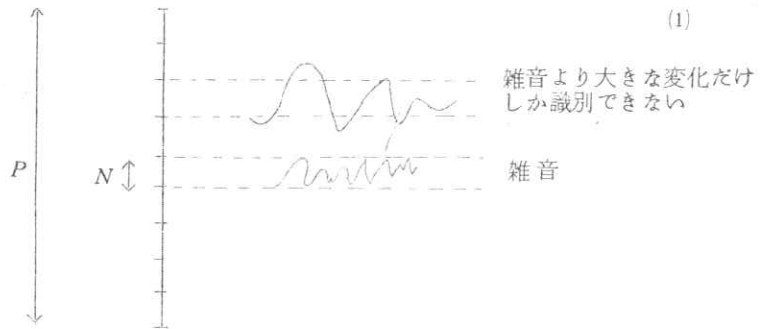
第1図のような単位面積の画像を考える。この像の強度（写真濃度、透視像の輝度、等）は連続的に空間分布をしているので、像上の各点の強度を自由に選べるように思えるが、実際はそうはいかない。と言うのは、標本化定理によって、像の分布の周波数成分の上限が $W$ であるとき、すなわち、この像を作ったときに用いた、線源、増感紙、フィルム、蛍光板、等のレスポンス関数が $\delta$ になる周波数のうちで最小の値が $W$ であるときには、像を $1/2W$ の間隔の縦横の網目で区切ると、網の交点（標本点）での強度がきまれば、標本点以外の点の強度が全部きまってしまうからである。そこで、単位面積あたり、自由にとり得る強度の数（自由度）は標本点の数



第1図 標本点

$$S = 4W^2$$

となる。



第 2 図

つぎに、一つの標本点での像の強度を考えると、もし雑音が無ければ強度が少しちがっていても何らかの方法でそのちがいを識別できる筈である。しかし、実際には、必ず何か雑音が入ってくる。たとえば、フィルムの粒状性とかX線量子数の統計的変動が雑音になって、識別能を減少させる。像の強度の差が雑音 $N$ よりも大きいときにはじめて、差を識別する事が可能になる。そこで、一つの標本点でとり得る強度の範囲

(たとえば、フィルム特性の直線部分)を $P$ とすると、識別しうる強度のレベル数は $P/N$ となる。(第2図参照)。 $S$ 個の標本点があって、それぞれの点が $P/N$ 個の値をとり得るので、強度分布の可能な組合せの数は

$$n = (P/N)^S \quad (2)$$

である。この分布が全部等確率で発生するならば、そのときの平均情報量(エントロピー)は等確率でない場合よりも大きくなる。等確率の場合のエントロピーはつぎのようになる。

$$\begin{aligned} C &= \log_2 n \\ &= S \log_2 (P/N) \quad [\text{bits} / \text{単位面積}] \end{aligned} \quad (3)$$

これは、この系で、像の単位面積あたりに收容しうる最大の平均情報量を表すので、「情報容量」と呼ぶ。

さて、(3)式の $S$ はレスポンス関数に関係するので、鮮鋭度に関係する。また、 $P$ はコントラストに、 $N$ は雑音に関係する。そこで、 $C$ は、この3者を総合的に評価した一つの指数であると言える。

実際には、強度分布の組み合わせが等確率に発生せず、複雑な関係になる。第2節では、多くの仮定をおこなって $C$ を計算している。計算する過程で、像面での標本点を使って直接計算をしたのではなく、一度空間周波数領域に変換して、各周波数成分について情報容量を計算して、最後に全部加え合わせて(積分をとって)像面での情報容量 $C$ を求めている。系の要素も雑音も、レスポンス関数とウィナーベクトルで周波数の成分が表示されているので、情報容量も周波数領域で計算する方が便利だからである。

さて、つぎの第2節で計算した情報容量は、第1図の各標本点での像強度がまちまちで、たとえば、雑音チャートのように図形になっていない像も含めて計算した値である。しかし、実際の被写体の像は標本点間隔(この例では $1/10 \sim 1/200 \text{ mm}$ )よりも大きい輪隔をもつ図形であるから、その輪隔内での標本点の強度はあまり変らない。そこで、この図形の形や大きさをきめれば、標本点での強度の組み合わせの数は(2)式の値よりずっと小さくなるので情報容量も減少してくる。つまり、この被写体をみるときには、系の情報容量がもっと小さくてもよい、と言うことになる。すなわち、もっと悪い増感紙やフィルムを使ってもよいことになる。また、逆に、こまかい構造の被写体をみるときには、現在の装置で不可能であると言う結論が出るかもしれない。この時には、装置のどの部分の性能を向上させればよいかと言うこともわかる。このようなわけで、今後の研究課題として、代表的な被写体の図形について、情報容量がどれ位必要であるかと言う事を研究せねばならない。

## 第2節 Information Capacity of Radiographic Images

Hitoshi KANAMORI

Department of Electrical Engineering, Kyoto Technical University,  
Matsugasaki, Sakyo-ku, Kyoto

(Received November 11, 1967)

The maximum entropy *i.e.* information capacity of radiographic images is given from the information theory. New concept in treating upon the signal and the quantum noise are introduced. Information capacity is roughly proportional to the square bandwidth at low bandwidth, whereas it saturates at high bandwidth. This bandwidth is the lowest cutoff frequency in optical transfer functions of elements in a image transfer system taking into consideration. Examples are given for a typical X-ray radiographic system.

### §1. Introduction

Information theory has produced much fruitful work on the design and evaluation of communication systems in the last twenty years. The closely related work of the Fourier treatment of optical and radiological imaging<sup>1)</sup> has been discussed since Duffieux (1946)<sup>2)</sup>, whereas little work on the application of Shannon's information theory<sup>3)</sup>, the original meaning of the information theory in communication engineering, to imaging systems presents: *i.e.*, to optical lens system by Linfoot, *et al.*<sup>4,5)</sup>, and to photographic systems by Jones<sup>6)</sup> and Shaw<sup>7,8)</sup>. The present paper gives an account of analytical techniques which provide a basis for discussion of the problem of the maximum of the information content in images formed in radiographic systems. In this procedure statistical fluctuation of quanta, which can be ignored in treating upon visible light, should be important. New concept in treating the signal and the quantum noise is introduced.

### §2. Maximum Entropy (Information Capacity)

#### 2-1. Distance between sampling points in the frequency space

According to the sampling theory<sup>9)</sup>, if one dimensional signal does not contain frequency component higher than  $W$ , the signal can be decided by series of signal values at sampling points spacing with  $1/2W$ . In the case of radiographs image plane is two dimensional and isotropic. If the bandwidth of signal in  $x$  and  $y$  direction is  $W$ , then sampling points on the image plane can be put as shown in Fig. 1(a), *i.e.*, mesh points spacing with  $1/2W$ , therefore the number of sampling

points in the region,  $A \times B$ , in image plane is  $4ABW^2$ . The corresponding space in frequency domain is limited as shown in Fig. 1(b), *i.e.*, the quadrantal circle of radius  $W$ , because of isotropicity. If we put sampling points on meshes spacing with  $(\sqrt{\pi}/4A, \sqrt{\pi}/4B)$  in  $(\nu_x, \nu_y)$  direction, number of sampling points in spatial and frequency domain is equal\*.

#### 2-2. The maximum entropy

Noise properties should be considered in estimating *information capacity*, *i.e.*, maximum possible information content, which is called *maximum entropy* in information theory. As will be stated in §3, the radiographic system treated in the present paper contains Gaussian noise.

