

# Wavelet 変換と Sobel フィルタを用いた 歯科用 3 次元 CT 画像におけるノイズ低減法の開発

斎藤 雅紀, 中森 伸行

京都工芸繊維大学大学院 工芸科学研究科 〒606-8585 京都市左京区松ヶ崎橋上町

(2006 年 12 月 27 日, 最終 2007 年 2 月 28 日)

## Development of noise decrease method using wavelet transform and sobel filter in 3D dental CT images

Masaki SAITO and Nobuyuki NAKAMORI

Kyoto Institute of Technology, Hashigami-cho, Matsugasaki,

Sakyo-ku, Kyoto 606-8585, Japan

(Received on December 27, 2006, in final form on February 28, 2007)

**Abstract :** More patient dose is exposed in cone beam CT compared with former systems. If we reduce patient dose, the reconstruction images are significantly degraded by the quantum noise. It is necessary to improve these degraded images to satisfy the requirements of high image quality in modern medical diagnosis. In this paper, we propose the denoising method using the wavelet transform and sobel filter for 2D CT projection images. The results show that the proposed method can be reduced the patient dose to 10% original dose and removed the noise preserving edge.

**Key words :** cone beam CT, quantum noise, wavelet transform, sobel filter, edge

### 1 はじめに

医用診断で、CT 画像の役割が非常に大きいことは良く知られている。また、近年では、診断に 3 次元化された画像を使用することが増えており、それに伴う患者への被曝線量増加の問題が起こっている。しかし、照射線量を低減させると、量子モトルが増加して、診断画像が劣化し診断能力の低下を招く恐れがある。これは、照射 X 線が受光系に不均一に到着するために空間的揺らぎが生じ、その揺らぎがポアソン分布に従い、ポアソンノイズとして加わるために起こる。この問題を解決するために、様々な手法が提案されている。近年では、ウェーブレット解析 [1-4] を用いたノイズ除去が検討されている。ウェーブレット解析は、空間 (時間)・スケール (周波数) 解析が可能で、特徴として低周波領域では周波数分解能がよく、高周波領域では空間分解能がよいという性質を持つ。2 次元ウェーブレット解析によるノイズ除去では、分解したウェーブレット係数 (水平・垂直・対角方向成分) 全てに対して、同じ閾値を用いて soft-threshold 法 [5] があるが、この方法では、ノイズ成分の除去が不十分であり、高い周波数成分を含む信号成分も取り除いてしまう問題があった。また、我々の従来研究 [3] では、ウェーブレット分解レベル間の係数比を用いてノイズ成分と信号成分を区別し、ノイズ除去を行った。その結果、線量を 10 分の 1 に低減できることを示した。しかし、処理時間が非常に長く、現時点では実時間処理に問題があった。

そこで、本研究では、分解で得た各分解レベルでのウェーブレット係数全てに対してソーベルフィルタと Mallat によるヒストグラムモデルで閾値を決定することを提案し、現実的な処理時間内でノイズを除去する手法を開発した。また、シミュレーション結果で、本手法の優位性を示す。

### 2 提案手法

Wavelet 分解とは、信号を平滑化成分 (低周波) と詳細化成分 (高周波) に分解するツールである。すなわち、入力画像を Wavelet 分解すると、エッジ成分やノイズ成分などの高周波成分を検出することができる。ノイズ除去処理では、Wavelet 分解で得た詳細化成分に対して、エッジ成分とノイズ成分を分離する閾値処理を行う。その際、詳細化成分に直接閾値処理を行うと、ノイズ劣化が大きい場合、エッジ成分とノイズ成分の区別が困難となる。その結果、エッジ成分をノイズ成分と判断したり、ノイズ成分をエッジ成分と判断してしまう可能性がある。