Information theory states that<sup>10)</sup>: if both the signal and the noise are stationary and ergodic and if Gaussian noise disturbs the transmission of continuous signal, the maximum entropy is given when the signal represents the same properties as Gaussian noise.

All sampled values of Gaussian noise in frequency domain are independent whereas those in spatial domain are not independent, therefore the maximum entropy may be easily estimated in frequency domain. The maximum entropy of a sampling point  $(\nu_x, \nu_y)$  is

\* In one dimensional signal, spacing of sampling points in frequency domain is  $1/T$  ( $T$  is the signal-length), so the number of sampling points is  $WT$ . Each frequency components has real and imaginary parts, so the degree of freedom coincides with the number of sampling points in spatial domain,  $2WT$ . In this paper the number of sampling points in frequency domain is put equal to that of spatial domain, because the maximum entropy depends upon the degree of freedom.

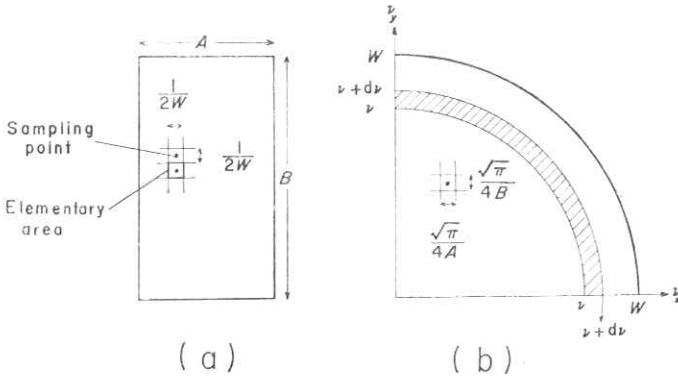


Fig. 1. Sampling points in spatial domain (a), and in frequency domain (b).

$$(1/2) \log_2 [1 + p(\nu_x, \nu_y)/n(\nu_x, \nu_y)] \text{ bits}, \quad (1)$$

where  $p(\nu_x, \nu_y)$  and  $n(\nu_x, \nu_y)$  is Wiener spectra of the signal and the noise respectively. Because of isotropicity, Wiener spectra at sampling points apart  $\nu$  ( $=\sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2}$ ) from the origin are identical, and maximum entropy at that point is

$$(1/2) \log_2 [1 + p(\nu)/n(\nu)] \text{ bits}. \quad (2)$$

The number of sampling points in the strip region between circles of radii  $\nu$  and  $\nu + d\nu$  (shaded region in Fig. 1(b)) is  $8AB \nu d\nu$ , therefore the maximum entropy contained in this region is

$$4AB\nu d\nu \log_2 [1 + p(\nu)/n(\nu)] \text{ bits}.$$

Consequently, we obtain the total maximum entropy of an image,

$$4AB \int_0^W \nu \log_2 [1 + p(\nu)/n(\nu)] d\nu \text{ bits},$$

or, that per units area,

$$C = 4 \int_0^W \nu \log_2 [1 + p(\nu)/n(\nu)] d\nu \text{ bits/unit area} \quad (3)$$

where,  $W$  is the bandwidth or the upper limit of frequency components of the signal.

### §3. Maximum Entropy of a Radiographic System

Now we consider a typical X-ray radiographic system shown in Fig. 2. Transmission of X-rays is different with thickness or composition of the object, and an X-ray image of the object is formed on an intensifying screen. This image is treated as a signal. The screen converts X-rays into ultraviolet rays and visible rays, which sensi-

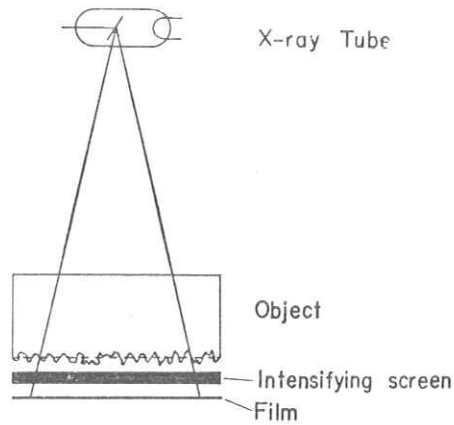


Fig. 2. A typical X-ray radiographic system.

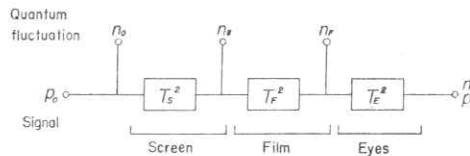


Fig. 3. The block diagram of signal and noise transfer in a typical X-ray radiographic system.

tize an X-ray film. Sometimes screen is removed, X-ray directly sensitizing the film emulsion.

First we assume that:

- (1) all elements are linear,
  - (2) signal and all noises are additive,
  - (3) all noises and elements are isotropic,
- consequently eq. (3) can be used below.

Then the block diagram in the frequency domain of this image transfer system can be depicted as shown in Fig. 3, where symbols are:

- $p_0$ : the Wiener spectrum of the signal,
- $n_0$ : the Wiener spectrum of the noise due to statistical fluctuation of quanta,

$n_S$  and  $n_F$ : the Wiener spectra of noises due to granularity on the screen and the film respectively,

$T_S$  and  $T_F$ : optical transfer functions (O.T.F.'s) of screen and film respectively,

$T_E$ : the O.T.F. of eyes.

If a film image is examined with the eyes,  $T_E$  should be added. It should be noted here that the reduced scales to the film plane are used and that all notations are absolute values (not normalized).

From Fig. 3 it follows that the resultant Wiener spectra of the signal and the noise,  $p$  and  $n$ , are

$$p = p_0(T_S T_F T_E)^2, \quad (4)$$

$$n = n_0(T_S T_F T_E)^2 + n_S(T_F T_E)^2 + n_F T_E^2. \quad (5)$$

If we discuss only the film image without inspecting procedure,  $T_E$  should be avoided from eqs. (4) and (5), and without screen,  $T_S$  and  $n_S$  should be.

Next we consider all elements individually whether they agree with the assumptions stated in the first part of this section.

### 3-1. Properties of intensifying screens

The intensity of incident X-rays and that of the light output from a screen maintain linear relationship, therefore screens can be treated as linear filters characterized by O.T.F.'s. Granularity can be treated as the sum of randomly distributing grains of several diameters with its intensity distribution being Gaussian, therefore as the sum of random noises of several bandwidth. Consequently the granularity can be treated as a Gaussian noise. Doi and Ohzu has clarified that this noise is additive with signals<sup>11)</sup>.

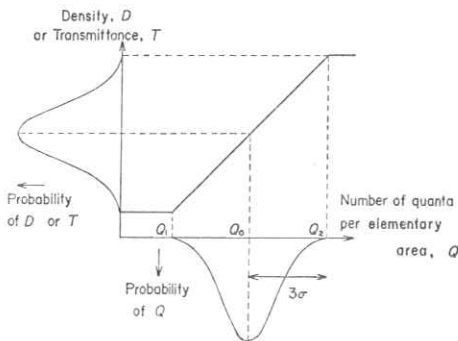


Fig. 4. The modified property of a film, and probability distribution of number of quanta giving the maximum entropy.

### 3-2. Properties of X-ray films

Transmittance or density of negative X-ray films is not, in general, linearly dependent on exposure. The exposure means light output when using a screen, or X-ray intensity when using no screen. Nevertheless, as shown in Fig. 4, we replace it with three segments; a linear part ( $Q_1, Q_2$ ), and two constant parts at the both sides of this range. In the latter, transmittance or density is constant with the variation of exposure. In this figure the abscissa, the number of X-ray quanta, is proportional to the exposure. This assumption has been utilized by Jones<sup>6)</sup>. He assumed that granularity is Gaussian noise and additive with the signal in spite of its density dependence. This assumption is utilized in this paper. Below the linear part is only considered.

### 3-3. The signal giving the maximum entropy

If we divide an image plane by the mesh shown in Fig. 1(a), then each elementary area includes one sampling point. As stated in §2, the maximum entropy is obtainable when the set of signals has the same properties as Gaussian noise. This is realized if each object in the set of objects is so formed that the probability distribution of number of quanta received by elementary areas,  $Q$ , is Gaussian. Here the number of quanta means ensemble average number of quanta, *i.e.*, the average over sufficiently many images made in the same process. This average is decided from the transmission property due to the thickness or the composition of each elementary part of the object corresponding to each sampling point. Therefore it is the signal to be imaged on a screen or film emulsion. Statistical quantum fluctuation from this average forms quantum noise.

In Fig. 4 the bottom curve illustrates the probability distribution of  $Q$ . If the  $3\sigma$ -range distributes within the range ( $Q_1, Q_2$ ) then the average,  $Q_0$ , and normal deviation,  $\sigma_P$ , are

$$\begin{aligned} Q_0 &= (Q_1 + Q_2)/2, \\ \sigma_P &= (Q_2 - Q_1)/6. \end{aligned} \quad (6)$$

### 3-4. Quantum noise

Statistical quantum fluctuation disturbs the visibility or resolving power of an image, therefore it must be treated as the noise, in terms of quantum noise in radiography. Fre-

quency components of quantum noise represent, from zero to sufficiently high frequency, a Gaussian distribution of constant average and constant normal deviation\*, therefore it can be treated as the random noise. Consequently, the quantum noise becomes a Gaussian noise on the image after passing through linear filters of screen, film, and eyes<sup>10)</sup>. If the average number of quanta is  $Q$ , the normal deviation of quantum fluctuation is  $\sqrt{Q}$ . Most of sampling points receive number of quanta about  $Q_0$ , therefore we postulate that the Gaussian noise of normal deviation,

$$\sigma_N = \sqrt{Q_0}, \quad (7)$$

disturbs the signal at all sampling points. From the relation between Wiener spectrum and power\*\*, noise Wiener spectrum can be put

$$n_0(\nu) = \begin{cases} 2\pi\sigma_N^2/W_N, & \text{if } \nu \leq W_N \\ 0, & \text{if } \nu > W_N \end{cases} \quad (8)$$

where,  $W_N$  is the bandwidth.

Similarly, signal Wiener spectrum can be put

$$p_0(\nu) = \begin{cases} 2\pi\sigma_P^2/W_N, & \text{if } \nu \leq W_N \\ 0, & \text{if } \nu > W_N \end{cases} \quad (9)$$

because the visibility of the signal is limited by the bandwidth of the noise. Below we use only the ratio of  $p_0/n_0$ , therefore  $W_N$  is avoided. From eqs. (6)-(9), we obtain the ratio,

$$\frac{p_0}{n_0} = \frac{\sigma_P^2}{\sigma_N^2} = \frac{(Q_2 - Q_1)^2}{18(Q_1 + Q_2)}. \quad (10)$$

#### §4. Data for the Estimation of Maximum Entropies

In the next section maximum entropies are estimated for cases when film, Fuji KX, and screens, Kyokko FS, HS, or SS, are utilized. In this section, data required for the estimation are given.

\* Probability distribution of the number of quanta received by a sampling point is Poisson's. If the average number is greater than 10, Poisson's distribution is treated as Gaussian distribution.

\*\* The relation is:  $(1/2\pi) \int n_0(\nu) d\nu = \text{noise power}$ , where the power is mean square of fluctuation from the average value over sufficiently great area in the spatial domain. In this case the power is  $\sigma_N^2$ .

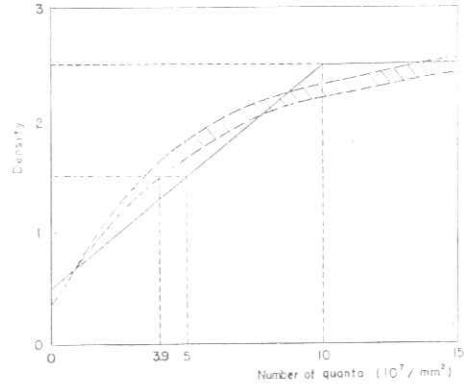


Fig. 5. The relation of exposure and density of film KX: When exposed with intensifying screens relative speeds are multiplied to the abscissa.

#### 4-1. Modified property of film and number of quanta

Relations between relative exposure and density were measured by using 50~110 kV X-rays, in cases with and without a screen. Exposure was varied with the variation of exposure time. All results can be plotted within the shaded region in Fig. 5, if the exposure with each screen is multiplied by an appropriate factor,  $\eta$ . This  $\eta$  is relative speed of a screen shown in the second column in Table I.

The abscissa is the number of quanta per unit area when exposed directly with 70 kV X-rays. This was obtained as follows: Density 1.5 was obtained when film KX was directly exposed by 130 milliroentgens of 70 kV X-rays. The X-ray exposure of 1 milliroentgen corresponds to  $3.0 \times 10^6$  photons/mm<sup>2</sup> for 50~80 kV X-rays<sup>12)</sup>, therefore the density 1.5 corresponds to  $3.9 \times 10^7$  photons/mm<sup>2</sup>.

The shaded region in Fig. 5 can be modified to the full line, the linear range corresponding to the density range (0.5, 2.5). Comparing with Fig. 4, we obtain that average numbers of quanta per elementary area, i.e., per sampling point are

$$Q_1 = 0, \quad Q_2 = 10^8/4W^2\eta \text{ photons.}$$

From eq. (10), we obtain

$$\frac{p_0}{n_0} = q/4W^2\eta, \quad q = 5.56 \times 10^6. \quad (11)$$

where bandwidth of the signal,  $W$ , should be expressed in mm<sup>-1</sup>. The bandwidth is limited by the lowest cutoff frequency in O.T.F.'s of filters, i.e. of the screen, film, or eyes in

Table I. Data of screen and film

	Relative speed $\eta$	Bandwidth $W_{S,F}(\text{mm}^{-1})$	Ratio of noise Wiener spectra at zero frequency	
			screen/quantum $a$	film/quantum $b$
Screen FS	27	7.5	0.0988	0.110
HS	100	3.3	0.0526	0.0877
SS	85	4.2	0.0489	0.0350
Film KX	1	80.0		

this example. The average number of quanta per sampling point is greater than  $100^*$ , therefore Poisson probability distribution approximates to Gaussian.

4-2. O.T.F.'s and Wiener spectra

Some of experimental data required in this example have been given by Doi and Ohzu<sup>11</sup>; i.e., normalized O.T.F.'s,  $T_{S_0}$ , bandwidth  $W_S$ , normalized Wiener spectra,  $n_{S_0}$ , and following two ratios of zero-frequency components of Wiener spectra:

$$a = \frac{\text{Wiener spectrum of screen noise}}{\text{Wiener spectrum of quantum noise}} \Big|_{\nu=0}$$

$$b = \frac{\text{Wiener spectrum of film noise}}{\text{Wiener spectrum of quantum noise}} \Big|_{\nu=0}$$

(12)

These ratios are given in the cases exposed with screens. The values  $a$ ,  $b$ , and bandwidths  $W_S$  are listed in Table I\*\*.