そこで、エッジ成分とノイズ成分を区別するために、ノイズを抑えながらエッジを検出する特徴を持つソーベルフィルタを用いる。入力劣化投影画像を Wavelet 分解すると、平滑化成分と 3 方向の詳細化成分 (水平、垂直、対角) を得る。この平滑化成分に対して、縦方向と横方向のソーベルフィルタをかけ、水平成分と垂直成分のエッジデータを作成する。また、対角成分は、水平成分と垂直成分との積で作成する。これらを入力画像とし、それぞれに対して、Mallat's Histogram Model [6] と Percentile method を用いて閾値を求める [7]。

ここで、本研究で用いた閾値決定方法について簡単にまとめる。入力画像から画素値  $u$  に対する確率密度関数  $f(u)$  を式 (1) で推定する。

$$f(u) = C \cdot e^{-(|u|/\alpha)^\beta} \quad (1)$$

ここで、パラメータ  $\alpha$  は分散、 $\beta$  はピークの減衰度を表す。定数  $C$  は、

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du = 1 \quad (2)$$

を満たす正規化定数であり、

$$C = \frac{\beta}{2\alpha\Gamma(1/\beta)} \quad (3)$$

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-s} s^{t-1} ds \quad (4)$$

となる。また、パラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  は、一次モーメント  $m_1$  と二次モーメント  $m_2$  からそれぞれ求めることができる。

$$\begin{aligned} m_1 &= \int_{-\infty}^\infty |u|f(u)du \\ &= 2C \frac{\alpha^2}{\beta} \Gamma(2/\beta) \\ &= \frac{\alpha\Gamma(2/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_2 &= \int_{-\infty}^\infty u^2 f(u)du \\ &= 2C \frac{\alpha^3}{\beta} \Gamma(3/\beta) \\ &= \frac{\alpha^2\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \end{aligned} \quad (6)$$

式 (5) (6) から、 $\beta$  を求め、 $\alpha$  を求める。

$$\beta = G^{-1} \left( \frac{m_1^2}{m_2} \right) \quad (7)$$

$$G(x) = \frac{\Gamma^2(2/x)}{\Gamma(1/x)\Gamma(3/x)}$$

$$\alpha = \frac{m_1\Gamma(1/\beta)}{\Gamma(2/\beta)} \quad (8)$$

式 (8) で得た  $\alpha$  を用いて式 (9) により閾値  $\lambda$  を求める。

$$\lambda = q_{1-\alpha/2} \quad (9)$$

$q_{1-\alpha/2}$  は  $f(u)$  ( $u \geq 0$ ) の  $(1-\alpha/2) \cdot 100\%$  の位置を表し、その様子を Fig. 1 に示す。求めた閾値  $\lambda$  から、式 (10) により、

$$u = \begin{cases} 0 & |u| < \lambda \\ 1 & |u| \geq \lambda \end{cases} \quad (10)$$

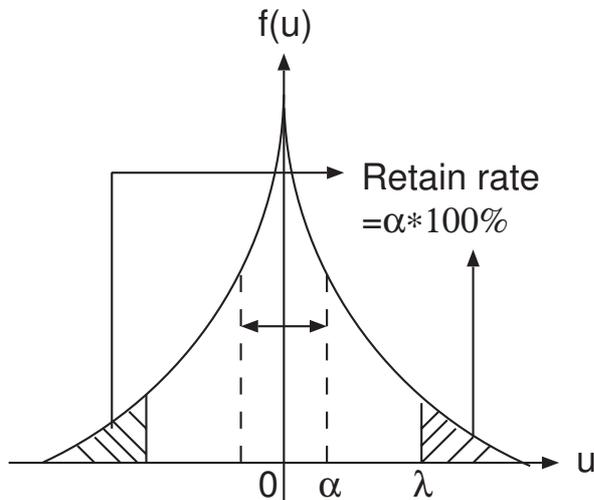


Fig. 1 確率密度関数  $f(u)$  のモデル  
The model of probability density function  $f(u)$

閾値  $\lambda$  未満をノイズ成分と見なし 0、閾値  $\lambda$  以上をエッジ成分と見なし 1 とする。これらと各方向のウェーブレット詳細化成分との積をとることで、ノイズ成分を除去し、エッジ成分だけを保存することになる。Fig. 2 に提案手法のフローチャートを示す。

最終的にノイズ除去した投影画像から 3 次元再構成画像を得るために、Feldkamp [8]らによるアルゴリズムを用いて 3 次元再構成する。

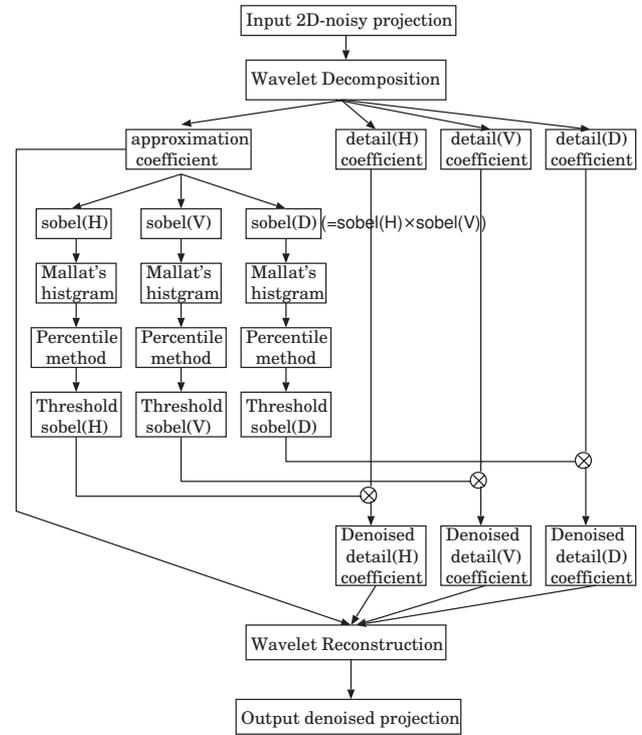


Fig. 2 提案手法のフローチャート  
Flowchart of the proposed method

### 3 シミュレーション実験及び評価方法

Shepp-logan の頭部ファントムを用いて、入力画像となる 2 次元投影画像 ( $256 \times 256$  pixels) (Fig. 3(a)) をコーンビーム CT の撮影条件で 360 枚作成した。また、入射線量低減により量子モトルの影響が大きくなり、投影画像が劣化する。その原因は透過 X 線の揺らぎにあり、この揺らぎがポアソン分布することを用いて、入射線量を  $N_m = 10^i$ ,  $i=2, 3, 4, 5$  の 4 種類設定し、劣化投影画像 (Fig. 3(b)) を作成した。ここで、劣化投影画像作成方法について簡単にまとめる。

2 次元投影画像  $P_\theta(r, s)$  は、式 (11) のように、入射線量  $N_m$  と透過線量  $N_\theta(r, s)$  で求めることができる。

$$P_\theta(r, s) = \ln \frac{N_m}{N_\theta(r, s)} \quad (11)$$

検出位置  $(r, s)$  での  $N_\theta(r, s)$  の揺らぎは、式 (12) のポアソン分布の確率関数  $p\{N_\theta(r, s)\}$  に従う。

$$p\{N_\theta(r, s)\} = \frac{[\bar{N}_\theta(r, s)]^{N_\theta(r, s)}}{N_\theta(r, s)!} e^{-\bar{N}_\theta(r, s)} \quad (12)$$