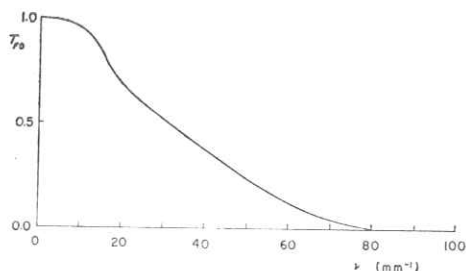


Fig. 6. Optical transfer function of film, KX.

\* Refer to  $\eta$  and  $W$  in Table I.

\*\* Figures 6 and 5 in reference (11) correspond to  $T_{S_0}^2$  and  $n_{S_0}$ , and coefficients  $k_6/k_5$  and  $k_7/k_5$  correspond to  $a$  and  $b$ , respectively. Data in reference (11) have been given in transmittance scale, nevertheless the above data are used in density scale in this paper. The reasons are: (1) Noise deviation in density is so small as less than 0.2 at background density 1.5, therefore linear and additive relationships in Wiener spectra are thought to be maintained in density scale also. (2) All data cited are relative values.

In addition to these, high frequency components of normalized O.T.F.,  $T_{F_0}$ , and normalized Wiener spectrum,  $n_{F_0}$ , of film KX were experimentally obtained\*. Figure 6 depicts  $T_{F_0}$ . The emission from a mercury lamp was filtered through V-V42 (Toshiba ultraviolet filter), so it was resembled to the emission from screens. The O.T.F. was obtained from the Fourier transformation of the derivatives of a knife edge image. For the case exposed without screen this curve was also utilized. The bandwidth,  $W_F$ , is listed in Table I.

Figure 7 depicts Wiener spectrum of film

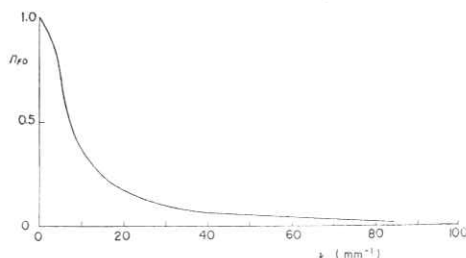


Fig. 7. Wiener spectrum of film, KX.

KX,  $n_{F_0}$ , at the density 1.5. Microphotometric trace of granularity was obtained by  $20 \times 20$  microns aperture, therefore the Fourier transform of the autocorrelation function was one dimensional Wiener spectrum. Then it was modified to two dimensional spectrum by Ooue's method<sup>13</sup>.

4-3. Eyes

The bandwidth of an eye is  $100 \text{ mm}^{-1}$  on retina at 10 trolands<sup>14</sup>. Since the focal length of an eyes is 1.5 cm the bandwidth on the plane apart from 25 cm from eyes is

$$W_E = 100 \times 1.5 / 25 = 6.0 \text{ mm}^{-1}. \quad (13)$$

§5. Numerical Examples of the Maximum Entropies

In this section maximum entropies are esti-

\* In reference (11), low frequency components are discussed.



mated from the data in §4.

5-1. Radiographs exposed with screens

First we put normalizing coefficients,  $\alpha \sim \delta$ , as

$$\begin{aligned} T_S^2 &= \alpha T_{S0}^2, & T_F^2 &= \beta T_{F0}^2, \\ n_S &= \gamma n_{S0}, & n_F &= \delta n_{F0}. \end{aligned} \quad (14)$$

From eq. (12) and Fig. 3, we obtain the following two equations at  $\nu=0$ .

$$\begin{aligned} a n_0 T_S^2 T_F^2 &= n_S T_F^2 \\ b n_0 T_S^2 T_F^2 &= n_F. \end{aligned}$$

Considering that normalized O.T.F.'s and Wiener spectra are unity at  $\nu=0$ , and substituting eq. (14) into above equations, we obtain

$$a = \gamma / n_0 \alpha, \quad b = \delta / n_0 \alpha \beta. \quad (15)$$

From eqs. (4)(5)(11)(14) and (15), we obtain

$$\frac{p(\nu)}{n(\nu)} = \frac{q}{4W^2 \gamma (1 + a n_{S0} / T_{S0}^2 + b n_{F0} / T_{S0}^2 T_{F0}^2)}. \quad (16)$$

The O.T.F. of eyes,  $T_E$ , disappears in eq. (16), since additive noise of eyes is not taken into account. From eqs. (3) and (16) we obtain the maximum entropies of the following two cases.

(1) the film image radiographed with a screen:

$$C = 4 \int_0^{W_S} \nu \log_2 \left[ 1 + \frac{q}{4W_S^2 \gamma (1 + a n_{S0} / T_{S0}^2 + b n_{F0} / T_{S0}^2 T_{F0}^2)} \right] d\nu, \quad (17)$$

where,  $W_S$  denotes the bandwidth of the screen, and  $W_S < W_F$  is considered.

(2) When the above film is inspected by the eyes:

If  $W_S \leq W_E$ ,  $C =$  Same as eq. (17)

If  $W_S > W_E$ ,

$$C = 4 \int_0^{W_E} \nu \log_2 \left[ 1 + \frac{q}{4W_E^2 \gamma (1 + a n_{S0} / T_{S0}^2 + b n_{F0} / T_{S0}^2 T_{F0}^2)} \right] d\nu. \quad (18)$$

Using eqs. (11) and (13), Table I, O.T.F.'s, and Wiener spectra, we can estimate information capacities. Figure 8 shows information capacities per unit frequency breadth. Total information capacities, the areas under the curves, are shown in the upper part in Table II. From Fig. 8, we can see that information capacity is greatly affected by high frequen-

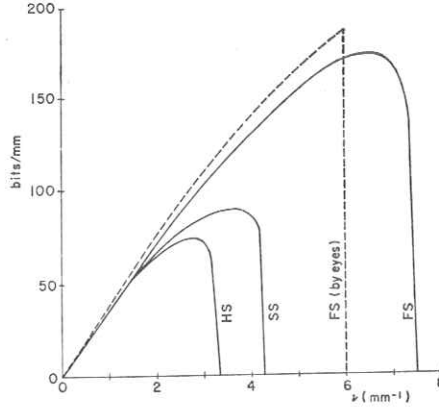


Fig. 8. Information capacities per unit frequency breadth, when radiographed with intensifying screens.

Table II. Information Capacity in bits/mm<sup>2</sup>

Film and screen	Radiographic image	Inspected by eyes
KX with FS	837	635
KX with HS	159	159
KY with SS	273	273
KX	$5.82 \times 10^4$	951

cy component and roughly proportional to the square bandwidth. The resultant information capacities are order of hundreds in bits/mm<sup>2</sup>. Only with FS,  $W_S$  is larger than  $W_E$ , therefore information capacity decreases when inspected by eyes.