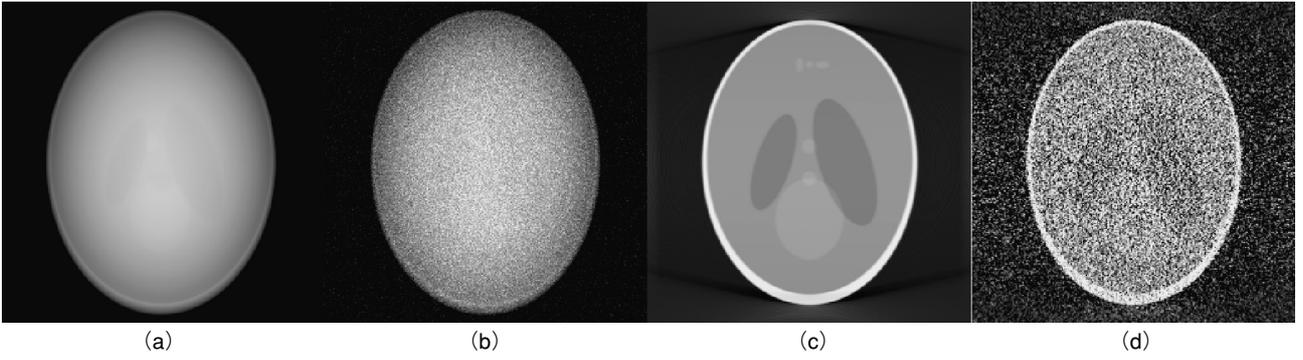


Fig. 3 投影画像（ノイズ有り、無し）と再構成スライス画像（ノイズ有り、無し）

(a) The original projection image, (b) The noisy projection image ( $N_m=10^2$ ), (c) The original reconst slice image, (d) The noisy reconst slice image ( $N_m=10^2$ ).

$\bar{N}_\theta(r, s)$  は予測値であり、式 (13) で計算する.

$$\bar{N}_\theta(r, s) = N_{in} e^{-P_\theta(r, s)} \quad (13)$$

$\bar{N}_\theta(r, s)$  と式 (12) から、ポアソン分布に従う  $\hat{N}_\theta(r, s)$  を計算する. そして、式 (14) により、量子モトルの影響で劣化した投影画像  $\hat{P}_\theta(r, s)$  を作成する.

$$\hat{P}_\theta(r, s) = \ln \frac{N_{in}}{\hat{N}_\theta(r, s)} \quad (14)$$

その劣化投影画像  $\hat{P}_\theta(r, s)$  に対してノイズ除去処理を行い 3 次元再構成する. ノイズ除去効果を評価するために、3 次元再構成画像 ( $256 \times 256 \times 256$  voxels) から切り出した 2 次元再構成スライス画像 ( $256 \times 256$  pixels) (Fig. 3 (c, d)) を用い、再構成画像の良悪を次の 2 点で評価した.

(1) SNR (Signal to Noise Ratio)

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{S}{N} \quad (15)$$

S: 信号レベル, N: ノイズレベル

(2) エッジプロファイル

2 次元再構成画像の線上の画素値の変化 (プロファイル) を調べ、エッジの鮮鋭度を比較する.

また、提案手法との比較に、Adaptive wiener filter [9] (以後 AWF と表記) を用いる. AWF を用いた処理は式 (16) - (20) のように行う.

まず、オリジナル画像  $f(n_1, n_2)$  が小さな局所領域で定常であると仮定し、処理画像  $g(n_1, n_2)$  のサイズ  $(2M+1) * (2M+1)$  の局所領域から局所平均  $m_f$  を推定する.

$$m_f(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1, k_2=n_1-M}^{n_1+M, n_2+M} g(k_1, k_2) \quad (16)$$

$(2M+1)^2$  は局所領域のピクセル数

次に、求めた局所平均  $m_f(n_1, n_2)$  を用いて処理画像  $g(n_1, n_2)$  の局所分散  $\sigma_g^2$  を求める.

$$\sigma_g^2(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1, k_2=n_1-M}^{n_1+M, n_2+M} (g(k_1, k_2) - m_f(n_1, n_2))^2 \quad (17)$$

ここで、 $\sigma_g^2 = \sigma_f^2 + \sigma_v^2$  を用い、オリジナル画像の局所分散  $\sigma_f^2$  を求める. ただし、 $\sigma_v^2$  は全ての局所分散の平均値とする.

$$\sigma_f^2(n_1, n_2) = \begin{cases} \sigma_g^2(n_1, n_2) - \sigma_v^2 & \sigma_g^2(n_1, n_2) > \sigma_v^2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

そして、 $\sigma_f^2$ ,  $\sigma_v^2$  から、AWF を求める.

$$h(n_1, n_2) = \begin{cases} \frac{\sigma_f^2 + \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2}}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} & n_1 = n_2 = 0 \\ \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2} & -M \leq n_1, n_2 \leq M \\ & \text{except } n_1 = n_2 = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

これにより、 $\sigma_f^2$  が  $\sigma_v^2$  に対して減少するにつれ、平滑化が行われる.

そして、処理画像と AWF の畳み込みにより、ノイズ除去画像  $p(n_1, n_2)$  を得る.

$$p(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (20)$$

## 4 結果および考察

### 4.1 ノイズ除去の効果

劣化投影画像を Daubechies の Wavelet (N=2) を用いて分解し (レベル 1~3)、各分解レベルおよび各詳細化成分ごとに閾値処理を行った. この場合の分解レベルは、ノイズの特性として、ノイズが小さい場合はノイズの影響が高周波に偏るのに対して、ノイズが大きい場合はその影響が低周波成分まで及ぶので、ノイズの大きさにより、Wavelet 分解の最適分解レベルが異なると言える. そこで、本研究で使用した画像及びノイズの場合の最適分解レベルを検討した. その結果、 $N_m = 10^2$  はレベル 3、 $N_m = 10^3, 10^4$  はレベル 2、 $N_m = 10^5$  はレベル 1 であることが分かった. この最適分解レベルで処理した投影画像と AWF ( $M=1$ ) で処理した投影画像をそれぞれ 3 次元再構成したときの 2 次元スライス画像を Fig. 4 に示す.

そして、Fig. 4 (j) 黒枠で示した画像に対して関心領域 SNR を計算し、その結果を Table. 1 に示す. この時の SNR は式 (21) により求めた.

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{y=45}^{205} \sum_{x=75}^{180} (f_0(x, y))^2}{\sum_{y=45}^{205} \sum_{x=75}^{180} (f_1(x, y) - f_0(x, y))^2} \quad (21)$$

$f_0(x, y)$ : オリジナル画像,  $f_1(x, y)$ : ノイズ除去画像

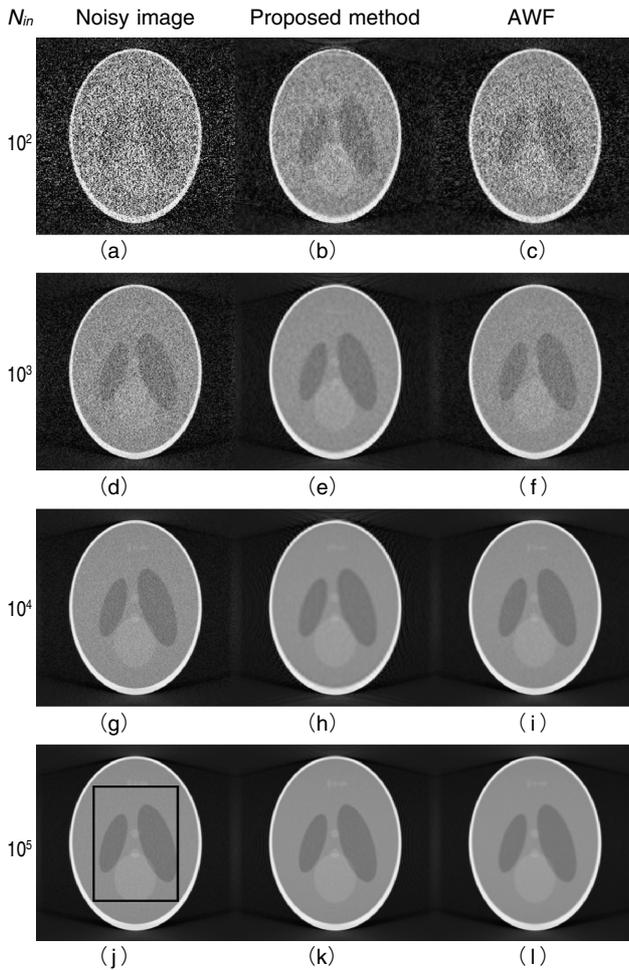


Fig. 4 各ノイズレベルでの再構成スライス画像 (ノイズ画像, 提案手法でノイズ除去した画像, AWFでノイズ除去した画像)

(a) (d) (g) (j) : the noisy images, (b) (e) (h) (k) : the images denoised by the proposed method at the optimal level, (c) (f) (i) (l) : the images denoised by the adaptive wiener filter.