5-2. Radiographs exposed without a screen

Similarly the ratio  $p(\nu)/n(\nu)$  is

$$\frac{p(\nu)}{n(\nu)} = \frac{p_0 T_F^2}{n_0 T_F^2 + n_F} = \frac{q}{4W^2 (1 + A n_{F0} / T_{F0}^2)}, \quad (19)$$

where

$$A = \delta / n_0 \beta.$$

From eqs. (7) and (8), we see that  $n_0$  is proportional to the number of quanta. Hence, using the relative speed,  $n_0$  in the second equation in (15) should be replaced by  $n_0/\eta$ . Then we obtain

$$A = b\alpha/\eta.$$

From the property of the relative speed of a screen, low frequency components of signal powers in the both cases with and without the screen are identical. From eqs. (6) and (9), we see that  $p_0$  is proportional to the square number of quanta. Therefore we obtain,



$$\alpha/\eta^2 = 1.$$

Then  $A$  in eq. (19) is expressed with known quantities as

$$A = \eta b. \quad (20)$$

From eqs. (3), (19) and (20) we obtain maximum entropies of the following two cases:

(3) The film image radiographed without a screen:

$$C = 4 \int_0^{W_F} \nu \log_2 \left[ 1 + \frac{q}{4W_F^2(1 + \eta b n_{F0}/T_{F0}^2)} \right] d\nu \quad (21)$$

bits/mm<sup>2</sup>.

(4) When the above film is inspected by the eyes.

$$C = 4 \int_0^{W_E} \nu \log_2 \left[ 1 + \frac{q}{4W_E^2(1 + \eta b n_{F0}/T_{F0}^2)} \right] d\nu \quad (22)$$

bits/mm<sup>2</sup>.

In the above two equations,  $W_F$  and  $W_E$  denote bandwidths of film and eyes respectively, and the relation  $W_E < W_F$  is considered. Figure 9 shows information capacities per unit frequency breadth, calculated from eqs. (21) and (22).

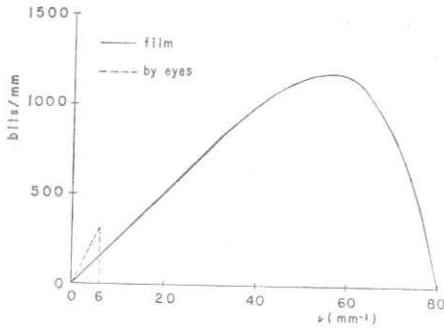


Fig. 9. Information capacities per unit frequency breadth when radiographed without a screen.

Total information capacities are shown in the last row in Table II. Equations (21) and (22) contain the quantity  $\eta b$ , which concerns the data when radiographed with screens. Values of  $\eta b$  calculated from the data FS and SS coincide, therefore the results obtained from those are shown in Fig. 9 and Table II. The results obtained from HS are about 10% smaller.

### §6. Discussion

From Table II we see that a radiographic image contains about  $6 \times 10^4$  bits/mm<sup>2</sup>. But when it is inspected by eyes, the bandwidth

decreases from 80 to 6, therefore information capacity decreases to  $10^3$ . Bandwidths of screens and eyes are in the same order, but the number of quanta per sampling point with a screen is less than that with no screen. Therefore information capacity with a screen decreases to less than  $10^3$ . The lower bandwidth results in the smaller capacity. From Figs. 8 and 9, respectively, we see that the area under a curve, *i.e.* the information capacity is roughly proportional to square bandwidth.

The relation between the bandwidth and the information capacity is discussed in detail. For simplicity, we assume that all O.T.F.'s and Wiener spectra are constant within the bandwidth. Then eqs. (17) (18) (21) and (22) become

$$C = 4 \int_0^W \nu \log_2 \left( 1 + \frac{R}{W^2} \right) d\nu \quad (23)$$

$$= 2W^2 \log_2 \left( 1 + \frac{R}{W^2} \right),$$

where,  $R$  is the factor except  $1/W^2$  in eq. (16) or (19), the order of  $q/4\eta$ , and constant because of the above assumption. For several  $R$ , relations between  $C$  and  $W$  are plotted in Fig. 10. From the figure and eq. (23) it follows that, if  $W^2 \ll R$ , information capacity  $C$  is almost proportional to  $W^2$  and is little influenced by the increase of  $R$ , whereas at higher bandwidth such as  $W^2 \gg R$ , information capacity,  $C$ , saturates to  $2R \log_2 e$ , *i.e.* proportional to  $R$ . Consequently we can conclude that the higher bandwidth produces the higher information capacity if bandwidth  $W$  is not very higher than  $\sqrt{q/4\eta}$ . Still high-

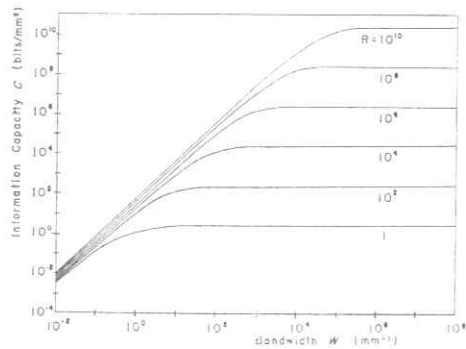


Fig. 10. Information capacity estimated from eq. (23) as a function of the bandwidth for various parameter  $R$ , where  $R$  is explained at the neighbour of eq. (23).

er bandwidth produces no effect. In the above four examples  $R$  is  $10^4$  to  $10^7$  and  $W$  is less than 80, therefore information capacity roughly proportional to the square bandwidth.

### § 7. Conclusion

The information capacity of radiographic images was given with the introduction of new concepts in treating upon the signal and the quantum noise. Numerical examples were also given for a typical X-ray radiographic system, when X-ray film, KX, and intensifying screens FS, HS, and SS were utilized. A radiograph directly exposed by X-rays contained  $6 \times 10^4$  bits/mm<sup>2</sup>, whereas in cases exposed with screens or inspected by eyes, information capacity decreased to the order of hundreds bits/mm<sup>2</sup>. Information capacity is roughly proportional to the square bandwidth. Approximate calculation explained that: (1) In low bandwidth as used in these example information capacity is almost proportional to the square bandwidth. (2) In high bandwidth, information capacity saturates with the increase in bandwidth.

For radiographic systems other than X-ray system, information capacity may be calculated in a same way.

ated in a same way.

The author wishes to thank Mr. I. Nishida and Mr. K. Kobune, for their helpful discussions and assistance through this work.

### References

- 1) R. D. Moseley and J. H. Rust (Ed.): *Diagnostic Radiologic Instrumentation-Modulated Transfer Function* (Charles C. Thomas, 1964).
- 2) P. M. Deffieux: *L'integrale de Fourier et ses applications a l'optique* (Renne, 1946).
- 3) C. E. Shannon: Bell syst. Tech. J. **27** (1948) 379, 623.
- 4) P. B. Fellgett and E. H. Linfoot: Phil. Trans. Royal Society, London **A247** (1955) 369.
- 5) E. H. Linfoot: J. Opt. Soc. Amer. **45** (1955) 808.
- 6) R. C. Jones: J. Opt. Soc. Amer. **51** (1961) 1159.
- 7) R. Shaw: Photo. Sci. Engng. **6** (1962) 281.
- 8) R. Shaw: J. Photogr. Sci. **11** (1963) 199, 313.
- 9) S. Goldman: *Information Theory* (Prentice-Hall, New York, 1953) Chapter 2.
- 10) S. Goldman: *Information Theory* (Prentice-Hall, New York, 1953) Chapter 5.
- 11) K. Doi and H. Ohzu: Oyo Buturi **35** (1966) 804.
- 12) H. E. Johns: *The Physics of Radiology* (Charles C. Thomas, Springfield, Illinois, U.S.A., 1964) 2nd ed., p.444.
- 13) S. Ooue: Oyo Buturi **29** (1960) 169.
- 14) A. S. Patel: J. Opt. Soc. Amer. **56** (1966) 689.