Fig. 4 と Table. 1 の結果から, 本手法は, ノイズ除去に有効であることが分かる. また, Table. 1 より, 本手法でノイズ除去処理することで, 対応する線量が 10 倍の元のノイズ画像の SNR より改善されたことから, 線量 ( $N_{in}$ ) を 10 分の 1 に低減することが可能であるということが言える. また, 本手法と AWF の SNR を比較すると,  $N_{in} = 10^2, 10^3, 10^4$  の場合, 本手法の方が優れた結果を得た. 特に,  $N_{in} = 10^2, 10^3$  のようにノイズの影響が大きい場合ではその差が顕著である. このことから, 本手法はノイズ除去の点で非常に優れているということが言える.

Table. 1 Signal to Noise Ratio (units : dB)

$N_{in}$ (photons)	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
Noisy image	5.78	14.65	24.61	34.56
Proposed method	15.47	30.40	36.46	40.61
AWF	10.02	22.05	35.70	42.37

#### 4.2 エッジプロファイルの結果

Fig. 5 に示すように,  $N_{in} = 10^3$  の時の 2 次元再構成スライス画像の中心プロファイル (左外郭エッジ部分) を確認すると, 本手法と AWF 両方で, ノイズが無い場合よりエッジのピークが少し落ちている事が確認できるが, 両者にほとんど差はない. Soft threshold では, 係数の値が処理後小

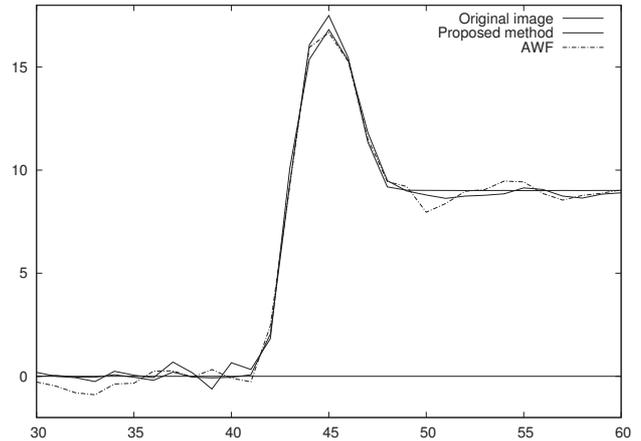


Fig. 5 ノイズレベルが 1,000 の時の, 再構成スライス画像の中心プロファイル (左外郭エッジ部分) (ノイズ無し, 提案手法, AWF)

Slice edge profile

さくなるため, エッジのピークが少し落ちる. しかし, エッジの形状を見た場合, AWF の形状は崩れているが, 本手法はほぼ同じ形状を保持していることがわかる. 以上より, 本手法はエッジ保存という観点からも, AWF と同等以上の結果を得ることができたと言える.

#### 4.3 ノイズ成分が多い場合の工夫

$N_{in} = 10^2$  の時, 処理後の Wavelet 係数を確認したところ, 式 (9) で求めた閾値を用いると, ノイズ成分の多くが除去されずに残っていたので, 式 (9) を,

$$\lambda = q_{1-\alpha/4} \quad (22)$$

のように変更し, ウェーブレット係数の除去割合を大きくし, その影響を検討した. その結果, 式 (9) を用いた処理では除去しきれなかったノイズ成分を除去することができ, 2 次元再構成スライス画像の SNR を求めると, SNR = 19.40 (dB) となり, Table. 1 の SNR = 15.47 (dB) と比較すると, Fig. 6 のように改善できることが確認できた. すなわち, ノイズ成分が多い場合には, 閾値  $\lambda$  の値を大きくする方が効果があることが分かった.