第 4 章 X線像伝送系の倍率を含んだ O T F

芝電中央研 木下幸次郎  
 東大医放 竹中栄一  
 N H K基礎研 中島緑彦

§ 1. 序 言

X線撮影系の性能評価するため、従来からピンホール像法、スリット像法<sup>1)2)</sup>エッチ像法<sup>3)</sup>解像力法やパーガーフアントーム<sup>4)</sup>を用いる方法などがあり、いづれも一長一短がある。最近新しい評価法として光学系と同様にレスポンス関数による性能評価が用いられている。<sup>5)~9)</sup>これは鮮鋭度やコントラストの要因を評価するのに大変有益である。レスポンス関数は線形電気回路網の伝送理論を応用したものである。この理論によるとX線撮影系の線源、被写体、蛍光板または蛍光板などの検出器面に入るX線像の強度分布との関係は通信系の各要素に対応する。すなわち搬送波としてはラジオに比べて非常に高い周波数のX線という電磁波を用い、被写体がX線を吸収することによって、変調される。蛍光面や蛍光板は検波器と考えれば、ラジオと全く同様である。しかしX線像の場合には撮影倍率により被写体の空間周波数が変換されて検出面に表われること、散乱線の影響が大きい点などラジオや光学系と異なる。X線源、フィルム、増感紙など個々のレスポンス関数については報告があるが<sup>5)~9)</sup>X線撮影系を一貫した伝送系としての性能について *carrier* の概念を入れて解析したものがない。<sup>9)~12)</sup>我々は拡大倍率、入射角、X線強度の減弱などを考慮に入れて解析したので報告する。

§ 2. 通信系とX線系との対応

線形回路網では入力  $f(t)$  を入れたとき、 $t'$ 時間後の出力側の応答  $g(t')$  は単位インパルス応答 (*unit impulse response*)  $h(t)$  と入力  $f(t)$  のたゞみこみ積分により次の如く示される。

$$g(t') = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot h(t-t') dt \quad (1)$$

$g(t')$ ,  $f(t)$ ,  $h(t)$  のフーリエ変換を  $G(f)$ ,  $F(f)$ ,  $H(f)$  とすると、

$$G(f) = F(f) \cdot H(f) \quad f: \text{cycle} / \text{sec} \quad (2)$$

こゝで  $H(t)$  を *transfer function* という。

X線撮影系で一次元の被写体  $f(x)$ , 単位強度スリットの応答としてのスリット像または線像強度分布 (*line spread function*)  $h(x)$ , 像面におけるX線像を  $g(x')$  とすると(1)で  $t$  を  $x$  にかえただけだから通信系と同様にたゞみこみ積分で次の如くなる。

$$g(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot h(x-x') \cdot dx \quad (3)$$

$$G(n) = F(n) \cdot H(n) \quad (4)$$

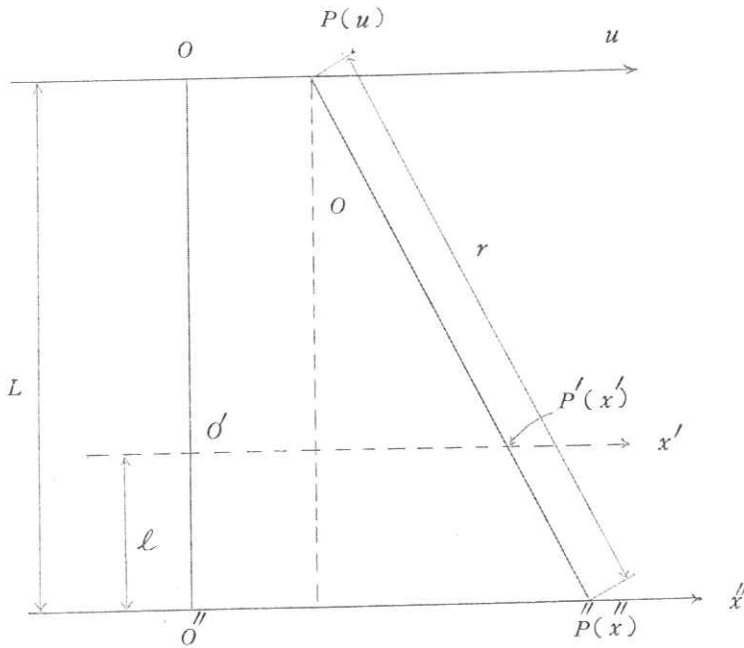
こゝで、 $G(n)$ ,  $F(n)$ ,  $H(n)$  は  $g(x')$ ,  $f(x)$ ,  $h(x)$  のフーリエ変換であり、 $n$  は空間周波数で単

位は lines / mm である。

§3. X線撮影のレスポンス関数

前節でX線撮影系がX線像の伝送系と考えるとき、通信工学の伝送系とよく対応させることができた。次にX線源、被写体、検出面の3つからなる簡単な系について考える。X線像は2次元であるが、近似的に二つの一次元の積と考えてよいので以下次元で考察する。

今、 $I(u)$  が  $ou$  軸上のX線管焦点の強度分布、 $T(x')$  を  $o'x'$  軸上の被写体のX線透過率、 $I_p(x'')$  を  $o''x''$  軸のX線検出面(蛍光面またはフィルム面)上の点  $p''(x'')$  におけるX線強度分布とすると、散乱線を無理すると  $I_p(x'')$  は次式で与えられる。



第一図  
- 55 -

$$I_p''(x'') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(u) \cos \vartheta}{r^2} T(x') du \quad (5)$$

こゝに  $\vartheta$  は点  $p$  における X 線の入射角,  $r$  は  $p''p$  の距離である。

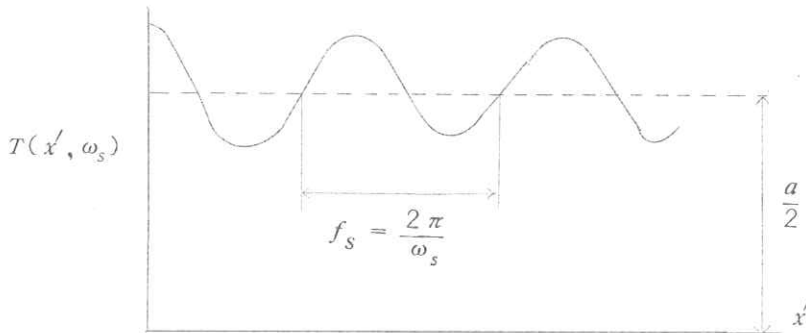
つぎに線源と検出面間距離  $OO''=L$ ,  $O'O''=\ell$ , 撮影倍率  $m=L/L-\ell$ ,  $\cos \vartheta = L/r$ ,  $r^2=L^2+(x-u)^2$

$$x' = \frac{x''-u}{m} + u$$

とすると,

$$I_p''(x'') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{L I(u)}{\{L^2+(x''-u)^2\}^{\frac{3}{2}}} T(x' = \frac{x''-u}{m} + u) du \quad (6)$$

つぎに被写体の透過率  $T(x')$  が第 2 図のような波形をもつとすると,  $T(x')$  は次式で与えられる。



第二図

$$\begin{aligned} T(x', \omega_s) &= \frac{a}{2} [1 + M \cos \omega_s x'] \\ &= \frac{a}{4} [2 + M \{ \exp(\omega_s x' i) + \exp(-\omega_s x' i) \}] \end{aligned} \quad (7)$$

たゞし,  $a/2$  は平均透過率,  $M$  は変調度または余弦波形の X 線透過振幅,  $\omega_s$  は角空間周波数で空間周波数  $f_s$  との間には  $\omega_s = 2\pi f_s$  の関係がある。

つぎに(7)を(6)に代入し,

$$I_p''(x'') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{aL}{4 \{L^2+(x''-u)^2\}^{\frac{3}{2}}} [2 + M \{ \exp(\omega_s i (\frac{x''-u}{m} + u)) + \exp(-\omega_s i (\frac{x''-u}{m} + u)) \}] du \quad (8)$$

之を周波数特性が調べ易いように

$$I_p''(x'') = \frac{aL}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(u)}{\{L^2 + (x''-u)^2\}^{\frac{3}{2}}} du + \frac{aLM}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(u)}{\{L^2 + (x''-u)^2\}^{\frac{3}{2}}} \left[ \exp \left\{ +\omega_s i \left( \frac{x''-u}{m} + u \right) \right\} + \exp \left\{ -\omega_s i \left( \frac{x''-u}{m} + u \right) \right\} \right] du \quad (9)$$

とすると第一項は  $x$  軸上の平均強度の変化の程度を示し、第二項が角空間周波数  $\omega_s$  の成分を与える。この式のフーリエ変換を求めるとこの X 線系のレスポンス関数が求められる。このとき倍率  $m$  で低くなった周波数  $\omega_s / m$  以外の成分を調べると非線形歪の性質が分る。

(9) 式のフーリエ変換は第一項と第二項のフーリエ変換の和となる。第一項は

$$\frac{aL}{2} \frac{F\{I(u); \omega\}}{\alpha} \times \frac{|\omega|}{L} \frac{K_1(\omega L)}{\beta} \quad (10)$$

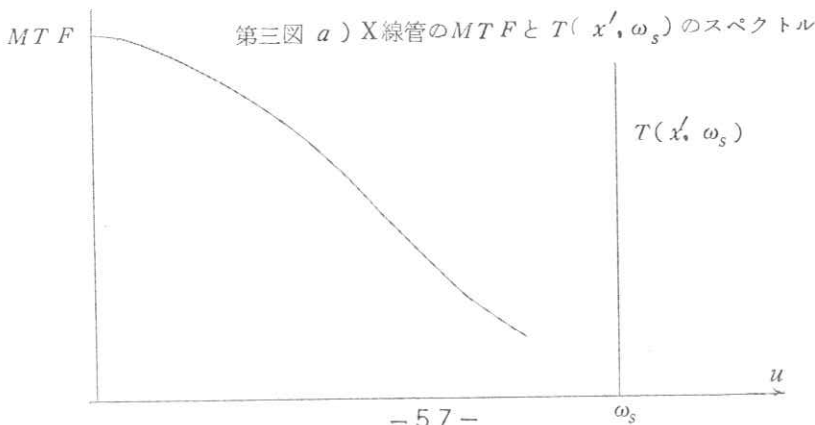
$F\{I(u), \omega\}$  は  $I(u)$  のフーリエ変換で周波数  $\omega$  を有することを示し、X 線管焦点強度分布のレスポンス関数を示す。 $|\frac{\omega}{L}| K_1(\omega L)$  は  $\{L^2 + (x''-u)^2\}^{\frac{3}{2}}$  のフーリエ変換であり、 $K_1$  は変形された Bessel 関数である。

第二項は、位相を無視して周波数成分のみを示すと

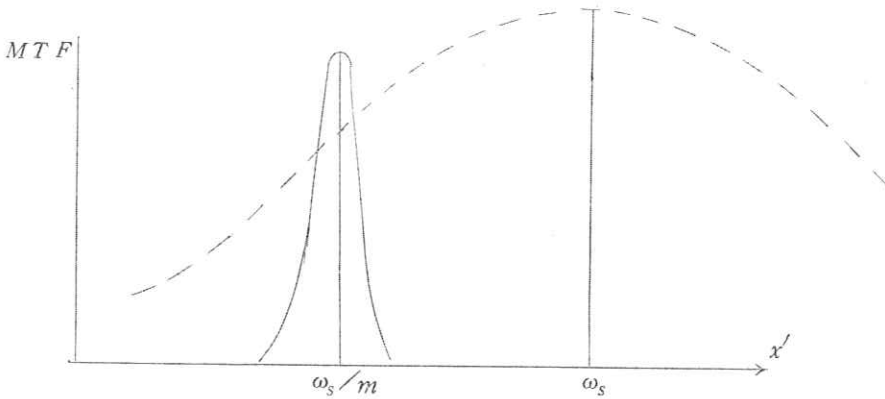
$$\frac{aM}{4} \frac{F\{I(u); \omega \pm \omega_s\}}{\alpha} \cdot \frac{|\omega \pm \omega_s / m|}{\beta} K_1(L |\omega \pm \omega_s / m|) \quad (11)$$

第 4 図に  $\omega K_1(\omega)$  の関数形を示す。

(10) 式は受像面上の平均出力を示す項を示し、(11) 式はこの X 線系のレスポンス関数を決定する。(10) 式の  $\alpha$  は X 線管焦点のレスポンス関数を (第 3 図 a)、 $\beta$  は入射角、倍率、距離による減弱の影響を示す。

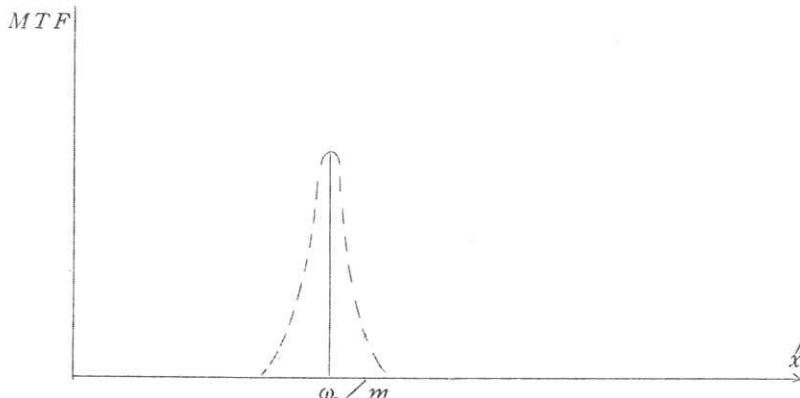


(11)式の $\alpha$ は、X線管焦点の $MTF$ を $\omega_s$ だけずらしたもの(第3図b)を示す。試験関数の余弦波形のスペクトルは $\omega_s$ の点にある。 $\beta$ がX線の入射角度と撮影倍率による関数(角倍率関数)の $MTF$ の中心を $\omega_s/m$ にずらしたものを示す(第3図bの実線)。