なお, 提案手法を用いた処理時間は, Pentium 4 3.2 GHz の PC で約 20 秒であった. 我々の従来の手法では約 40 分かかっており, 現時点では実用的ではなかった. 提案手法は実用的な処理時間で従来の手法と同程度の被曝線量低減の効果があった.

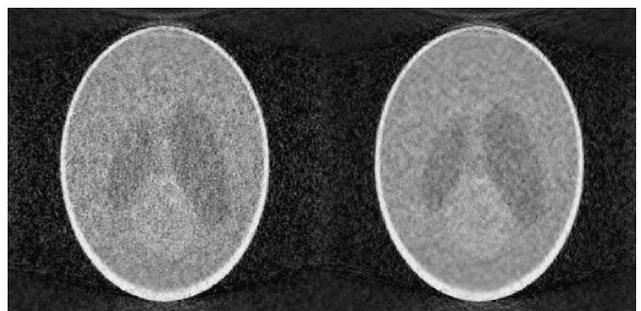


Fig. 6 係数除去割合を大きくして, 閾値を大きくしたときの再構成スライス画像 (右の画像が閾値を大きくした場合の結果)

Threshold value  $\lambda$  is determined by (a) :  $\lambda = q_{1-\alpha/2}$  (SNR = 15.47 (dB)) (b) :  $\lambda = q_{1-\alpha/4}$  (SNR = 19.40 (dB)).

## 5 まとめ

本手法と AWF を比較することで、本手法の優位性を示した。特に、ノイズの影響が大きい場合にその優位性が顕著に出る事がわかった。エッジ保存の観点からも AWF と同等以上の結果を得た。さらに、 $N_m = 10^2$  のようにノイズによる劣化が非常に大きい場合には、式 (22) で示したように、閾値  $\lambda$  を大きくして削除する割合を大きくすることで、ノイズ除去の効果を上げることができるということを確認した。

また、処理時間は我々の従来の研究 [3] では約 40 分かっていたが、本手法を用いた処理では約 20 秒となり大幅に改善することができた。

以上より、本手法は高速処理かつノイズ除去およびエッジ保存に優れた手法であり、また、閾値を変えることで、ノイズ除去効果を柔軟に制御できることも分かった。

## 文献

- [1] 中野宏毅, 山本鎮男, 吉田靖夫: ウェーブレットによる信号処理と画像処理, 35-110, 共立出版, 東京, 1999.
- [2] Yang Y, Nakamori N, Yoshida Y: Denoising of Cone Beam CT Image Using Wavelet Transform, Proc. of SPIE Medical Imaging Conferece, vol.4684, 1077-1084, Feb. 2002.
- [3] Yang Y, Nakamori N, Yoshida Y: Improvement of CT Image Degraded by Quantum Mottle Using Singularity Detection, IEICE Trans. on Information and Systems, E86-D (1), 123-130, 2003.
- [4] Yang Y, Nakamori N, Yoshida Y: Improvement of Cone Beam CT Image Using Singularity Detection, IEICE Trans. on Information and Systems, E86-D (7), 1206-1213, 2003.
- [5] Mallat SG: A wavelet tour of signal processing, 2nd Ed., 450-455, Academic Press, San Diego, 2001.
- [6] Mallat SG: A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation, IEEE Trans., PAMI-11 (7), 674-693, 1989.
- [7] Vidakovic B: Statistical Modeling by Wavelets, 194-195, JOHN WILLY & SONS, USA, 1999.
- [8] Feldkamp L, Davis L, and Kress J: Practical cone-beam algorithm, J Optical Society of America (A), vol.1, 612-619, 1984.
- [9] Lim J: Two-Dimensional Signal and Image Processing., 536-540, Prentice Hall, 1990.