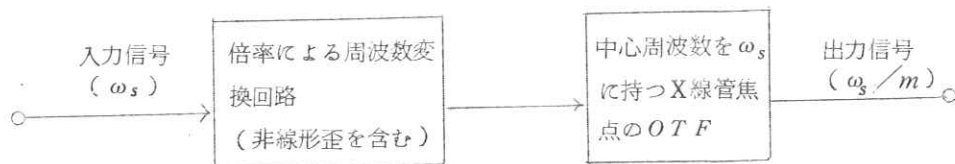
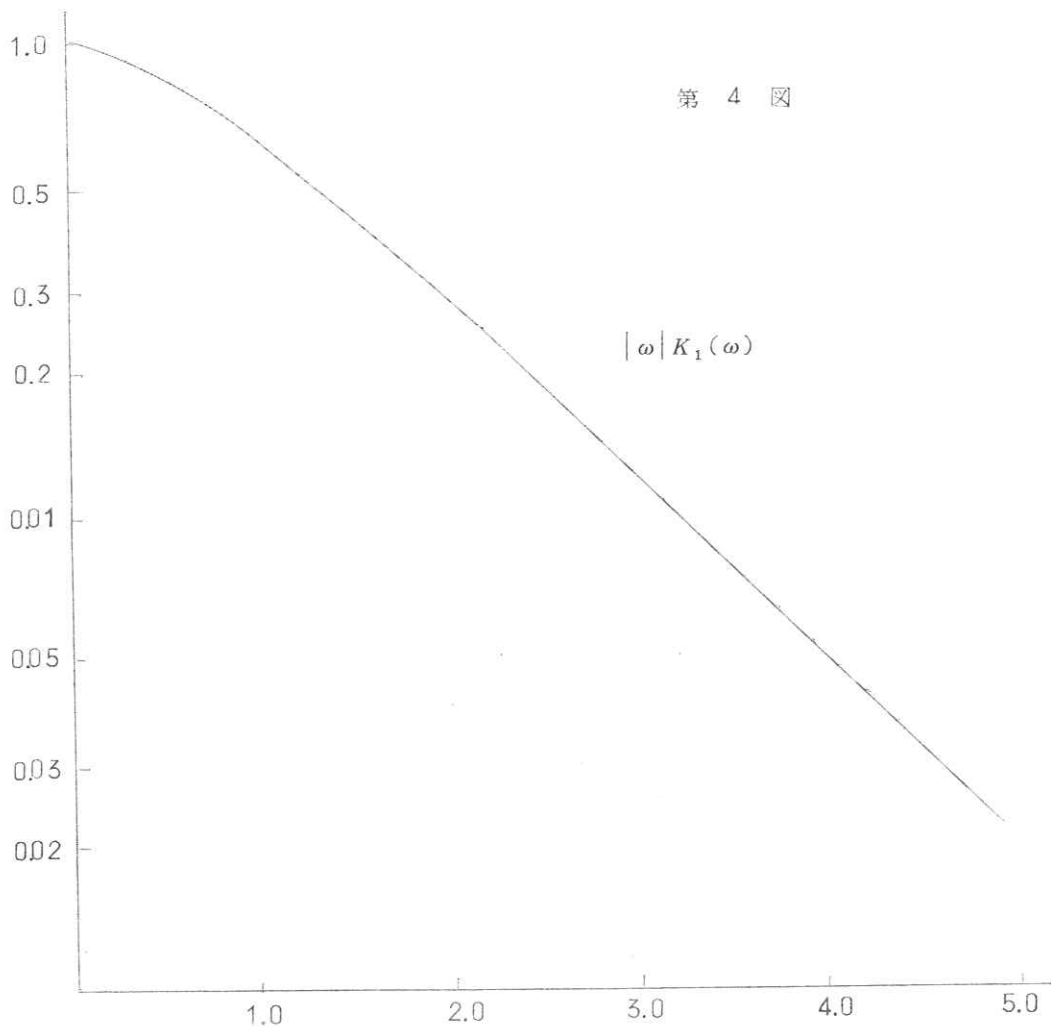
第三図 b) 伝送中のX線の入射角及び倍率による関数の $MTF$

角倍率関数の $MTF$ の強さを $\omega_s/m$ の点の振巾が示し、その周りの広がりが増大撮影したためにおこるX線入射角変動のための空間スペクトルであり、この系の非線型成分を与える。従ってこの系全体の出力X線像は、3 a, 3 bをかけたもの即ち3 c図のようになる。



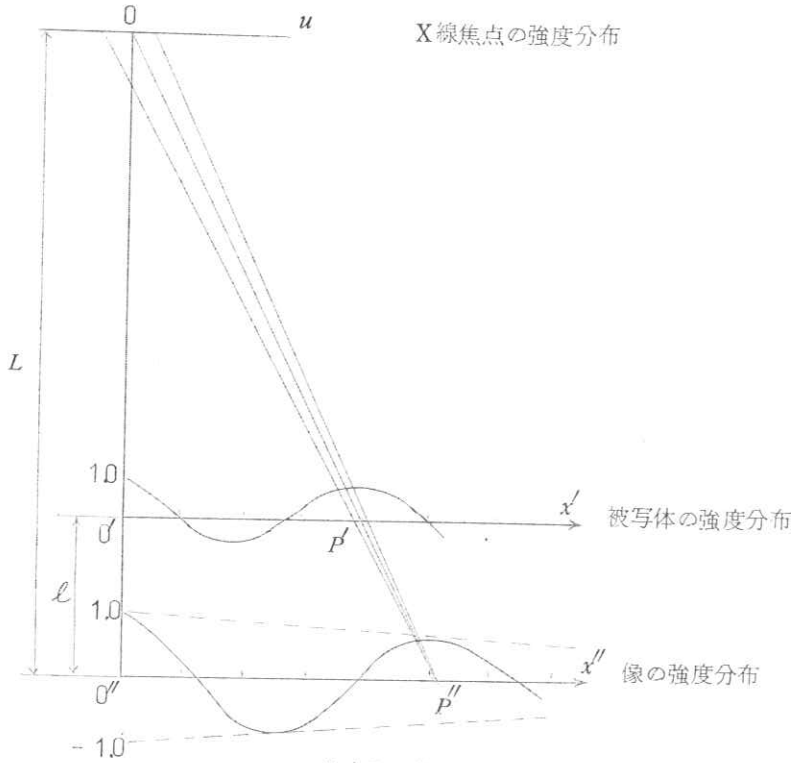
第三図 c) 像面の $MTF$

すなわち検出面のX線像の空間スペクトルは拡大撮影のため周波数が $\omega_s/m$ は変換され、コントラストはX線源スペクトルの中心から見かけ $|1 - \frac{1}{m}|$ の振巾に制限されてくる。これらから第4図の等価回路を考えることができる。また倍率が1なら信号は常にX線管焦点の $MTF$ の原点を通るから、高い周波数迄伝送できる。X線管の焦点の $MTF$ は無関係となり、像は検出器の $MTF$ で制限される。倍率が大きくなるにつれ、X線管の焦点の影響が大きくなるので、信号の通過帯域巾が狭くなる。このように $MTF$ を使えば、伝送系の特性が明確に各部分毎に分解して調べることができる。強度分布が矩形のとき、被写体として(2)式中の正弦波項のみの場合の(6)式の計算結果を第6図に示す。しかしこれまでのフーリエ解析の結果から信号以外の正弦波が発生しているのがよく分る。



第5図 X線撮影系の等価回路





第六図 焦点が矩形分布のときの被写体と像の関係

以上の結果からX線像伝送系は第5図のような等価回路となるので1)焦点のMTF, 2) X線の入射角度と撮影倍率の関数のMTF, 3) 被写体のスペクトルが分れば, 合理的な伝送系を設計し, 倍率の限界も直ちに求められる。

#### §4. 結語

簡単なX線撮影系のレスポンス関数は角倍率関数(X線の入射角及び撮影倍率)による周波数変換系とX線焦点のMTFの原点を入力信号の空間周波数( $\omega_s$ )に移動させた一種の濾波系との2つからなることが分った。前者のスペクトル分布が非線型歪を与えることが分った。倍率1では焦点のMTFに無関係となり, 像の高域側制限は検出器により行なわれる。高倍率にするほど焦点のMTFを広帯域とせねばならない。